

# A fração em livros didáticos de Matemática para os anos iniciais

Angélica Fontoura Garcia Silva

Raquel Factori Canova

Tania Maria Mendonça Campos

## RESUMO

Este artigo apresenta resultados de uma investigação que procurou relacionar o desenvolvimento do conceito de fração em três coleções de livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2010, com resultados de pesquisa que abordam a temática. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica/documental e a análise foi feita sob a luz de estudos que discutem os processos de ensino e aprendizagem das frações, sobretudo o seu preparo, introdução e desenvolvimento. De modo geral, a análise dos dados permitiu verificar que ainda é muito comum o ensino por meio de situações parte-todo. Além disso, notou-se que apesar de os resultados recentes de pesquisas não influenciarem tanto o material analisado, os autores mostraram preocupação em trabalhar com frações em diferentes contextos.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Livros Didáticos. Ensino e Aprendizagem. Números Racionais na Representação Fracionária.

## Fractions in Mathematics Teaching materials for Early School Years

## ABSTRACT

This article presents results from a research which analyzed the relation between the concept of fractions in three mathematics textbook collections – designed for elementary school grades in accordance with PNLD 2010 – and research findings on the subject. This research uses a documental/bibliographical approach and the analysis used studies that discuss the processes of teaching and learning fractions, mainly their preparation, introduction and development. In general, data analysis allowed for the verification that teaching fractions using parts-and-whole situations is still very common. Besides this, despite recent research results not being a strong influence in

---

**Angélica Fontoura Garcia Silva** é Doutora em Educação Matemática. Atualmente, é professora contratada pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo.

E-mail: angelicafontoura@gmail.com

**Raquel Factori Canova** é Doutora em Educação Matemática. Atualmente está cursando Pós-Doutoramento na Universidade Anhanguera de São Paulo. E-mail: fraquelc@yahoo.com.br

**Tania Maria Mendonça Campos** é Doutora em Matemática e tem Pós-doc em Matemática pela Universidade de Londres e em Educação Matemática pela Universidade de Oxford em 2007. Atualmente é professora e coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo. E-mail: taniammcampos@hotmail.com

Recebido para publicação em 28/01/2015. Aceito, após revisão, em 15/12/2015.

Acta Scientiae	Canoas	v.18	n.1	p.41-54	jan./abr. 2016
----------------	--------	------	-----	---------	----------------

the analyzed materials, the textbook authors showed awareness regarding the use of fractions in different contexts.

**Keywords:** Mathematical Education. Textbooks. Teaching and Learning. Rational Numbers in Fractional Representation.

## INTRODUÇÃO

Os documentos oficiais do Ministério da Educação do Brasil explicitam a importância do ensino das frações desde os primeiros anos do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997). Todavia, diferentemente dos números inteiros, os números fracionários não são tão comuns no nosso dia a dia. Campos, Nunes, da Costa e Ceragioli (2013) chamam a atenção que em nosso país, onde o sistema de numeração é decimal, quando queremos representar uma quantidade menor que uma unidade, representamos por escrito ou oralmente, geralmente, na forma decimal, e não fracionária. Por exemplo, dizemos vinte e cinco centavos, e não um quarto de real, assim como não falamos um quarto de quilo ou um quarto de hora. Em relação a essa constatação, concordamos com Lopes (2008) que, ao observar o fato de as frações terem perdido a força do “componente utilitarismo”, advoga a favor de seu ensino, por considerarmos, assim como o autor, ser esse tema “essencial e inegociável”, uma vez que outros aspectos fundamentais precisam ser considerados, como “o cultural, o formativo (de natureza cognitiva) e o matemático” (LOPES, 2008, p.20).

