O Modelo na Modelagem Matemática na Realidade do Mundo Cibernético

Rodrigo Dalla Vecchia
Marcus Vinicius Maltempi

RESUMO

Nosso objetivo nesse artigo é mostrar que construções usando uma linguagem de programação podem ser entendidas como modelos em uma esfera da Modelagem Matemática. Este objetivo emerge da análise de dados com estudantes de matemática engajados na construção de seus próprios jogos eletrônicos usando a linguagem de programação *Scratch*. Como nosso principal resultado, apresentamos as construções feitas usando a linguagem de programação *Scratch* como modelos matemáticos/tecnológico, que, por serem baseados em uma tecnologia digital, podem incorporar sons e aspectos visual-estéticos em sua estrutura, bem como aspectos relacionados com a linguagem falada, mostrando assim um tipo de modelo que difere daqueles comumente usados em linguagem matemática formal praticada na sala de aula.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. *Scratch*. Realidade do Mundo Cibernético.

The Model in Mathematical Modeling in the Reality of the Cybernetic World

ABSTRACT

Our objective in this paper is to show that constructions made using a programming language can be understood as models in the sphere of Mathematical Modeling. This objective emerged from analysis of data with mathematics students engaged in building their own electronic games using the programming language *Scratch*. As our principal result, we present the constructions made using the *Scratch* programming language as *mathematical/technological models*, which, because they are based in digital technology, can incorporate sounds and visual-aesthetic aspects into their structure, as well as aspects related to spoken language, thus showing a type of model that differs from those commonly used in formal mathematical language practiced in the classroom.

Keywords: Mathematical Modeling. *Scratch*. Reality of Cyber World.

Rodrigo Dalla Vecchia é Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho (UNESP) de Rio Claro. Atualmente é professor e colaborador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Endereço para correspondência: ULBRA/PPGECIM, Av. Farroupilha, 8001, prédio 14, sala 338, 92450-900, Canoas, RS. E-mail: rodrigovecchia@gmail.com
Marcus Vinicius Maltempi é Doutor em Engenharia Elétrica e de Computação pela UNICAMP e pós-doutorado pela Universidade de Londres. Atualmente, é Professor Assistente Doutor da UNESP de Rio Claro e coordenador do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Endereço para correspondência: UUNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computacional. Avenida 24A, 1515, Bela Vista, caixa postal 178, 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. E-mail: maltempi@rc.unesp.br
Recebido para publicação em 30/09/2014. Aceito, após revisão, em 11/11/2014.

INTRODUÇÃO

A Modelagem Matemática, observada sob o ponto de vista da Educação Matemática, pode ser vista de modo múltiplo, abrangendo ações, interesses, encaminhamentos e discussões distintas, dependendo dos objetivos a que se propõem. Mesmo assim, parece haver alguns aspectos que perpassam as diferentes visões defendidas. Um deles é a referência à realidade (ARAÚJO, 2002; DALLA VECCHIA; MALTEMPI 2009; 2010). Este aspecto, em particular, é de nosso interesse, pois, se considerarmos os avanços tecnológicos e informáticos ocorridos nas últimas décadas, a discussão acerca do real se potencializa, gerando adjetivações como realidade do ciberespaço, realidade do mundo cibernético, realidade aumentada, hiper-realidade[1], realidade virtual, etc.

Esse espaço, denotado muitas vezes por virtual, é diferenciado, permitindo e possibilitando ações e interações que se diferem na espacialidade e na temporalidade comumente vividas no cotidiano. Segundo Bicudo e Rosa (2010), considerar o mundo cibernético como realidade requer concebê-lo sob uma ótica distinta da defendida pela ciência moderna quando fala de realidade física e objetiva, referindo-se ao lugar no qual estão ou são colocadas as entidades passíveis de mensuração (espacialmente e temporalmente) e manipuláveis em sua fisicalidade. Para esses autores, se for considerada essa visão, o mundo cibernético não pode ser visto como real, uma vez que o "onde" desse mundo se apresenta de modo característico, não cabendo no espaço cartesiano da física clássica. Nesse sentido, afirmam que

> Não se trata de um espaço físico, que acolhe pontualmente pessoas e inter-relações, pois se expande por conexões que não se encaixam no gráfico cartesiano. São conexões velozes e que se bifurcam, criando outras conexões, atingindo outros espaços físicos, gerando múltiplas possibilidades de relações, configurando realidades possíveis, projetadas, inventadas. (BICUDO; ROSA, 2010, p.21)

