

Avaliação: um processo integrado ao ensino e à aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas

Manoel dos Santos Costa
Norma Suely Gomes Allevato

RESUMO

Busca-se, no presente artigo, abordar alguns aspectos relacionados à avaliação como um processo integrado ao ensino e à aprendizagem de Matemática num contexto de trabalho através da resolução de problemas. Os dados aqui descritos e analisados compõem um estudo de natureza qualitativa e foram coletados por meio de observação durante alguns encontros de formação em que (futuros) professores vivenciaram a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação. Os resultados mostram que a avaliação, quando integrada ao processo de ensino-aprendizagem, possibilita detectar o que os alunos já sabem e em que conteúdos ainda apresentam dificuldades. Assim, têm a oportunidade de demonstrar suas habilidades e de aprender a partir de seus conhecimentos prévios e do que são capazes de fazer. Além disso, essa forma de avaliação promove a compreensão dos conteúdos, criando oportunidades para que os alunos pensem sobre a Matemática que precisam aprender. Portanto, a junção ensino-aprendizagem-avaliação configura uma oportunidade ao aluno de se autoavaliar, e ao professor de identificar quais objetivos foram atingidos, com vistas a reconhecer a evolução matemática dos alunos e, dessa forma, (re) orientar os trabalhos em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática. Resolução de Problemas. Ensino-Aprendizagem-Avaliação.

Assessment: An integrated process to mathematics teaching and learning through problem solving

ABSTRACT

The purpose of the present article is to approach some aspects related to assessment as an integrated process to Mathematics teaching and learning in a work context through problem solving. The data described and analyzed herein comprise a qualitative study and they were collected through observation in some teacher education meetings where the (future) teachers experienced problem-solving as a methodology of teaching-learning-assessment. The results show that when

Manoel dos Santos Costa é Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo/SP, professor da Graduação e pesquisador da Universidade Ceuma/UNICEUMA, São Luís/MA, Brasil. Endereço para correspondência: Rua da Física S/N, apto. 303 – Edifício Queops – Cohafuma – 65074-210 São Luís/MA – E-mail: manolopromat@hotmail.com

Norma Suely Gomes Allevato é Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP – Rio Claro), professora da Graduação, docente e coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo/SP. Endereço para Correspondência: Rua Manoel Cônego Vaz, 584, apto 81 – Santana – 02019-050. São Paulo. E-mail: normallev@gmail.com

Recebido para publicação em 27/06/2014. Aceito, após revisão, em 24/06/2015.

the assessment is integrated into the teaching-learning process, it favors to detect what the students already know and the difficulties they still have. Thus, they have the opportunity to demonstrate their skills and learn from their prior knowledge and capabilities. Besides, that form of assessment will help the students understand the contents and will allow them to think over the Mathematics they need to learn. Therefore, from this joint teaching-learning-assessment, the student will have the chance to make a self-evaluation; conversely, the teacher will be able to identify the goals achieved in order to acknowledge the students' mathematical evolution and, consequently, (re) guide the classroom work.

Keywords: Mathematics Education. Problem Solving. Teaching-learning-assessment.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este artigo é parte de uma pesquisa maior (COSTA, 2012) que foi desenvolvida com (futuros) professores de Matemática, em que se investigou “como (futuros) professores de Matemática, em formação inicial exploram o conceito de proporcionalidade através da resolução de problemas”. Para o desenvolvimento dessa investigação, os licenciandos discutiram textos envolvendo a temática e vivenciaram atividades práticas, por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, através da Resolução de Problemas.

No presente trabalho, será abordado um aspecto específico desse trabalho, qual seja a avaliação. Ele está organizado em cinco seções. Iniciamos abordando o contexto, a metodologia e os instrumentos de pesquisa utilizados; em seguida, tratamos da Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática nas aulas Matemática. A terceira seção apresenta a revisão e fundamentação teórica que discutem a avaliação como processo integrado ao ensino e à aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. Na quarta seção, intitulada “O Problema Gerador: resolução e avaliação”, serão apresentadas as resoluções entregues pelos (futuros) professores, participantes da pesquisa, aos pesquisadores, em que analisamos como a avaliação foi realizada durante o processo de resolução. Finalmente, apresentaremos nossas reflexões finais e as referências.

O CONTEXTO E A METODOLOGIA DE PESQUISA

Os participantes envolvidos em nossa pesquisa de campo eram (futuros)¹ professores de Matemática de um programa de formação inicial de professores de uma universidade pública do Maranhão. Esses participantes reuniam-se semanalmente com o pesquisador para discutir o ensino, a aprendizagem e a avaliação do conteúdo proporcionalidade através de resolução de problemas.