Sobre o ensino das frações, vale ressaltar que desde as últimas décadas do século passado estudos nacionais e internacionais discutem sua complexidade, sobretudo quando ocorre com estudantes dos anos iniciais. Quando se fala em ensino, devemos levar em conta que dominar esse conceito matemático parece não ser tão simples; ensinar é um processo ainda mais complexo, pois exige do professor, além do conhecimento do conteúdo, o conhecimento especializado desse conteúdo que o possibilite ampliar seu conhecimento pedagógico, assim como nos descrevem Ball, Thames e Phelps (2008). Nos últimos anos, estudos como os de Charalambous e Pitta-Patanzi (2005), Garcia Silva (2007), Mamede (2007), Nunes e Bryant (2009), Campos (2011), Canova (2013) e Garcia Silva e Pinheiro (2014), entre outros, têm confirmado lacunas tanto no processo de ensino como na aprendizagem das frações. Dificuldades de compreensão dessa temática por estudantes também têm sido observadas nas avaliações externas brasileiras.

O relatório apresentado sobre a avaliação em larga escala denominada Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (Saresp) exemplifica bem tal problemática. Ao avaliar em alunos que cursavam o quinto ano do Ensino Fundamental a habilidade de identificar fração como representação associada à ideia de quociente, o relatório indicou que “em torno de 28% dos alunos mostraram compreender o conceito de divisão que considera o todo e a quantidade de partes, e o resultado é o valor de cada parte” (SÃO PAULO, 2010, p.88).

Nesse sentido, consideramos importante analisar como os livros didáticos introduzem essa temática, uma vez que, no Brasil, muitas vezes ele se torna um dos poucos, se não o único, recursos de apoio disponível ao professor, e dessa forma passa a exercer

muita influência sobre sua prática pedagógica (GARCIA SILVA, 2007; BARRETO; BORBA, 2010).

Nesse sentido, a questão da pesquisa aqui apresentada é: quais relações podemos identificar acerca do desenvolvimento do conceito de fração em três coleções de livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD<sup>1</sup> 2010? Portanto, para delimitar nosso problema de pesquisa, notadamente de cunho bibliográfico/documental, apresentamos a relevância, a fundamentação teórica, a metodologia de pesquisa, uma síntese da discussão dos dados, obtidas por intermédio da análise dos livros didáticos e nossas considerações finais.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para analisarmos os livros didáticos buscamos uma teoria que atendesse a preocupação em trabalhar com diferentes situações de um mesmo conceito. Nesse sentido, apoiamo-nos na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993). Esse autor afirma que, por meio de resoluções de situações-problema, um conceito adquire sentido para o sujeito e que, para cada situação, por sua vez, há uma variedade de conceitos.

Vergnaud define o conceito por meio da descrição de uma terna de conjuntos, representadas como  $C = (S, I, R)$ , em que:

- S – é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;
- I – é um conjunto de invariantes, nos quais repousa a operacionalidade do conceito (objetos, propriedades, relações);
- R – é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para representarem simbolicamente o conceito, suas propriedades e as situações.

Quanto às “situações”, há consonância entre os pesquisadores que investigam o conceito de número racional na forma fracionária, sobre a importância de trabalhar com diversas situações que dão significados a um mesmo objeto matemático. Diversas investigações como as de Kieren (1976), Behr, Lesh, Post e Silver (1983), Nunes (2005), Nunes, Bryant, Pretzlik e Hurry (2003) e Nunes e Bryant (2009) discutem tal relevância.

Para este estudo adotamos a classificação teórica proposta por Nunes et al. (2003), em que o conceito de fração é definido por três conjuntos: de Situações, de Invariantes e de Representações. No tocante às Situações, contempla os significados parte-todo, quociente, quantidade intensiva e operador multiplicativo; o conjunto de Invariantes – equivalência e ordenação – leva em conta suas propriedades, objetos e relações que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar as situações; e o

---

<sup>1</sup> O Guia do Programa Nacional do Livro didático PNLD/2010 consiste na apresentação final do processo de avaliação pedagógica das coleções apresentadas por autores e editores para utilização em escolas públicas brasileiras. “Ele é fruto de um processo de avaliação que reuniu professores de diversas instituições educacionais de várias regiões de nosso país” (BRASIL, 2010, p.11).

conjunto de Representações favorece ao sujeito representar e identificar situações por meio de signos e símbolos matemáticos.