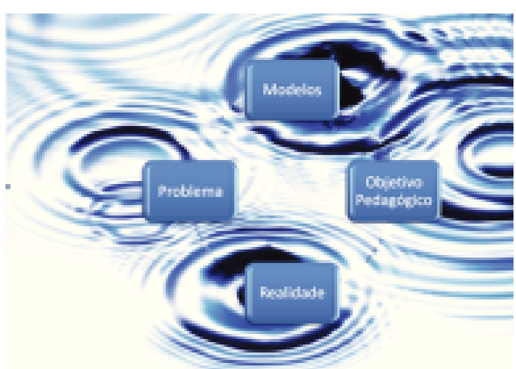
É na referência a este espaço, que fundamos nossas investigações, empiricamente motivadas pelas possíveis distinções que o mundo cibernético pode conferir à MM. Entendemos que o campo de investigação pode ser ampliado e potencializado, quando a visão de realidade abranger as dimensões de atualização proporcionadas pelas tecnologias. Não se trata de apenas usar a tecnologia como mediadora no processo de MM, mas sim de considerar que os modelos construídos são feitos para se atualizarem na realidade do mundo cibernético. Nesse contexto, nos questionamos acerca da compreensão da própria MM nesse universo que se abre e suas consequências para o campo pedagógico e teórico dessa área da Educação Matemática. Com base nessa inquietação, temos como máxima, compreender como se mostra a MM na realidade do mundo cibernético, sob o ponto de vista da Educação Matemática.

[1] A hiper-realidade é um aspecto discutido por Baudrillard (1991) e trata do simulado como algo que é abrangido pela realidade mundanamente vivida, porém se mostra em um campo que avança na medida em que a contradição entre o imaginário e o real vai sendo minimizada. Segundo esse autor, a hiper-realidade pode ser associada à simulações que não necessariamente possuem um referencial, um território ou uma substância e residem em um campo dado pela entrada do imaginário.

Como meio para tangenciar esse tipo de investigação, nos utilizamos da construção de jogos eletrônicos, feitos por meio do *Scratch*, que é um *software* livre desenvolvido no MIT (*Massachusetts Institute of Technology*). Este se constitui como uma linguagem de programação visual e permite ao usuário construir interativamente suas próprias histórias, animações, jogos, simuladores, ambientes visuais de aprendizagem, músicas e arte. Ao observar as construções feitas com o *Scratch* por meio da ótica da MM, tem-se como consequência que aquilo que está sendo analisado e construído surgiu de um contexto que diz respeito ao ambiente no qual o jogo irá se desenvolver, isto é, o *locus* no qual os modelos que orientam o jogo irão se atualizar é a realidade do mundo cibernético. Esse processo investigativo nos levou, até o momento de escrita desse artigo, a avaliar quatro aspectos que entendemos apresentarem características interessantes quando a realidade do mundo cibernético é colocada em evidência na MM, que são: modelo/linguagem, problema, objetivos pedagógicos e a própria referência à realidade. Com base nas pesquisas que temos feito acerca desses aspectos, consideramos a MM como sendo um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade (DALLA VECCHIA; MALTEMPI, 2012; DALLA VECCHIA; 2012; MALTEMPI; DALLA VECCHIA, 2013).

De modo mais específico, ao considerar essa visão, entendemos ser possível observar que a MM, quando pondera o mundo cibernético como uma dimensão de abrangência, se mostra fluida, em constante transformação. Essa fluidez não se dá somente devido à referência à realidade, que por si só já admite distinções qualitativas frente a outras dimensões da realidade, mas também pela composição dos quatro aspectos considerados relevantes: objetivo pedagógico, modelos/linguagem, problema e realidade (DALLA VECCHIA, 2012). De modo alegórico, entendemos que as características múltiplas de cada um se entrelaçam, influenciando o processo de MM, do mesmo modo que pedras atiradas em um lago de águas paradas influenciam as ondulações do mesmo (Figura 1).

FIGURA 1 – MM vista como um fluxo que se desdobra por meio da multiplicidade dada pelo modelo, pelo problema, pelo objetivo pedagógico e pela realidade.



Fonte: a pesquisa.

Ao visualizar a Figura 1, é possível observar que as ondulações não formam um campo isolado, mas sim campos que se afetam, formando fluxos. Avaliada por meio dessa perspectiva, a MM pode ser vista como um processo, que não se mostra estático, pois qualquer alteração pode influenciar de modo decisivo o encaminhamento na busca de uma solução para o problema. Assim, no âmbito dessa investigação, o processo de MM é compreendido como sendo não necessariamente linear ou formado por etapas pré-determinadas, mas sim que somente se mostra ao longo do próprio processo.

Pela amplitude da discussão, focaremos, neste artigo, apenas nos aspectos que dizem respeito ao modelo/linguagem. Entendemos que, além das distinções qualitativas no modo como o modelo se mostra, a discussão poderá contribuir para o debate que envolve o entendimento do mesmo, uma vez que, segundo o relatório do *Working Group 6 Applications and Modelling do CERME*[2] *8*, não há consenso na MM sobre esse conceito. Para tanto, traremos uma breve construção teórica que é fruto de uma reflexão acerca do processo de análise de dados produzidos no primeiro semestre do ano de 2009, junto a um grupo de oito estudantes de Licenciatura em Matemática quando construíam seus próprios jogos eletrônicos utilizando a linguagem de programação *Scratch*.