Durante a coleta dos dados, realizamos leituras e discussões de textos sobre proporcionalidade e sobre resolução de problemas, além dos participantes vivenciarem

¹ Estamos utilizando em nosso trabalho a expressão “(futuros) professores”, pois havia participantes que já atuavam como professores, embora se encontrassem em formação inicial (licenciatura).

atividades práticas de resolução de problemas. As resoluções dos problemas, outras atividades escritas produzidas pelos participantes e as discussões, registradas em um diário de campo, constituem os dados desta pesquisa. Foi um estudo de natureza qualitativa, em que o pesquisador se colocou em contato direto com o ambiente da pesquisa, com os sujeitos envolvidos e com os problemas estudados. Além disso, o pesquisador foi o principal instrumento, responsável pela organização e condução das atividades desenvolvidas. Em todos os momentos, a atenção foi colocada nos processos utilizados pelos participantes no desenvolvimento das atividades de resolução dos problemas e não somente nos resultados (GOLDENBERG, 2007; LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, tal como é apresentada por Onuchic e Allevato (2009), é uma metodologia diferente daquele trabalho em que regras de “como fazer” são privilegiadas. Trata-se de uma Metodologia em que o problema é o ponto de partida e orientação para o ensino; para a aprendizagem, ou seja, para a construção do conhecimento, que se fará através de sua resolução; e para a avaliação, que será realizada durante o processo.

No Brasil, documentos oficiais (BRASIL, 1998; MARANHÃO, 2007) apontam o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles, como propósitos do ensino de Matemática; indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para se fazer Matemática na sala de aula.

Além dos documentos oficiais, alguns pesquisadores brasileiros (ONUCHIC, 1999; ALLEVATO, 2005; NUNES, 2010; COSTA, 2012) apresentam e utilizam a resolução de problemas como Metodologia de ensino, constatando que importantes conceitos e procedimentos matemáticos podem ser melhor ensinados se utilizada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática **através** da Resolução de Problemas. Essa Metodologia² designa uma abordagem onde a construção de conhecimento se faz a partir de “problemas geradores”, propostos como desencadeadores e como contexto para o ensino e a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos e, conseqüentemente, para sua avaliação.

Mas, para que isso ocorra, é preciso que se esclareça o que estamos considerando que seja um problema. Vianna (2002) esclarece que um problema é individual, para cada pessoa, condicionado àquilo que é o seu mundo e às suas preocupações. O autor afirma: um problema é “uma situação em que um sujeito é solicitado a realizar uma tarefa para a qual não possui um método de resolução determinado. Se a realização da

² Neste texto, utilizaremos as expressões Metodologia e Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação como sinônimos com o objetivo de evitar repetições ao longo do texto.

tarefa não for desejada pelo sujeito, a situação não pode ser considerada um problema” (VIANNA, 2002, p.403).

Para Onuchic (1999), um problema “[...] é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. A autora explica que “o problema não é um exercício no qual o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou uma determinada técnica operatória” (ONUCHIC, 1999, p.215). Um problema exige a elaboração de estratégias que possibilitem o aprimoramento do conhecimento durante a construção de sua resolução.

Não existe uma forma rígida para desenvolver aulas de Matemática considerando a resolução de problemas como Metodologia de ensino. No entanto, Allevato e Onuchic (2009) sugerem algumas etapas para que se possa colocar em prática e usufruir melhor dessa Metodologia: **(1) Preparação do problema** – Selecionar um problema (gerador) visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. **(2) Leitura individual** – Entregar o problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura. **(3) Leitura em conjunto** – Solicitar nova leitura do problema, agora em pequenos grupos de alunos. **(4) Resolução do problema** – De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, buscam resolvê-lo. **(5) Observar e incentivar** – O professor não é mais transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Como mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. **(6) Registro das resoluções na lousa** – Representantes dos grupos registram, na lousa, suas resoluções. **(7) Plenária** – Todos os alunos são convidados a discutir as diferentes resoluções registradas na lousa, defender seus pontos de vista e esclarecer suas dúvidas. **(8) Busca do consenso** – Sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto. **(9) Formalização do conteúdo** – Nesse momento, o professor registra na lousa uma apresentação formal do conteúdo matemático trabalhado, organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando conceitos, princípios e procedimentos construídos através da resolução do problema.³

Portanto, ensinar Matemática utilizando resolução de problemas não é uma tarefa fácil, pois não basta apresentar, propor um problema e ficar esperando que o processo se realize “sozinho”. O professor terá muito trabalho, da escolha ou concepção do problema passando pela resolução, em que precisará criar e manter um ambiente motivador e estimulante para os alunos, até o final, na formalização do conteúdo.