Ainda quanto às situações, consideramos as apresentadas a seguir:

- **Significado parte-todo**

A ideia presente nesse significado é a da partição de um todo (contínuo ou discreto) em  $n$  partes iguais, em que cada parte pode ser representada como  $\frac{1}{n}$ . Exemplo: *Uma barra de chocolate foi dividida em 3 partes iguais. João me deu 2 dessas partes. Que fração representa o que João comeu?*



- **Situação quociente**

A ideia presente nesse tipo de situação é a de divisão. Nas situações de quociente temos duas variáveis: uma corresponde ao numerador e a outra, ao denominador.

Exemplo: *Foram divididas igualmente 3 pizzas para 2 crianças. Que fração representa essa divisão?*

- **Significado quantidade intensiva**

A ideia presente na quantidade intensiva é a de relação. Os números envolvidos na escrita da fração representam relações proporcionais, sendo o todo irrelevante; por exemplo, se 1 litro de suco é feito com 1 copo de concentrado de suco e 3 copos de água, teremos suco de igual sabor se produzirmos 2 litros de suco com 2 copos de concentrado e 6 copos de água —  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{2}{8}$  são equivalentes, ainda que o todo não seja o mesmo.

- **Situação operador multiplicativo**

A ideia associada a esse significado é a de transformação, isto é, a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo.

Exemplo: *Felipe ganhou uma barra de cereal e comeu  $\frac{3}{4}$ . Pinte a quantidade de chocolate que Felipe comeu.*

O sujeito deve perceber que a fração que Felipe comeu se refere a uma quantidade, ou seja,  $\frac{3}{4}$  de 1.

Quanto aos invariantes, destacaremos, assim como Nunes et al. (2003), dois, por considerarmos centrais no conceito de fração: a noção de ordenação e a noção de equivalência. No que se refere à noção de ordenação de fração, existem duas ideias básicas e centrais que devem ser levadas em conta: a primeira é a de que, para um mesmo

denominador, quanto maior o numerador, maior a fração; a segunda ideia é que para um mesmo numerador, quanto maior o denominador, menor a fração. No que diz respeito à equivalência de fração, tendo como referência um mesmo todo, podemos ter uma mesma quantidade representada por diferentes frações.

Outra variável considerada nessa pesquisa é a presença e ausência de ícones. O ícone seria uma figura que representa a questão.

Além do ícone, levamos em conta ainda as diferentes representações do número racional na forma fracionária, que podem ser na linguagem materna na forma  $\frac{a}{b}$ .

Sobre as quantidades, consideramos as contínuas e as discretas. As quantidades contínuas são aquelas em que o objeto é dividido sucessivamente e não perde a sua característica de quando objeto inteiro. Por exemplo: um chocolate, por mais que se divida, não deixará de ser chocolate. Nas quantidades discretas, quando o todo é dividido, ele perde a característica, como no caso de um botão, que deixará de ser um botão.

Piaget (apud NUNES; CAMPOS; MAGINA; BRYANT, 2005) salienta que, apesar de a lógica subjacente às quantidades contínuas e discretas ser muito semelhante, as crianças apresentam mais dificuldade nas quantidades contínuas, pois nesse caso as diferentes unidades que compõem a quantidade não são percebidas separadamente.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta investigação tem caráter qualitativo. A fim de relacionar o desenvolvimento do conceito de fração de três coleções de livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, aprovados pelo Guia do Programa Nacional do Livro didático (PNLD/2010), com resultados de pesquisa que abordam a temática, realizamos análise documental por meio de pesquisa bibliográfica conforme definição de Ludke e André (1986). De um lado, procuramos realizar a investigação documental a partir da análise de materiais já publicados, como é o caso dos livros didáticos. Utilizamos como critério os livros que obtiveram boa avaliação no PNLD e, dessa forma, escolhemos três coleções usadas em algumas escolas brasileiras destinadas a alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Além disso, investigamos estudos recentes sobre a introdução de fração a fim de identificar se havia influência de resultados nas indicações dos livros.

QUADRO 1 – Três coleções de livros didáticos escolhidas e analisadas para este artigo.