Em particular, argumentaremos em favor da utilização de uma multiplicidade de linguagens nos processos que envolvem a MM – entre elas a linguagem *Scratch* – buscando em Skovsmose (2007) sustentação teórica para isso. Na análise de dados, apresentaremos exemplos de como é possível construir modelos em linguagens distintas das comumente aceitas na academia mostrando que, embora em um primeiro momento a simbologia utilizada não se assemelhe à linguagem acadêmica comumente utilizada pela comunidade matemática, é possível fazer uma "tradução" por meio do cálculo proposicional daquilo que é construído por meio do *Scratch* para uma linguagem matemática formal. A estes modelos, chamaremos de *modelos matemático/tecnológicos*.

MODELO E REPRESENTAÇÃO: UMA CRÍTICA

Basta recorrer a qualquer dicionário para observar que a palavra modelo pode assumir uma gama distinta de significados. No dicionário Ferreira (2009), por exemplo, existem 18 modos diferentes de compreendê-lo, abrangendo uma multiplicidade de variações. Dentre todas as definições e classificações[3] possíveis, nos interessam aqui as que envolvem os modelos usados nas ciências. Nesse âmbito, Hestenes (2010) faz uma interessante apresentação sobre a ideia de modelo, a qual julga ser aceita por muitos pesquisadores da área. Segundo esse autor o modelo pode ser entendido como sendo "[...] uma *representação* da *estrutura* de um dado *sistema*[4]" (HESTENES, 2010, p.17, grifos do autor), na qual *representação*, *estrutura* e *sistema* são pronunciados como:

---

[2] Disponível em http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/Reports/WG6_Report.pdf

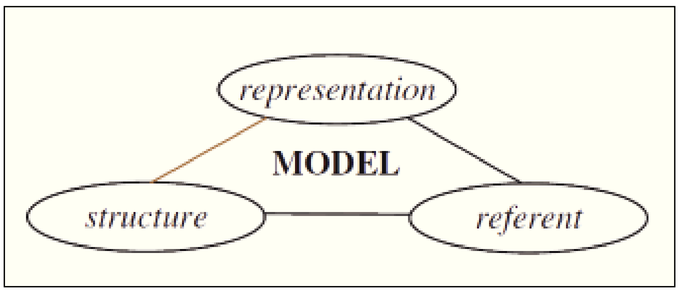
[3] Gilbert, Boulter e Elmer (2000), por exemplo, classificam o modelo em cinco aspectos: concreto, verbal, visual, gestual e simbólico.

[4] "[...] a *representation* of *structure* in a given *system*".

> Um sistema é um conjunto de objetos relacionados, que podem ser reais ou imaginários, físicos ou mentais, simples ou compostos. A estrutura de um sistema é um conjunto de relações entre seus objetos. O próprio sistema é chamado a referência do modelo. Costumamos identificar o modelo com a sua representação em uma inscrição concreta de palavras, símbolos ou figuras (como gráficos, diagramas ou desenhos). Mas não se deve esquecer que a inscrição é complementada por um sistema de regras (principalmente tácito) e convenções para a estrutura do modelo de codificação. (HESTENES, 2010, p.17-18, grifos do autor)[5]

A Figura 2 apresenta a forma simbólica de um modelo, que entrelaça os aspectos apresentados pelo autor.

FIGURA 2 – Forma simbólica de um modelo.



Fonte: Hestenes (2010, p.18).

Em termos de Ciências e de Modelagem Matemática, essa estrutura generalista é alterada por Hestenes (2010, p.18), especificando sistema por *sistemas físicos ou processos* como pode ser observado na seguinte citação: “Um modelo (científico) é uma representação da estrutura de um sistema ou processo físicos[6]”. De modo geral, variações dessa visão são também comumente vistas na comunidade científica que pesquisa sobre MM, havendo a inserção ou troca das palavras *sistemas físicos* ou *processos* pela palavra *real*. É este o caso, por exemplo, da visão de Niss (1989) que entende que a MM pode ser vista como uma representação da realidade, ou, de forma mais específica, como composta por uma tríade envolvendo objetos empíricos (R, que na visão do autor representa a realidade e pode ser associada ao referente), entidades matemáticas (M, que na visão do autor representa a matemática e pode ser associada à estrutura) e uma função f que se refere à relação entre os objetos da realidade com a matemática ($f : R \rightarrow M$).