As etapas delineadas por Allevato e Onuchic (2009) constituem uma sugestão para que o professor desenvolva a Metodologia. Utilizando-as, o professor consegue avaliar aquilo que os alunos sabem ou não sabem e, com isso, definir os objetivos de futuros problemas e ações em aula. Além disso, nessa Metodologia, a preocupação do professor não é pela apresentação imediata da solução correta, mas pelo processo de

³ Após a realização desta pesquisa, uma versão mais recente desse roteiro, com 10 etapas, foi publicada pelas autoras em Allevato e Onuchic (2014). A décima etapa consiste na proposição de novos problemas.

resolução. Ao longo dessas etapas, ele vai perceber se os alunos estão mobilizados para resolver o problema apresentado, promovendo uma reflexão sobre os conhecimentos obtidos anteriormente que possam ser empregados ou que são necessários na resolução. O consenso sobre a solução correta vai ser atingido em discussão com toda a classe. Nessa etapa, configura-se um momento importante de autoavaliação, quando cada aluno compara sua resolução com as dos colegas e a submete à apreciação dos demais alunos, num processo bastante natural e rico de reflexão, de análise e discussão dos procedimentos adotados e, conseqüentemente, de aprendizagem. E, no final, o professor apresenta a formalização do conteúdo abordado, a partir das resoluções apresentadas pelos alunos. O professor pode, ainda, sugerir outros instrumentos e recursos a serem utilizados: textos, livros didáticos, anotações, ou outros recursos que os alunos poderão utilizar para fixar, esclarecer e ampliar o conteúdo explorado.

Assim, nessa Metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático mais apropriado à resolução do problema, que deve, no entanto, estar de acordo com o ano escolar a ser atendido e com os objetivos pretendidos pelo professor. Assim, o ensino e a aprendizagem de um tópico matemático começam com um problema, são evidenciados aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas serão desenvolvidas no percurso da busca pela solução do problema; a avaliação é feita continuamente, durante a resolução do problema.

E mais, essa Metodologia contempla ações pedagógicas que promovem a busca por informação, a investigação, a experimentação, a renovação do interesse e da motivação dos alunos, e a interação entre os alunos e o professor.

Mas o que significa avaliar enquanto se ensina e aprende conteúdos matemáticos através de resolução de problemas? É o que discutiremos nas próximas seções.

AValiação: UM PROCESSO INTEGRADO AO ENSINO E À APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No âmbito do trabalho com Matemática em sala de aula, os PCN (BRASIL, 1998) apontam que a prática de ensino mais frequentemente utilizada é, tradicionalmente, aquela em que o professor, após apresentação oral do conteúdo, seguida de exercícios, considera que o aluno aprende por reprodução – se a reprodução é feita corretamente, a “avaliação” do professor é de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática tem se mostrado ineficaz, pois o acerto, nesse caso, pode ser apenas uma indicação de que o aluno repetiu alguns procedimentos mecanicamente, não garantindo que ele aprendeu o conteúdo, ou que saberá utilizá-lo em outros contextos. Portanto, torna-se necessário repensar as ideias sobre avaliação.

Também Allevato (2005) considera a resolução de problemas como uma fonte de avaliação em seu mais amplo sentido; como integradora das atividades diárias em

sala de aula, com objetivos, além de burocráticos, realmente didáticos de diagnóstico e conhecimento da realidade de sala de aula e das condições individuais dos alunos.

Várias pesquisas (SCHROEDER; LESTER, 1989; ONUCHIC, 1999; ALLEVATO, 2005; VAN DE WALLE, 2009; NUNES, 2010; COSTA, 2012) apontam que a principal função da resolução de problemas deve ser a de desenvolver a compreensão matemática dos alunos, e que as evidências de que os alunos compreendem, ou não compreendem ou compreendem mal determinados conceitos ou conteúdos, geralmente se manifestam quando resolvem problemas.

Cai e Lester (2012) indicam que os problemas criam oportunidades de avaliação, no sentido de que o professor pode perceber “o que” e “como” os alunos estão aprendendo e onde estão encontrando dificuldades. É nesse sentido, também, que Allevato (2005) e Van de Walle (2009) destacam o potencial avaliativo da resolução de problemas, como fonte segura de valiosas informações que permitem ao professor, entre outras coisas, perceber a presença de concepções errôneas e de lacunas de conhecimento, planejar as próximas aulas, ajudar os alunos individualmente identificando suas necessidades específicas, analisar seu progresso e criar oportunidades de aprender. Enfatizam, ainda, que a resolução de problemas possibilita conduzir o ensino partindo de onde o aluno está e não de onde está o professor.

As observações desses autores vão ao encontro dos Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar (NCTM, 1995) que acentuam duas ideias principais: (1) a avaliação deveria ampliar a aprendizagem dos estudantes; e (2) a avaliação é uma valiosa ferramenta para se tomar decisões educacionais.

No nosso entendimento, uma maneira de integrar a avaliação ao processo de ensino e aprendizagem, concordando com o que apontam Allevato (2005) e Van de Walle (2009), é a realização de trabalhos diários envolvendo resolução de problemas. Entretanto, esses autores recomendam que esses trabalhos sejam desenvolvidos também em pequenos grupos, pois esta é uma oportunidade que os alunos têm de ampliar seus conhecimentos e capacidades de resolver problemas, de aprimorar seus processos e estratégias individuais e de criar alternativas a partir das contribuições dos colegas.