Título	Autores	Editora
<i>Hoje é dia de matemática</i>	Claudia Mirian Tosatto; Edilaine do Pilar F. Piracchi; Carla Cristina Tosatto	Positivo
<i>Projeto Buriiti: Matemática</i>	Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna	Moderna
<i>Projeto conviver matemática</i>	Estela Milani; Luiz Marcio Imenes; Marcelo Lellis	Moderna

Depois da escolha dos livros, procuramos separar as categorias de análise a partir das variáveis que consideramos significativas para a construção do conceito de fração. Nesse sentido, decidimos investigar as seguintes categorias quanto ao conceito de fração:

1. Quando e como é introduzido.
2. Forma como foi realizada a preparação para sua introdução.
3. Como foi desenvolvido.

Para realizar tal análise, observamos também: os diferentes significados da fração; as variáveis características da quantidade – contínua ou discreta; a forma de apresentação dos problemas – *com* e *sem* representação icônica; se há predominância de determinados números fracionários, por exemplo, a fração unitária e os invariantes do conceito de fração, quais sejam ordem e equivalência.

Essas categorias foram analisadas de forma descritiva nas três coleções, cujos resultados encontrados serão apresentados, também, em forma de quadros-resumos. Acreditamos que tal formato possibilitará ao leitor uma visão geral dos dados de cada coleção, podendo compará-las.

## DISCUSSÃO DOS DADOS

As três coleções escolhidas para este estudo são compostas por cinco volumes. Destas, duas mereceram destaque do Guia do PNLD quanto à proposta de trabalho com o tema frações, uma vez que, segundo esse documento:

São bem desenvolvidas as ideias de fração, assim como a soma e a multiplicação por um número natural. Os decimais são tratados no contexto do dinheiro e em suas relações com as frações e porcentagens. (BRASIL, 2010, p.183)

O trabalho com frações, feito de forma satisfatória, envolve contextos discretos e contínuos, representações numéricas e gráficas. Além disso, estabelece relações entre fração decimal e porcentagem. (BRASIL, 2010, p.231-232)

Para realizar este estudo, procuramos, inicialmente, analisar como foi introduzido o conceito de fração em cada uma das coleções. O quadro a seguir representa nossas observações sobre o ocorrido.

QUADRO 2 – Observações registradas sobre a introdução do conceito de fração.

Coleção	Introdução do conceito de fração	
	Predominância	Observações
<i>Hoje é dia de matemática</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Significado parte-todo por meio de imagens e grandezas.</li> <li>- Quantidades contínuas.</li> <li>- Frações unitárias.</li> </ul>	A fração é inicialmente tratada como nome.
<i>Projeto Buriti: Matemática</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Significado parte-todo e operador por meio de imagens que poderão induzir o trabalho do professor por parte-todo.</li> <li>- Quantidades discreta e contínua.</li> <li>- Frações unitárias.</li> </ul>	A fração é tratada como número e é introduzido por meio de uma situação-problema que explora o invariante ordem.
<i>Projeto conviver matemática</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Significado parte-todo por meio de imagens e grandezas.</li> <li>- Quantidades contínua e discreta.</li> <li>- Frações unitárias.</li> </ul>	A fração é tratada como número. A introdução é feita com diferentes situações que envolvem a ideia de representação a/b, representação decimal e porcentagem.

Quanto à primeira categoria, observamos que a introdução do conceito se deu, nas três coleções, no 4.º ano do Ensino Fundamental. Era de esperar, uma vez que no Brasil as orientações oficiais propõem que a abordagem desse tema deve ser feita no decorrer da antiga 3.ª série (hoje 4.º ano) do Ensino Fundamental, com crianças de 9 e 10 anos de idade.

Em geral, a abordagem inicial se dá por meio de figuras, utilizando-se, principalmente, do significado parte-todo,<sup>2</sup> ou seja, as situações apresentadas podem ser resolvidas por dupla contagem. As coleções apresentam uma valorização de situações perceptuais. Há propostas de trabalho com diferentes materiais manipuláveis, resolução de problemas e exploração de jogos, principalmente, em uma das coleções. Dessa forma, há evidências de existir, por parte dos autores, preocupação de se trabalharem situações em diferentes contextos.