[5] A *system* is a set of related objects, which may be real or imaginary, physical or mental, simple or composite. The *structure* of a system is a set of relations among its objects. The system itself is called the referent of the model. We often identify the model with its *representation* in a concrete inscription of words, symbols or figures (such as graphs, diagrams or sketches). But it must not be forgotten that the inscription is supplemented by a system of (mostly tacit) rules and conventions for encoding model structure (HESTENES, 2010, p.17-18, grifos do autor).
[6] A (scientific) model is a representation of structure in a physical system or process.

Notadamente vemos na visão de Niss (1989) que a ideia de modelo como representação implica diretamente no modo como a própria MM é compreendida, sendo esta também compreendida como uma *representação da realidade*.

Embora esse modo de compreender modelo seja frequentemente aceito, autores como Skovsmose (2007) trazem fortes críticas a ele, principalmente no que diz respeito ao uso da palavra *representação*. Para esse autor, a metáfora de modelo como representação pode ser associada a uma espécie de "fotografia", que retrata a realidade assim como um mapa retrata uma região geográfica. Por conseguinte, do "[...] mesmo modo que um mapa topográfico pode representar uma situação [...] também a essência da linguagem é uma representação da realidade" (SKOVSMOSE, 2007, p.110).

Nessa perspectiva, somente uma linguagem com aspectos especiais – como a matemática e sua lógica formal – poderia representar ou "fotografar" a realidade adequadamente. Entretanto, a teoria da representação é colocada em suspensão, justamente pela incapacidade de apresentar os argumentos que permitem compreender a associação do fenômeno com aspectos matemáticos.

Para sustentar essa crítica, esse autor afirma que não é possível expressar em linguagem a natureza da semelhança entre essa mesma linguagem e a realidade descrita por ela mesma. Como forma de clarificar essa ideia, Skovsmose (2007) traz o exemplo de uma tela feita por um artista que representa uma bela mulher e questiona: como seria outra tela que apresentasse o modo como o quadro representa a beleza da mulher? Como seria um quadro que apresentasse a forma como a beleza é representada no desenho ou que representasse como a beleza é? Ou nas próprias palavras de Skovsmose (2007, p.112):

> Como fazer um desenho do modo como o quadro representa a realidade? Isso não parece possível para artistas. Nem mesmo parece fazer sentido. A semelhança entre a beleza e o desenho da beleza não pode ser expressa por um novo desenho. Ou por qualquer desenho.

Desse modo, o autor aponta que a natureza da representação não pode ser tratada por meio da linguagem usada para a representação, ou seja, descrever o que é modelo (e consequentemente a MM, na visão defendida por Niss (1989)) por meio de formas simbólicas (Figura 2) ou funções ($f : R \rightarrow M$) gera uma insuficiência linguística, pois são a mesma linguagem usada para descrever a própria matemática. Em outras palavras, a crítica que está sendo feita a esse modo de compreender o modelo não está exatamente em como é apresentado (sendo constituído por um entrelaçamento entre representação, estrutura e referente e entendido como uma representação de uma estrutura em um sistema físico, processo ou na realidade), mas sim pela insuficiência da linguagem em descrever a situação.

Segundo Skovsmose (2007), a metáfora apresentada abarca um dualismo que destaca, de um lado, as operações com conceitos matemáticos como sendo parte do mundo das estruturas e, de outro, operações com conceitos matemáticos envolvendo a realidade do mundo empírico. Em outras palavras, as "[...] noções da teoria matemática selecionada podem se referir aos objetos empíricos, e as relações entre esses objetos podem ser descritas em termos de equações" (SKOVSMOSE, 2007, p.108). Desse modo, ao favorecer uma interpretação matemática de um conjunto de fenômenos empíricos, é possível fazer deduções por meio de modelos, como se a situação investigada fosse uma parte da matemática. Consequentemente, a elaboração de modelos pode ser entendida em um contexto que os compreende como neutros. Esse modo de compreender o modelo e, consequentemente, a Modelagem Matemática, além de levar a uma ideologia da certeza (BORBA; SKOVSMOSE, 1997) que prega uma matemática inquestionável e que pode ser usada como instrumento de poder, mostra-se incoerente na visão de Skovsmose (2007), uma vez que a linguagem matemática é utilizada para descrever como ela própria se assemelha com a realidade.

Com base nessas críticas apresentaremos, nas próximas seções, argumentos para defender que o processo de MM pode se valer da utilização de múltiplas linguagens, e que podem se mostrar distintas das comumente aceitas pela academia.

METODOLOGIA

A metodologia utilizada na realização da investigação é de caráter qualitativo. Na abordagem qualitativa, conforme Santos Filho e Gamboa (2000) e Lincoln e Guba (1985) o propósito fundamental é a compreensão, a explanação e a interpretação do fenômeno estudado, visando uma interlocução coerente entre pesquisadores, pesquisa e pesquisado.