Contreras e Carrillo (1998) defendem a combinação de trabalho individual com trabalho desenvolvido em grupos, pois essa combinação de trabalhos propicia aos alunos a construção autônoma do conhecimento através de situações em que o aluno é capaz de criar e desenvolver sua capacidade de resolver problemas. É especialmente rico o momento final (plenária) com toda a classe, momento em que os estudantes discutem suas compreensões, confrontando-as com as dos demais colegas, questionando e analisando suas estratégias de resolução, sem a intervenção sancionadora do professor.

Acreditamos, portanto, que a junção do que é indicado por todos esses autores configura-se em uma oportunidade para o aluno se autoavaliar ou de se construir uma prática de avaliação entre os alunos e dentro do próprio grupo de trabalho. Dessa forma, elimina-se a necessidade de um julgamento exclusivo do professor, do tipo “está certo ou está errado”, “aqui você errou” ou “isso você não sabe”. Ou seja, a avaliação através

da resolução de problemas considera o grau de dificuldade que os alunos apresentam no processo de construção de conhecimento, como são superadas essas dificuldades pelos estudantes e os avanços que conquistam.

Além disso, segundo os Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar (NCTM, 1995), a avaliação deve refletir a Matemática que todos os alunos precisam saber e são capazes de fazer. Em geral, os sistemas de ensino definem, em suas propostas curriculares, os conteúdos que devem ser explorados em sala de aula e que os alunos devem dominar. Van de Walle (2009) nos faz um alerta de que a avaliação deve levar a refletir sobre a Matemática que os alunos deveriam saber, e não unicamente sobre aquela que eles não sabem. Além disso, a avaliação durante o ensino deveria retratar o desenvolvimento do potencial matemático dos alunos, assim como as habilidades de resolver problemas, e não apenas as habilidades procedimentais.

Com relação aos processos de avaliação, Buriasco (2004) assegura que eles devem, ao menos, evidenciar: o modo como o aluno interpretou sua resolução para dar a solução de um problema; quais foram as escolhas feitas pelo aluno para lidar com a situação; quais conhecimentos matemáticos (prévios) o aluno utilizou na resolução; e a forma de o aluno se comunicar matematicamente, demonstrando sua capacidade de expressar ideias matemáticas, oralmente ou por escrito, presentes nas estratégias e/ou procedimentos utilizados para lidar com a situação proposta.

Considerar uma avaliação atendendo a esse último item, ou seja, avaliando a forma de o aluno se comunicar, é uma maneira de possibilitar que ele se aproxime do conceito ou do conteúdo em estudo. Isso se dá no momento em que alunos e professor debatem as resoluções e soluções apresentadas por eles na plenária. Nesse momento, ora o aluno, ora o professor, são emissores no diálogo que torna promissor o processo de ensino e da aprendizagem, uma vez que, nessas discussões, estão contidas informações que permitem tanto ao professor, como orientador, quanto aos alunos, como construtores do conhecimento novo, tomarem decisões que possam melhorar a aprendizagem, assim como o próprio ensino.

Para que isso ocorra, é importante o uso da resolução de problemas como tarefa diária, pois resolvendo e discutindo problemas os alunos podem fornecer um conjunto de dados muito amplo e útil, também para avaliar o próprio professor, assim como seu plano de ensino e os programas curriculares. Assim, avaliação escolar não se refere somente ao rendimento dos alunos ou a uma responsabilidade que recai exclusivamente sobre eles, mas envolve outros intervenientes no processo de desenvolvimento de um currículo (PACHECO, 1995). Ela tem a função de fornecer aos alunos informações sobre o desenvolvimento de capacidades, competências e saberes que lhes são cobrados socialmente, bem como de auxiliar os professores a identificar quais objetivos foram atingidos, com vistas a reconhecer a evolução matemática dos alunos e (re)orientar os trabalhos em sala de aula.

Em particular, no contexto da sala de aula de Matemática, a avaliação deveria também dar informações sobre o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos dos alunos e sobre a capacidade para aplicar esses conhecimentos na

resolução de problemas. Dessa forma, é necessário que os resultados, expressos pelos instrumentos de avaliação, forneçam ao professor informações de cada aluno em utilizar a linguagem matemática adequadamente para comunicar suas ideias e em desenvolver raciocínios e análises, favorecendo, assim, o progresso pessoal e a autonomia do aluno (BRASIL, 1999).

A resolução de problemas, na perspectiva que defendemos, propõe uma forma de interação dos estudantes com o problema a ser resolvido, não como uma “máquina”, de forma mecânica, mas como uma pessoa raciocinando. Portanto, resolver um problema pressupõe que o aluno elabore uma ou várias estratégias de resolução e compare seus resultados com os dos colegas, validando seus procedimentos. Essa tarefa não se resume a compreender o que foi proposto e dar respostas aplicando procedimentos adequados, mas envolve a busca por novos conhecimentos. Daí a importância de a resposta correta ceder lugar à importância do processo de resolução.