Ressaltamos que, embora possamos encontrar contextos que podem favorecer o desenvolvimento de algumas ideias relacionadas aos números racionais, observamos que, na maioria das situações, as estratégias de ensino fundamentam-se na percepção em detrimento da lógica matemática.<sup>3</sup>

Vale destacar que não nos posicionamos contra a utilização do lúdico para trabalhar os diversos conceitos matemáticos, mas é importante não perder de vista o trabalho a partir da lógica e dos invariantes matemáticos, sem os quais o ensino pode voltar-se unicamente para técnicas e algoritmos desprovidos de qualquer significado. Pesquisas como as de Nunes et al. (2005), por exemplo, mostram que os alunos tentam resolver o

<sup>2</sup> É importante ressaltar que nas coleções *Hoje é dia de matemática* e *Projeto Buriti* observamos que o significado parte-todo foi abordado exclusivamente.

<sup>3</sup> Nas frações nos referimos aos invariantes: equivalência e ordem como lógica, ou seja: lógica de classes ( $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$  etc.) e a lógica das relações assimétricas ( $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$  etc.)

problema por comparação perceptual quando usam estratégias de partição. Entretanto, em muitos casos, quando não conseguem desenhar com precisão, não confiam em seus próprios resultados.

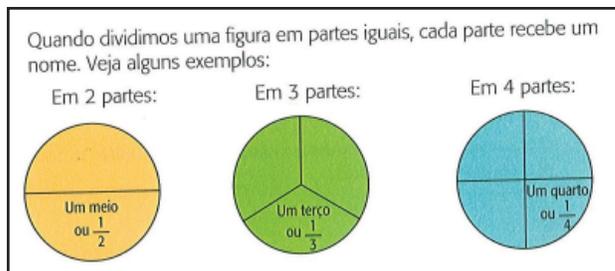
Quanto às grandezas, as três coleções abordam tanto as contínuas quanto as discretas. Entretanto, é mais comum que elas apresentem quantidades contínuas (chocolate, pizza, figuras geométricas) já repartidas igualmente, assim como as discretas organizadas de forma a evidenciar a partição (por exemplo, objetos diversos distribuídos igualmente entre colunas). Nesse sentido, consideramos que, provavelmente, tal fato poderá não explicitar a dificuldade descrita por Nunes et al. (2005), a qual ocorre quando as crianças não percebem, separadamente, as diferentes unidades que compõem a quantidade contínua pelo fato de o livro priorizar o trabalho com as quantidades contínuas já subdivididas. Consideramos, assim, que o foco dado pelos livros à representação da fração em grandezas contínuas, nas quais o todo já está subdividido, pode não favorecer o professor a oportunidade de explorar o ato da partição e, por conseguinte, mediar o ensino a fim de superar tal dificuldade do aluno.

Sabemos que as frações, como os números naturais, são utilizadas para representar quantidades e relações entre quantidades. Uma situação em que se necessita da representação fracionária é quando a resposta a ser dada não é possível utilizando-se números inteiros.

Apesar de uma das coleções indicar a importância do aluno vivenciar situações em que perceba que os números naturais nem sempre são suficientes para resolver determinadas situações-problema, não encontramos evidências desse trabalho sistemático. As situações nas quais são adotadas divisões com resto ou as que envolvem ideia de medida, ou seja, em que as quantidades obtidas são menores que a unidade utilizada, poderiam se traduzir em um bom caminho para os alunos perceberem tal necessidade, entretanto esse contexto não foi explorado.

Vale ressaltar ainda que encontramos em uma atividade de uma das coleções o tratamento da fração como “um nome”, e não como um número, medida ou relação (Figura 1).

FIGURA 1 – Atividade em que a fração é tratada como “um nome”.

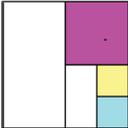


Fonte: *Hoje é dia de matemática* – 4.º ano, p.94.

Nesse sentido, queremos chamar a atenção para a necessidade de não deixar nenhuma dúvida ao estudante de que a fração é um número e que, portanto, representa uma quantidade, e não apenas um nome. Acreditamos que esse tipo de proposta pode não deixar claro para o estudante que na primeira figura, por exemplo, “meio” não representa apenas um nome atribuído a um pedaço/parte, e sim a quantidade que representa metade da área total da figura ou aquela medida/área em relação a um todo.