Os sujeitos da pesquisa foram oito alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade do sul do Brasil que participaram de um curso intitulado "Construção de Jogos Eletrônicos", ocorrido no primeiro semestre do ano de 2009, com duração de 16 horas. Optamos por associar MM e construção de jogos eletrônicos, pois as situações analisadas diriam respeito a acontecimentos provenientes do mundo cibernético e, dessa forma, seria possível implementar um processo investigativo que poderia contribuir para o entendimento da própria Modelagem Matemática.

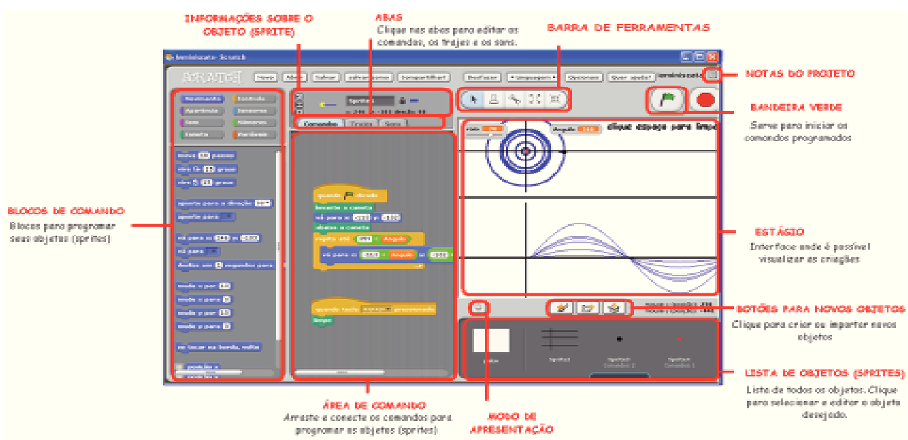
O software utilizado para a criação dos jogos eletrônicos foi o *Scratch*, que se constitui em uma linguagem de programação. Para manuseio do *Scratch*, o usuário obrigatoriamente necessita expressar seu pensamento na forma de comandos. Toda ação de qualquer objeto deve ser programada e explicitada. Os comandos são visualizados por meio de blocos que são arrastados para uma área específica e conectados, formando a programação do ambiente (Figura 3).

FIGURA 3 – Exemplo de programação feita no *Scratch*.

Fonte: a pesquisa.

A interface é intuitiva e o manuseio de suas ferramentas não requer comandos complexos. Cabe salientar ainda que possui a opção da linguagem em português. Todos os ambientes criados nessa linguagem são em duas dimensões (2D). Sua interface é composta por três principais áreas: a área formada pelos blocos de comando, que fica à esquerda, a área de comando no centro, na qual os blocos de comando são arrastados e conectados, e o estágio, que fica à direita e é a interface na qual é possível visualizar as criações (Figura 4).

FIGURA 4 – Interface do *Scratch*.



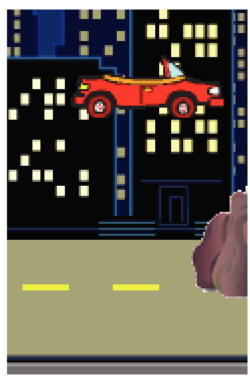
Fonte: a pesquisa.

A coleta de dados deu-se por meio de filmagens feitas com o software Camtasia, que permite filmar simultaneamente a tela do computador e as pessoas que o estão manipulando, gravando seus gestos e argumentações. Para análise, foram criados episódios, entendidos aqui como "histórias" que dizem respeito aos fatos ocorridos ao longo da produção de dados e mesclam transcrições literais e o relato e análise frente às ações e posicionamentos tomados pelos envolvidos nas construções dos jogos eletrônicos, entendendo que estes trazem luz à questão orientadora. Na próxima seção apresentaremos um recorte dos episódios analisados.

MULTIPLICIDADE DE LINGUAGENS E RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA

Para o processo de construção de jogos eletrônicos, os participantes foram divididos em quatro duplas. Os dados avaliados nessa seção dizem respeito à dupla formada pelas estudantes Laura e Ana[7] que decidiram construir um jogo de corrida, no qual um carro deveria desviar de obstáculos que surgissem na pista. Na particularidade do Episódio que envolve esse artigo, toda a situação se desenvolve em função do movimento do objeto carro que, em um momento inicial, é condicionado por um modelo que permite sua movimentação vertical ao longo de toda área de estágio. Entretanto, essa permissividade na movimentação extrapola a região delimitada pela estrada na figura que forma o palco na área de estágio, fazendo com que o carro "flutue" (Figura 5).

FIGURA 5 – Objeto carro ultrapassando a área delimitada pela estrada.