Percebemos, assim como outros pesquisadores (SCHROEDER; LESTER, 1989; ONUCHIC, 1999; ALLEVATO, 2005; VAN DE WALLE, 2009; NUNES, 2010; COSTA, 2012), que o trabalho através da resolução de problemas auxilia o processo de identificação de como pensam os alunos, funcionando adequadamente como indicador de oportunidades para ampliação da compreensão de determinado conceito e da percepção da presença de concepções errôneas nos alunos, detectando lacunas no conhecimento e oferecendo oportunidades para que o professor realize suas intervenções. Permanecemos, assim, com o entendimento de que avaliação e erro são procedimentos essenciais no ensino e na aprendizagem de Matemática. O fato de acreditarmos que a avaliação não pode representar um momento específico do processo de ensino-aprendizagem nos leva a utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação para enfatizar nosso desejo de que a avaliação seja uma atividade constante e síncrona, ou seja, que aconteça simultaneamente e integrada ao ensino e à aprendizagem (PIRONEL, 2002).

A palavra composta “ensino-aprendizagem-avaliação” tem a intenção de expressar que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente, durante a construção do conhecimento pelos estudantes, através da resolução do problema proposto. Assim, essa “nova” metodologia de ensino de Matemática consegue integrar a avaliação ao processo, ou seja, o professor consegue perceber as dificuldades, acompanhar os avanços dos estudantes e, com isso, aumentar a aprendizagem e (re) planejar sua prática docente quando necessário (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009).

Nesse sentido, procuramos ressaltar em nossa pesquisa alguns aspectos da avaliação no processo de ensino e aprendizagem, pois detectando o que os (futuros) professores já sabiam, assim como suas dificuldades, percebemos como a resolução de problemas pode servir de apoio na superação dessas dificuldades para a aprendizagem da proporcionalidade e na promoção de uma nova forma de compreensão de conteúdos já conhecidos.

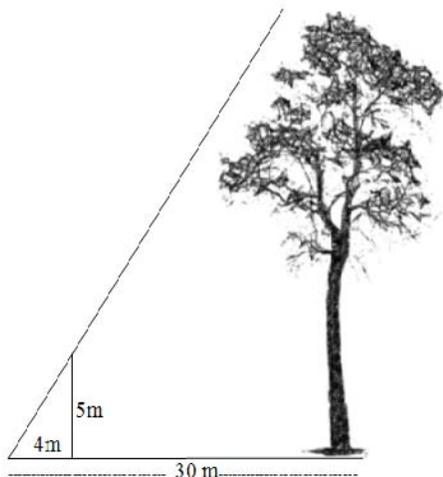
Finalmente, tendo desenvolvido estas reflexões acerca da avaliação e de como está vinculada à resolução de problemas, apresentamos, na próxima seção, essas discussões a partir do problema gerador.

O PROBLEMA GERADOR: RESOLUÇÃO E AVALIAÇÃO

Nesta seção, descreveremos e analisaremos um dos problemas aplicados durante a vivência dos (futuros) professores com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas, cujo objetivo foi o de verificar como os (futuros) professores exploram o conceito de proporcionalidade, neste caso, envolvendo o Teorema de Tales.

Problema Gerador

Qual a altura da árvore, de acordo com a figura?



Fonte: adaptação Andrini e Vasconcellos, 2006.

Para a resolução desse problema, foi solicitado aos licenciandos que o resolvessem primeiro individualmente e, só após todos terem encontrado uma solução, que se sentassem em duplas e discutissem o que haviam feito. Nosso objetivo com essa ação foi o de dar a cada dupla a oportunidade de discutir a solução encontrada por cada um dos integrantes e possibilitar aos (futuros) professores encontrar uma nova solução ou permanecer com a que foi encontrada individualmente.

Nas Figuras 1 e 2, são apresentadas algumas das resoluções apresentadas pelos (futuros) professores⁴.

FIGURA 1 – Resolução incorreta apresentada por ADR1.

Resolução Individual

$$\frac{4}{26} = \frac{5}{x}$$

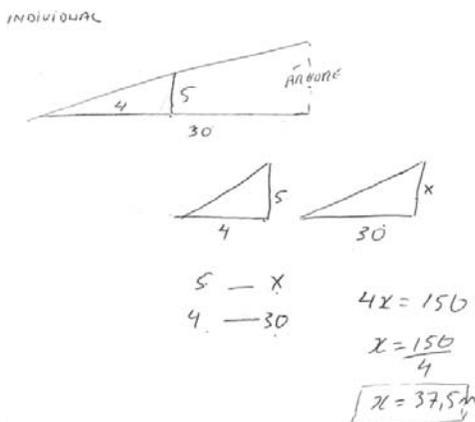
$$4x = 130$$

$$x = \frac{130}{4}$$

$x = 32,5m$

Fonte: arquivo dos pesquisadores.