Após a análise da primeira categoria, qual seja quando e como foi introduzido o conceito de fração, consideramos importante observar nas coleções como foi a preparação para a introdução desta temática (segunda categoria). Para tanto, buscamos alguns termos, como metade e terços, e procuramos analisar como estes foram aplicados antes da introdução do conceito de fração. No quadro a seguir, apresentamos algumas aplicações.

QUADRO 3 – Forma como é realizada a preparação para introduzir a fração em cada coleção.

Coleção	Forma como foi realizada a preparação para o conceito de fração
<i>Hoje é dia de matemática</i>	No 1.º ano é apresentada a ideia: dividir um abacaxi pela metade (p.235). Em geral, a ênfase está nas divisões de um número maior de objetos por um menor, sendo sempre possível a distribuição resultando em um valor exato.
<i>Projeto Buriiti: Matemática</i>	<p>No 2.º ano, no capítulo que discute divisão, a ideia de “metade” e “terço” é apresentada por meio de imagens utilizando-se quantidades discretas e contínuas.</p> <p>No 4.º ano, na unidade denominada “grandezas e medidas” apresentam-se propostas com áreas em malha quadriculada que podem preparar o aluno na percepção de equivalência de áreas, pois propõe a análise de imagens, por exemplo, ao pedir que o aluno utilize a área amarela, figura ao lado, para medir toda a superfície da imagem.</p> 
<i>Projeto conviver matemática</i>	<p>No 2.º ano encontramos um capítulo “metade”, sendo o primeiro exemplo: “dividir um lanche entre duas crianças”. As outras atividades dividem um número maior de objetos para um menor, sendo sempre possível a distribuição exata.</p> <p>No 4.º ano, uma página antes de introduzir as frações os autores propõem situações com divisões não exatas, mas não aproveitam a oportunidade para relacionar com o próximo tema, as frações.</p>

Observamos que todas as coleções preocuparam-se em discutir a ideia do significado de metade. Todavia, há evidências de que nem todas as propostas de introduzir o trabalho com frações exploram situações que envolvem divisões não exatas. Na situação apresentada a seguir, exemplificamos o ocorrido:

FIGURA 2 – Situação que apresenta uma divisão exata.



Fonte: *Projeto conviver matemática* – 2.º ano, p.99.

Reiteramos que, assim como indicado na Figura 2, os problemas que antecedem a introdução do conceito de fração apresentados nessa coleção também remetiam a uma divisão exata. Portanto, consideramos que, se houvesse, nesse momento, propostas de atividades que apresentassem situações envolvendo divisão não exata, poderíamos afirmar ser essa uma boa oportunidade de mostrar a necessidade de ampliar o conjunto dos números naturais, e não somente discutir o conceito de metade.

Procuramos identificar também como os autores dos livros realizam o preparo para o trabalho com as frações. Como as coleções introduziram o tema por meio da partição era de esperar que houvesse um trabalho anterior de preparação. Estudos de Piaget apontam que no esquema de partição uma dificuldade das crianças relaciona-se ao ato de partir, ou seja, quando a criança vai dividir uma grandeza contínua (um retângulo, por exemplo), ela frequentemente confunde o número de cortes com o número de pedaços. Todavia, não encontramos nas coleções atividades que abordasse tal enfoque.

Depois disso, procuramos nas coleções a forma como foi desenvolvido o conceito de fração (terceira categoria), a qual apresentamos no quadro a seguir:

QUADRO 4 – Desenvolvimento do estudo da fração em cada coleção.

Coleção	Desenvolvimento do conceito de fração
<i>Hoje é dia de matemática</i>	Abordam diferentes situações, significados, grandezas e representações.
<i>Projeto Buriiti: Matemática</i>	
<i>Projeto conviver matemática</i>	

As coleções buscam apresentar uma diversidade de situações que envolvem o conceito de fração. Entretanto, não se exploram todas as relações que, eventualmente, poderiam possibilitar a extensão do conceito. Por exemplo, uma dificuldade apontada em diferentes estudos relaciona-se ao fato de o aluno (mesmo do Ensino Médio) não

considerar a fração imprópria. Nessa concepção, observa-se que uma fração sempre é representada por um numerador menor que o denominador. Tal dificuldade é verificada, principalmente, quando se prioriza o ensino de fração com o significado parte-todo. Nesse significado, o estudante pode achar que não é possível ter o numerador maior que o denominador, pois é a parte de um todo. Portanto, se há uma proposta de tirar  $\frac{9}{8}$  de um todo, para o aluno isso não existe. Os estudantes costumam dizer que “não é possível tirar 9 se o total é 8”. Nesse caso, a fração imprópria não teria sentido. Tal ideia pode ser ampliada se houver um trabalho com o significado quociente, por exemplo, pois é possível dividir 9 bolos para 8 crianças.