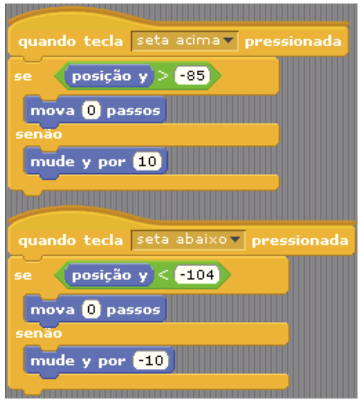


Fonte: a pesquisa.

Em função da atualização dos comandos não condizer com o objetivo das estudantes (que era o de manter o movimento do carro restrito à região que condizia com a estrada na figura de fundo), foram efetuadas uma série de argumentações, que culminaram com a solução para o problema. O modelo que resulta desse processo pode ser visualizado na Figura 6.

[7] Nomes Fictícios, modificados a pedido dos participantes.

FIGURA 6 – Modelos do movimento do carro.



Fonte: a pesquisa.

Observando a Figura 6, entendemos ser possível ter uma compreensão daquilo que o modelo faz, pois sua linguagem assemelha-se à linguagem materna e envolve aspectos matemáticos básicos. Por exemplo, a parte superior do modelo diz respeito a uma limitação de movimentação vertical: quando a tecla seta acima do teclado for pressionada, se a ordenada (y) for maior que -85 (a tela de estágio, que atualiza todos os modelos, é formada por um sistema cartesiano[8] que varia em torno de -250 a 250 tanto para o eixo x quanto para o eixo y) a posição vertical do carro não se altera (move 0 passos); caso contrário (senão) a posição vertical se altera 10 passos.

Nosso questionamento acerca da Figura 6 é: podemos considerar essa construção como um modelo, oriundo de um processo de Modelagem Matemática, uma vez que sua linguagem não é a exatamente aceita na academia (ou ensinada na escola)? Respondemos essa pergunta, por meio de duas argumentações.

A primeira argumentação é teórica e se sustenta na crítica levantada à ideia de *representação* discutida por Skovsmose (2007). Em oposição à perspectiva de uma MM baseada em uma matemática que representa algo e implica imparcialidade nessa representação, o autor traz a ideia da matemática ser vista como uma linguagem influenciada pelo social. Por conseguinte, aspectos como vivências, objetivos, a forma como a situação é percebida e quem irá receber as informações, influenciam na formulação das teorias matemáticas, fazendo com que o enunciado matemático já nasça carregado de pressupostos sociais e, de modo intrínseco, voltado a um público.

Assumindo esse conjunto de convicções, Skovsmose (2007) entende que a matemática não pode ser vista somente como uma linguagem que *representa* determinada situação, isentando o modelador de sua relação com o social e as pessoas que tomam decisões vinculadas a um modelo de sua responsabilidade, tendo em vista a “imparcialidade” dada

[8] Unidade medida em “passos”.

pela lógica formal. Sob essa ótica, não faz sentido falar em uma única linguagem, mas sim em linguagens que se referem a algo. De forma mais específica, o que é defendido é que não há uma linguagem ideal ou uma descrição exata daquilo que se observa ou analisa e que qualquer situação pode ser descrita de diferentes formas e sob perspectivas distintas. Nesse contexto, linguagens diferentes também podem implicar descrições diferentes sobre uma mesma situação que está sendo discutida, analisada, avaliada, ou modelada, o que abre caminho para considerar linguagens como o *Scratch*, como é o caso do modelo construído e apresentado na Figura 6. Nesse contexto, há uma descrição da situação que se pretende resolver (o carro deve ficar na região designada para ser a estrada), por meio de uma linguagem que até apresenta alguns símbolos matemáticos, mas que mais se assemelha à linguagem falada. Entretanto, da mesma forma que um modelo matemático, essa construção permite fazer simulações, atualizando-as na tela informacional do computador.

É por meio dessas argumentações, que defendemos as construções feitas com a linguagem *Scratch*, como modelos. Porém, qual a relação desses modelos com a matemática? Com esse questionamento trazemos nossa segunda argumentação. Embora não se mostre de maneira explícita, a construção apresentada na Figura 6 pode ser "traduzida" para uma matemática formal, por meio do cálculo proposicional. De fato, em termos estruturais matemáticos, o modelo apresenta uma organização que mescla a lógica proposicional com aspectos algébrico-geométricos e pode ser visto como dependendo de duas proposições distintas que condicionam os movimentos do objeto carro. Cada uma dessas proposições relaciona duas outras por meio de um conetivo (operador) condicional[9] (apresentado pelo símbolo $\rightarrow$). A primeira dessas duas proposições refere-se à utilização da tecla seta (que chamaremos de p) e a segunda diz respeito à mudança de posição no eixo y (que chamaremos de q). Além disso, necessitaremos na disjunção exclusiva[10] (que pode ser apresentada pelo símbolo $\veebar$). Também nesse modelo foi utilizada a negação[11] de uma proposição, apresentada pelo símbolo "~". Denominando o modelo por M_1, o mesmo depende de duas proposições, a saber A_1 e A_2. Com essa notação, o modelo pode ser descrito por $M_1(A_1, A_2)$, onde A_1 e A_2 são proposições compostas tais que

$$A_1 = P(p_{11}, q_{11}, q_{12}, r_{11}) = p_{11} \rightarrow \left[(q_{11} \rightarrow q_{12}) \veebar (\sim q_{11} \rightarrow r_{11})\right]$$

$$A_2 = P(p_{21}, q_{21}, q_{22}, r_{21}) = p_{21} \rightarrow \left[(q_{21} \rightarrow q_{22}) \veebar (\sim q_{21} \rightarrow r_{21})\right]$$