FIGURA 2 – Resolução correta apresentada por ADR2.



Fonte: arquivo dos pesquisadores.

Observando essas resoluções **individuais**, percebemos que ADR1 e ADR2 utilizaram estratégias diferentes: o primeiro resolveu o problema partindo da definição de proporção, ou seja, da igualdade entre duas razões, enquanto que o segundo foi diretamente à regra de três; no entanto, cada um encontrou uma solução diferente.

⁴ Para mantermos a identidade dos (futuros) professores, usaremos pseudônimos: ADR1, ADR2, ADR3..., para identificá-los em suas resoluções.

A seguir, apresentaremos as soluções encontradas **pela dupla** ADR1 e ADR2 para esse mesmo problema. Podemos perceber nas resoluções que houve uma discussão entre eles, possibilitando chegarem a um consenso sobre a solução que satisfizesse o que foi solicitado. A dupla realizou duas tentativas (estratégias) de resolução; a primeira é apresentada na Figura 3.

FIGURA 3 – Resolução incorreta apresentada por ADR1 e ADR2.

EM DUPLA

$$5 \text{ --- } x+5$$

$$4 \text{ --- } 30$$

$$4(x+5) = 150$$

$$4x+20 = 150$$

$$4x = 130$$

$$4x = 150 - 20$$

$$4x = 130$$

$$x = \frac{130}{4}$$

$$x = 32,5 \text{ m}$$

Fonte: arquivo dos pesquisadores.

Embora, em termos algébricos, a dupla tenha resolvido corretamente a equação decorrente da regra de três, o número 32,5 que apresentaram não corresponde à solução do problema, que ficou inacabado. Por isso, eles recorreram a uma nova tentativa (Figura 4).

FIGURA 4 – Resolução correta apresentada por ADR1 e ADR2.

Resolução em Dupla.

$$4 \text{ --- } 30$$

$$5 \text{ --- } 5+x$$

$$\frac{4}{5} = \frac{30}{5+x}$$

$$4(5+x) = 5 \cdot 30$$

$$20 + 4x = 150$$

$$4x = 150 - 20$$

$$4x = 130$$

$$x = \frac{130}{4}$$

$$x = 32,5 \text{ m}$$

$$5+x =$$

$$5+32,5 = \boxed{37,5 \text{ m}}$$

Fonte: arquivo dos pesquisadores.

Nessa resolução, os (futuros) professores registraram a igualdade entre duas razões, transformando-a em uma equação de 1º grau para encontrar a solução, ou seja, a dupla resolveu utilizando elementos e processos algébricos. Dessa vez, de forma correta, eles fizeram o desenho de dois triângulos retângulos, utilizaram o conceito de proporcionalidade e, através da multiplicação dos extremos pelos meios, encontraram o valor desconhecido $x=32,5\text{m}$. Somando 5 ao valor de x , isto é, calculando $5 + x$ encontraram a solução correta, $37,5\text{m}$.

ADR2 declarou que, para ele, esse foi, de fato, um problema, pois teve dificuldade e só conseguiu entender o que estava sendo solicitado depois de discutir com o colega ADR1. Eles consideraram que se tratava de dois triângulos semelhantes e por isso somaram a “altura do primeiro com a altura do segundo” utilizando propriedades das grandezas diretamente proporcionais.

Outra dupla apresentou suas resoluções. Primeiramente, mostraremos as resoluções individuais de cada licenciando (Figura 5 e 6).

FIGURA 5 – Resolução incorreta apresentada por ADR6.

individual

$$\frac{5}{30} = \frac{x}{30}$$

$$30x = 5 \cdot 30$$

$$\frac{30x}{30} = \frac{150}{30}$$

$x = 5\text{m}$

Fonte: arquivo dos pesquisadores.

FIGURA 6 – Resolução correta apresentada por ADR3.

INDIVIDUAL:
ANALISANDO a figura temos:



usando o teorema de Tales temos:
fazendo uma proporcionalidade, assim,
onde $\frac{4}{30}$ que se relaciona com o
comprimento a 5: h que diz respeito as
alturas, sendo assim temos:

$$\frac{4}{30} = \frac{5}{h} \Rightarrow 4h = 5 \cdot 30 \Rightarrow 4h = 150 \Rightarrow h = \frac{150}{4}$$

$$\Rightarrow h = 37,5\text{m}$$

Fonte: arquivo dos pesquisadores.

Esses licenciandos utilizaram estratégias diferentes para solucionar o problema: ADR6 utilizou o produto cruzado, enquanto ADR3 recorreu ao Teorema de Tales; desse modo, ambos perceberam uma situação de proporcionalidade no problema.

Após terem solucionado individualmente o problema, os (futuros) professores buscaram chegar a um consenso sobre suas resoluções, conforme veremos no protocolo (Figura 7).

FIGUA 7 – Resolução correta e justificativa apresentadas por ADR3 e ADR6.