Buscamos nas orientações aos professores qual seria a proposta dos autores para que eles desenvolvessem o trabalho com as frações. Na coleção *Hoje é dia de matemática* há indicações sobre a importância de os alunos conhecerem diferentes tipos de números e suas representações e classificações: “Os números racionais serão abordados com o objetivo de levar o aluno a perceber que os números naturais, conhecido por ele, são insuficientes para resolver determinadas situações-problema” (p.20). Concordamos com os autores, mas reiteramos que, para alcançar tal finalidade, o livro poderia explorar mais as divisões não exatas, apresentando, talvez, o resto como uma fração.

Continuando a leitura das orientações, os autores afirmam: “O trabalho com frações e decimais será apoiado, sempre que possível, em representações gráficas e, principalmente, desenvolvido em contextos que lhe confirmem significado”. Em relação a essa indicação, mais uma vez queremos chamar a atenção que é preciso muito cuidado com o trabalho, quase que exclusivamente, desenvolvido por meio da percepção. Podemos acreditar que o bom desempenho da criança, em determinada situação, confirma que o estudante construiu o conceito, porém isso pode não ser verdade. Podemos inferir, sim, que o aluno resolve tal situação, todavia pode ser apenas um conhecimento local. Sobre tal temática, Nunes e Bryant (1997) destacam que, com as frações, as “aparências enganam”. Para os autores, alguns alunos podem passar pela escola sem dominar diversos aspectos importantes acerca do conceito de fração, mesmo falando coerentemente sobre frações e resolvendo alguns problemas com “aparente” correção.

Ainda na coleção *Hoje é dia de matemática*, observamos uma preocupação por parte dos autores em estabelecer relações com diferentes representações: números decimais, fracionários e a escrita natural, a fim de representar uma mesma quantidade. No campo dos números racionais, essa preocupação é muito relevante e seria um excelente momento para trabalhar a equivalência de frações como diferentes representações de uma mesma quantidade.

Todavia, nas outras duas coleções não identificamos ênfase para o trabalho com tal tema. Na coleção *Projeto Buriú: Matemática*, nas orientações e subsídios aos professores, volume 4, encontramos uma frase que diz: “Explora-se, também, a construção do conceito de número racional nas suas representações decimal e fracionária, manipulando simultaneamente quantidades discretas e contínuas” (p.10).

Na coleção *Projeto conviver matemática*, volume 2, destaca: “[...] o fato de se investir bem mais nos números decimais, em vez das frações, porque os primeiros têm

muito mais uso no dia a dia” (p.6). Essa afirmação pode ser contestada, uma vez que pesquisas como a de Behr et al. (1983), Vergnaud (1994), Nunes et al. (2005), Campos (2011), por exemplo, apontam que para a construção do conceito de números racionais é necessário trabalhar com um conjunto de situações e representações. Tal orientação encontrada nas coleções pode dar impressão ao leitor de que números decimais e números fracionários são “coisas” diferentes e não que são representações distintas de um mesmo número.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando tais resultados sob a perspectiva do referencial teórico utilizado neste estudo, concluímos que nas três coleções de livros didáticos a introdução do conceito de fração ocorreu no 4.º ano do Ensino Fundamental, em geral, com situações parte-todo com a presença de ícones. Apesar dessa abordagem tradicional, identificamos preocupação, por parte dos autores, em trabalhar situações em diferentes contextos.