[9] A Condicional, também conhecida como Implicação, é uma operação entre proposições caracterizada pelo símbolo "$\rightarrow$". Dadas duas proposições quaisquer, p e q, a operação $p \rightarrow q$ pode ser lida como "se p então q". Conforme Rocha (2006, p.77), a "[...] proposição composta resultante da operação de implicação de uma proposição em outra só será falsa se a antecedente [p] for verdadeira e a consequente [q] for falsa. Em outros casos, a proposição resultante será verdadeira".

[10] Dadas duas proposições p e q, a operação $p \veebar q$ é lida como "ou p ou q". Nesse caso, a proposição composta resultante "[...] só será verdadeira se as proposições envolvidas na operação tiverem valores lógicos contrários, isto é, se uma for verdadeira e a outra, falsa" (ROCHA, 2006, p.74)

[11] Segundo Machado e Cunha (2005), nega a proposição, transformando uma verdade em uma falsidade e vice-versa.

Onde

é “tecla seta acima pressionada” (

)

q_{11} é “ posição y > -85” (

)

q_{12} é “mova 0 passos” (

)

r_{11} é “mude y por 10” (

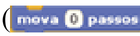
)

p_{21} é “tecla seta abaixo pressionada” (

)

q_{21} é “posição y < -104” (

)

q_{22} é “mova 0 passos” (

)

r_{21} é “mude y por -10” (

)

Por meio da simbologia utilizada em livros de cálculo proposicional e lógica de predicados, é possível avaliar as construções feitas pelas estudantes, mostrando que a linguagem apresentada está associada a conceitos matemáticos. Sendo assim, a linguagem de programação *Scratch*, embora se aproxime da linguagem materna, possui uma base notadamente matemática.

Reunindo esses argumentos, entendemos ser possível fazer uma avaliação que envolva o processo de construção de modelos quando é considerado o mundo cibernético como *lócus* para a atualização dos mesmos. Nesse contexto, o modelo é expresso por uma linguagem específica, própria para o espaço abrangido pelas tecnologias digitais. Essa linguagem, embora tenha uma sustentação baseada na lógica proposicional, pode também apresentar a matemática utilizada no contexto escolar e acadêmico de modo explícito (como é o caso no qual são inseridas funções dadas pelos comandos da seção “números” do ambiente *Scratch*). Além disso, permite que em sua estrutura sejam utilizados aspectos referentes à linguagem materna, ao contexto estético/visual e a aspectos sonoros, por meio de comandos que podem ser “encaixados”. Isso mostra um tipo de modelo que se diferencia daqueles que comumente são utilizados em uma linguagem matemática formal e que somente se configura como tal no contexto abrangido pelo mundo cibernético, onde encontra sustentabilidade e potência para se atualizar. Devido a essas particularidades, entendemos ser coerente tratá-lo, em termos simbólicos, como um modelo *matemático/ tecnológico*.

REFLEXÕES FINAIS

Neste artigo, apresentamos discussões referentes ao modelo na MM, quando se fazem presentes dimensões da realidade que envolvem o mundo cibernético. Para tanto, apresentamos uma reflexão sobre a relação entre modelo e linguagem. Em seguida avaliando uma construção feita por estudantes, defendendo a não existência de uma linguagem ideal para a construção de modelos. Analisamos também essas construções, procurando justificar o uso de linguagens distintas, como o *Scratch* e associá-las a uma linguagem matemática formal. Como principal resultado, destacamos que a utilização de linguagens como o *Scratch* permite, além de apresentar estruturas que se assemelham à linguagem matemática formal, utilizar aspectos referentes à linguagem materna, ao contexto estético/visual e a aspectos sonoros, mostrando um tipo de modelo que somente se configura como tal no contexto abrangido pelo mundo cibernético, onde encontra sustentabilidade e potência para se atualizar.