Dupla

$$\frac{4}{30} = \frac{5}{h}$$

$$4h = 150$$

$$h = \frac{150}{4}$$

$$h = 37,5$$

Obs: por que o do colega estava mais coerente em relação ao teorema de Tales pela semelhança de triângulos

Dúpla:
Apesar de analisar a resolução do companheiro, continuei com a mesma linha de raciocínio que fiz anteriormente, ou seja, de 37,5m.

Fonte: arquivo dos pesquisadores.

Evidenciamos que os licenciandos discutiram suas resoluções e chegaram a um consenso. ADR3 afirmou que analisou a resolução do colega (ADR6), mas que continuou com a sua. O colega confirmou e concordou com a posição de ADR3, dizendo que ele estava mais coerente em sua resolução. Aqui fica evidente a importância do trabalho em pequenos grupos, e da avaliação realizada pelos próprios licenciandos, como parte essencial do processo de ensino-aprendizagem, em que puderam colocar suas ideias, discuti-las e, com isso, construir novo conhecimento a partir e através das resoluções dos problemas. A avaliação dos processos empregados nas resoluções individuais foi feita pela própria dupla de alunos, que foi capaz de perceber as falhas e imprecisões e aprimorar suas resoluções.

Segundo os dois participantes, de imediato tiveram (individualmente) dificuldades para entender/interpretar o problema, mas, depois de algumas discussões entre eles (dupla), chegaram à conclusão de que, para resolvê-lo, deveriam utilizar o Teorema de Tales, ou seja, que feixes de retas paralelas intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes. Então, percebendo a proporcionalidade, utilizaram a regra de três para solucionar o problema.

Após todos os licenciandos terem entregado as resoluções feitas individualmente e em duplas, perguntamos o que eles acharam do nosso procedimento. Um deles disse:

– ADR2: Ajudou muito, pois pudemos discutir e, só depois disso, chegamos à conclusão de que a minha resolução estava incompleta.

Solicitamos que cada licenciando colocasse sua resolução na lousa para que pudéssemos discutir na plenária e chegar a um consenso à solução. Iniciamos com a apresentação das resoluções feitas individualmente; depois discutimos as apresentadas pelas duplas. Como se tratava de um conteúdo que já havíamos formalizado anteriormente, dessa vez não fizemos a formalização, apenas discutimos cada resolução e chegamos à solução correta para o problema.

Assim, além da oportunidade que os (futuros) professores tiveram, na dupla, de refletir e buscar com tranquilidade a resolução correta para o problema, as discussões realizadas durante a plenária ajudaram os (futuros) professores a esclarecer dúvidas e ampliar seus conhecimentos com relação ao conceito de proporcionalidade, embora tenha sido um momento em que percebemos que eles ainda apresentavam dificuldades com relação ao conteúdo.

Vale ressaltar que a avaliação fez parte do processo a todo o momento: iniciou-se no instante em que os licenciandos começaram a resolver o problema até o momento da plenária. O pesquisador foi observando a maneira como eles interpretaram o problema, as estratégias utilizadas, a interpretação da resolução e a solução apresentada, verificando o que eles já sabiam e em que ainda apresentavam dificuldades, sendo um incentivador e motivando-os na resolução do problema.

Na plenária, momento em que os licenciandos apresentaram e discutiram suas resoluções, o pesquisador continuou avaliando o processo (estratégias) de resolução, não com apontamentos do tipo “está correto” ou “está errado”, mas percebendo as dificuldades demonstradas e as superadas por eles, considerando o grau de dificuldade que apresentaram durante a resolução do problema e os avanços que conquistaram, além de observar os conhecimentos matemáticos prévios trazidos e a capacidade de expressar suas ideias matemáticas oralmente e por escrito.

Considerar a avaliação dessa forma é valorizar a resolução apresentada pelos estudantes, com a finalidade de compreender os procedimentos e/ou estratégias adotadas por eles para chegar à solução. Essa conduta tem o intuito de envolver os alunos em atividades que os façam pensar “sobre” e de desenvolver a Matemática que eles precisam aprender. Essas atividades são fontes de valiosas informações que permitem ao professor auxiliar os alunos e, com isso, avaliar seu progresso, servindo como auxílio para planejar as próximas aulas, e avaliar e reformular os processos se necessário.

As pesquisas apontam para o potencial avaliativo da resolução de problemas. Por isso, concordamos com os autores quando atribuem à resolução de problemas um potencial importante de avaliação no ensino e na aprendizagem (SCHROEDER; LESTER, 1989; ALLEVATO, 2005; VAN DE WALLE, 2009; NUNES, 2010; COSTA, 2012).

Vale ressaltar que entendemos a avaliação como sendo um instrumento indicador de oportunidades para os alunos desenvolverem compreensão de determinado conceito, para a detecção do que os alunos já sabem e das lacunas de conhecimento para, dessa forma, ir à busca de sanar necessidades específicas para o aprendizado. Associada a outros recursos, acreditamos que a resolução de problemas permite (re)direcionar as condutas do ensino de Matemática e ajudar os alunos em sua aprendizagem (VAN DE WALLE, 2009).