Ao analisar as primeiras propostas de introdução do conceito, notamos que, em muitas das situações elaboradas pelos autores, a preocupação maior está em calcular metades, terços, que resulta também números inteiros. Dessa forma, acreditamos que tal processo reduzirá a oportunidade de o professor observar as possíveis dificuldades dos alunos com a partição, uma vez que a fração é vista, nesse caso, sobretudo, como o inverso da multiplicação.

Quanto à relação do desenvolvimento do conceito de fração nos livros didáticos analisados e os resultados de pesquisas, destacamos que apesar de pesquisas apontarem haver indícios de que a abordagem inicial do conceito de fração na situação quociente pode favorecer a construção desse conceito, somente uma coleção iniciou com essa situação. O tema foi introduzido por meio de uma situação quociente (dividir um lanche entre duas crianças), todavia, analisando o desenvolvimento do tema, observamos que este tipo de situação não foi explorado novamente.

Enfim, consideramos importante salientar que, nas coleções analisadas, observamos que, apesar de aprovadas pelo Programa PNLD, houve predominância de situações parte-todo, mas há também certa preocupação, por parte de autores, em explorar esse tema em diferentes contextos e em outras situações. Nesse sentido, precisamos enfatizar a importância do papel central do professor, ao realizar a análise crítica e sobre a necessidade de oferecer a esse profissional, formação que lhe proporcione conhecimentos necessários para fazer a leitura crítica de tais materiais.

## REFERÊNCIAS

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*. v.59, n.5, p.389-407, 2008.

BARRETO, F.; BORBA, R. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. 10.º ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (X ENEM). *Anais...* Bahia, 2010.

BEHR, M.; LESH, R.; POST, T.; SILVER E. Rational number concepts. In: LESH; R.; LANDAU, M. (Ed.). *Acquisition of Mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983. p.91-125.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª série)*. Brasília/DF, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Guia de livros didáticos: PNLD 2010. Matemática*. Brasília, DF, 2010.

CAMPOS, T. M. M. Sobre ensino e aprendizagem de frações. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife. XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* 2011.

CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; COSTA, N. M. L. da; CERAGIOLI, L. A representação de quantidades menores do que uma unidade/Representing quantities smaller than the unit. *Acta Scientiae*, n.14, v.3, p.363-373, 2013.

CANOVA, R. F. *Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2013.

CHARALAMBOUS, C.; PITTA-PANTAZI, D. Drawing on a theoretical model to study students understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, v.64, n.3, p.293-316, 2005.

GARCIA SILVA, A. F. *O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo do ensino e aprendizagem de frações*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP, São Paulo, 2007.

GARCIA SILVA, A. F. ; PINHEIRO, M. G. C. Situação quociente: investigando as estratégias de resolução utilizadas por alunos dos anos iniciais. In: II ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS, 2014, São Carlos. *Anais...* 2014.

KIEREN, T. On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.). *Number and measurement: paper from a research workshop*. Columbus, OH: ERIC/SMEAC, 1976. p.101-144.

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. *Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro (SP), ano 21, n.31, p.1-22, 2008

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MAMEDE, E. *The effects of situations on children's understanding of fractions*. Tese de PhD (não publicada), Oxford Brookes University. Oxford: OBU, 2007.

NUNES, T. *Usando na escola o conhecimento da vida diária: o caso das frações*. Palestra proferida no Sindicato dos Estabelecimentos de Ensino no Estado de São Paulo. Congresso e Feira Saber, 2005.

NUNES, T. CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. *Educação Matemática: números e operações numéricas*. 4.ed. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T.; BRYANT, P. Key understandings in mathematics learning. Paper 3: *Understanding rational numbers and intensive quantities*. Nuffield Foundation, 2009. Disponível em: <<http://www.nuffieldfoundation.org/reports>>. Acesso em: 24 abr. 2012.

NUNES, T.; BRYANT, P. PRETZLIK, U.; HURRY, J. The effect of situations on children's understanding of fractions. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, Reino Unido, 2003.

SÃO PAULO (Estado). *Relatório Pedagógico SARESP 2010: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar*. São Paulo: FDE. 2011.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L. (Ed.). In: 1.º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. *Anais...* 1993. p.1-26.

\_\_\_\_\_. Multiplicative conceptual field: What and why? In: GUERSHON, H.; CONFREY, J. (Eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. p.41-59.