Embora tenhamos focado a análise na justificativa do uso de outras linguagens e na simbologia, entendemos que as construções feitas no *Scratch* podem também ser avaliadas segundo uma perspectiva crítica de finalidade e em sua relação com a realidade. No que diz respeito à finalidade, consideramos que a discussão acerca da associação das estruturas construídas por meio do *Scratch*, pode contribuir para desmistificar a ideia de que o computador gera resultados que garantem certeza. Esse argumento está associado à ideia de infalibilidade da tecnologia, apresentada por Jablonka and Gellert (2007) que afirmam que o uso das tecnologias pode contribuir para uma "desmatematização", uma vez que podem mostrar resultados sem, necessariamente, apresentar o processo envolvido, levando ao usuário confiar naquilo que está programado. Entendemos que linguagens como as do *Scratch* podem abrir caminho para uma copreensão das limitações e potencialidades que um software possui, contribuindo assim para uma visão crítica da sociedade atual.

Além da finalidade, entendemos que a descrição/classificação do modelo frente à sua relação com a realidade é um aspecto que pode ser entrelaçado com o uso do *Scratch* e de outras linguagens. Em particular, vemos a realidade do mundo cibernético como um diferencial, que coloca a discussão acerca da MM em suspensão, uma vez que foca em um aspecto aparentemente ontológico da MM que é a relação com a realidade. Em nossas pesquisas, procuramos evidenciar esse aspecto, analisando situações ocorridas em termos teóricos, filosóficos que nos dão embasamento para afirmar que, no âmbito da MM no mundo cibernético, não há necessariamente uma relação ou referência ao empírico, como ocorre no caso de ciências como a física. Entendemos, embasados nas referências apresentadas nesse artigo, que nesse espaço seja possível considerar uma campo de abrangência maior para MM, abrindo caminho para o campo do imaginado que, devido à sustentação tecnológica, encontra um espaço de atualização. Além disso, a relação entre a realidade do mundo cibernético e estruturação do próprio modelo podem se confundir, devido à determinação completa dada pela natureza comum de suas bases, notadamente científicas.

É no sentido de evidenciar o modelo em relação à sua relação com a realidade e em relação à sua finalidade que nossas pesquisas avançam, buscando para isso um embasamento que sustente e seja consonante com todos os aspectos discutidos nesse artigo.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática*: as discussões dos alunos. Rio Claro: UNESP, 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BAUDRILLARD, J. *Simulacro e Simulação*. Lisboa: Relógio d'Água, 1991.

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. *Realidade e Cibermundo*: horizontes filosóficos e educacionais antevistos. Canoas: Editora da ULBRA, 2010.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. *For the learning for mathematics*, Kingston, v.17, n.3, p.17-23, 1997.

DALLA VECCHIA, R. *A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético*. Rio Claro: UNESP, 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. Ensaio sobre a Modelagem Matemática e o Virtual. In: XIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, *Anais...* Goiânia, 2009. p.1- 15

______. Modelagem matemática e tecnologias de informação e comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. *BOLEMA:* Boletim de Educação Matemática, v.26, n.43, p.191-218, 2012.

______. Tecnologias Digitais e Percepção da Realidade: Contribuições para a Modelagem Matemática. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. *Anais...* Bahia, 2010. p.1-10.

FERREIRA, A. B. H. *Dicionário Aurélio Eletrônico*. Positivo, 2009.

GILBERT, J. K.; BOULTER, C. J.; ELMDER, R. Positioning models in science education and in design and technology education: In; GILBERT, J. K.; BOULTER, C. J. (Eds.). *Developing models in science education.* Dordrech: Kluwer, 2000. p.3-17.

HESTENES, D. Modeling Theory for Math and Science Education In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). *Modeling Students' Mathematical Modeling Competences.* New York: U.S.A., Springer, 2010, p.13-42.

JABLONKA, E.; GELLERT, U. Mathematisation—Demathematisation. In: GELLERT, U.; JABLONKA, E. (Eds.). *Mathematisation and demathematisation: Social, philosophical and educational ramifications* (p.1-18). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2007.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. *Naturalistic Inquiry*. Califórnia: Sage Publications, 1985.

MACHADO, N. J.; CUNHA, M. O. *Lógica e linguagem cotidiana:* verdade, coerência, comunicação, argumentação. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MALTEMPI, M. V.; DALLA VECCHIA, R. D. About Mathematical Modeling in the Reality of the Cybernetic World. In: Congress of European Research in Mathematics Education, 8, 2013, Antalya. *Proceedings*. Antalya (Turkey), 2013.

NISS, M. Aims and Scope of Applications and Modelling in Mathematics Curricula. In: BLUM; BERRY; BIEHLER; HUNTLEY; KAISER-MESSMER; PROFKE (Org.). *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics*. Chichester: Hellis Horwood, 1989, p.22-31.

ROCHA, E. *Raciocínio Lógico:* você consegue aprender. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

SANTOS FILHO, J. C. O.; GAMBOA, S. *Pesquisa Educacional:* quantitativa e qualitativa. São Paulo: Cortez, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação Crítica:* incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.