REFLEXÕES FINAIS

A presente pesquisa surgiu a partir de inquietações que trazíamos acerca das avaliações utilizadas nas escolas que se fundamentam principal ou unicamente em interrogatórios orais, testes escritos ao final de um bimestre letivo, ou testes unificados, ditos de “avaliação em larga escala”, usados nos países, estados e municípios.

Por isso, acreditamos que mudanças na definição de objetivos para o ensino, na maneira de conceber a aprendizagem, na interpretação e na abordagem dos conteúdos matemáticos sejam necessárias, pois, implicam repensar as finalidades da avaliação, sobre “o que” e “como” se avalia e, conseqüentemente, sobre “o que” e “como” o aluno está aprendendo. Nesse sentido, é preciso repensar certas ideias que predominam sobre o significado da avaliação em Matemática, particularmente as que concebem como prioritário avaliar apenas se os alunos memorizam regras e esquemas, não verificando a compreensão dos conceitos, o desenvolvimento de atitudes e procedimentos e a criatividade nas soluções, que, por sua vez, se refletem nas possibilidades de enfrentar situações-problema e resolvê-las.

Por isso, em nossa pesquisa, valorizamos as resoluções apresentadas pelos (futuros) professores com a finalidade de compreender as estratégias adotadas para chegar à solução, possibilitando, assim, que eles ampliassem sua aprendizagem. Eles mesmos puderam analisar as resoluções desenvolvidas pelos colegas, discutir e chegar a uma conclusão sobre suas próprias resoluções – se estavam corretas ou não –, processos empregados – adequados ou não –, linguagem e representações – dentro dos padrões matemáticos ou não –, sobre a solução obtida – se fazia sentido ou não –, entre tantos outros aspectos. Ou seja, foi desenvolvido um processo riquíssimo, não só de avaliação, mas também de autoavaliação. A autoavaliação é permeada por aspectos metacognitivos, muito importantes para a aprendizagem. Desse modo, a resolução de problemas evidenciou relevante potencial avaliativo, além de ter se constituído como um indicador nas tomadas de decisão para os próximos problemas a serem desenvolvidos.

Tendo desenvolvido estas reflexões acerca da avaliação é que sugerimos que ela seja feita de modo integrado ao ensino e à aprendizagem nas aulas de Matemática através da resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. Resolução de Problemas. In: _____. *Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência*. 2005. 370f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através de resolução de Problemas. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n.55, p.1-19, 2009. Disponível em: <http://www.ufrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87>. Acesso em: 11 maio 2014.
- _____. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.). *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p.35-52.
- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. *Novo Praticando Matemática*, v.4. São Paulo: Editora do Brasil, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática 3º e 4º ciclos: Matemática*. Brasília: MEC, 1998.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio*. Brasília: MEC, 1999.
- BURIASCO, R. L. C. Análise de Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. A. (Org.). *Conhecimento Local e Conhecimento Universal: a aula e os campos do conhecimento*. Curitiba: Champagnat, 2004, p.243-251.
- CAI, J.; LESTER, F. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? In: *Boletim GEPEM*. Tradução: BASTOS, A. S. A. M.; ALLEVATO, N. S. G., Rio de Janeiro, n.60, p.241-254, 2012.
- CONTRERAS, L. R.; CARRILLO, J. Diversas concepciones sobre resolución de problemas en el aula. *Educación Matemática*, v.10, n.1, p.26-37, 1998.
- COSTA, M. S. *Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade através da Resolução de Problemas: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de Matemática*. 2012. 292f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.
- GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. Rio de Janeiro: Record, 2007.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.
- MARANHÃO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. *Referenciais Curriculares: Ensino Médio: Estado do Maranhão*, 2007.
- NATIONAL Council of Teachers of Mathematics. *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1995.
- NUNES, C. B. *O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática*. 2010. 430f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Unesp, Rio Claro, 2010.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p.199-220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de Professores – Mudanças Urgentes na Licenciatura em Matemática. In: FROTA, M. C. R.; NASSE, L. (Org.). *Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates*. Recife: SBEM, 2009, p.169-187.

PACHECO, J. *Avaliação dos alunos na perspectiva da reforma* 2. ed. Porto: Porto Editor, 1995.

PIRONEL, M. *A avaliação integrada no processo de ensino-aprendizagem da matemática*. 2002. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2002.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Org.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. Reston: NCTM, 1989, p.31-42.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Trad. Paulo Henrique Colonese. 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIANNA, C. R. Resolução de Problemas. In: Futuro Congressos e Eventos. (Org.). *Temas em Educação I – Livro das Jornadas 2002*. Curitiba: Futuro Congressos e Eventos, 2002, p.401-410.