

# **Metodologias para determinar áreas em superfícies irregulares no ensino da geometria aplicando a proporcionalidade**

## ***The principle of proportionality in area calculations of irregular surfaces: uses in geometry courses***

*Luiz Sílvio Scartazzini  
Jorge Tadeu Vargas da Silva  
Renato de Ávila Consul*

### **RESUMO**

*São propostas duas estratégias para determinar áreas em superfícies irregulares, aplicando o princípio das razões e proporções. Os métodos propostos são a planimetria e a pesagem. Os materiais utilizados são os mapas aerofotogramétricos em escala, o planímetro e uma balança. A aplicabilidade destas técnicas está na obtenção de áreas de pequenos terrenos em agrimensura ou de terrenos médios de distritos, municípios ou bacias hidrográficas para geração de mapas cartográficos.*

*Palavras-chave: superfícies irregulares, proporcionalidade e áreas.*

### **ABSTRACT**

*Two methods are proposed to calculate the areas of irregular surfaces, applying the principle of proportionality. The methods are planimetry and weighting. The materials used are the scaled aerophotogrammetric maps, planimeter and a scale. These methods are applied to the measurement of small areas in surveying or middle sized terrains, districts and drainage basins in the production of cartographic maps.*

*Key words: irregular superficies, proportionality and areas.*

---

Luiz Sílvio Scartazzini é Professor de Física da ULBRA e Doutor em Engenharia Civil pela UFRGS.  
Jorge Tadeu Vargas da Silva é Professor de Física da ULBRA e Mestre em Engenharia de Energia, Ambiente e Materiais (ULBRA).  
Renato de Ávila Consul é Professor de Física da ULBRA e Mestre em Engenharia de Energia, Ambiente e Materiais (ULBRA).

## Introdução

A necessidade de apresentar formas de aplicação dos conceitos cognitivos de aprendizagem, que está sendo a grande preocupação dos professores que atuam com ciências exatas, emperra, muitas vezes, na falta de estratégias, técnicas ou materiais.

Sabe-se que a demonstração, através de uma prática, de um conceito teórico, auxilia na fixação do conteúdo, fornecendo uma aplicabilidade ao conhecimento (ROGERS, 1985).

Outra grande vantagem de fazer demonstração prática acompanhada da teórica é a quebra na monotonia do ensino, conferindo ao grupo dos alunos uma participação mais ativa, tornando-os atores ao invés de meros espectadores, auxiliando no processo do desenvolvimento da construção do conhecimento (PIAGET, 1977).

O ensino da geometria voltou à pauta no Ensino Fundamental através do programa elaborado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998). No entanto, Lobo e Bayer (2004) constataram que, em muitas escolas, os conteúdos de geometria não são abordados nas séries do ensino fundamental.

Segundo o mesmo levantamento realizado pelos autores em algumas Escolas do Ensino Fundamental, a determinação da área em figuras planas irregulares não é abordada. Devido à complexidade do cálculo, é de se supor, também no Ensino Médio este assunto não aparece no plano curricular de muitas Escolas. Quando o tema é abordado, normalmente é proposta uma divisão da figura em diversas partes, de forma a torná-las próximas de pequenas figuras regulares com equações próprias para cálculo de área. O somatório das áreas individuais fornece a área total.

No entanto, em diversas ocasiões o professor é solicitado a auxiliar na determinação de áreas de propriedades agrícolas de familiares de alunos. A técnica usada para determinar estas áreas deve ficar clara

e compreensível para os interlocutores. Este trabalho apresenta duas experiências práticas de medir áreas em figuras geométricas irregulares.

## Metodologia

O procedimento metodológico que se propõem, contribui para o congraçamento de professores de diferentes disciplinas em torno de temas comuns e interdisciplinares. Na presente proposta, o professor de matemática e o professor de geografia utilizam o mesmo material, a carta do exército, escala 1:50.000. Enquanto o professor de matemática aborda o assunto sobre razões e proporções, analisando a escala do mapa e sua importância na identificação de extensões e áreas territoriais, o professor de geografia identifica uma área de interesse que se quer medir. Como estas cartas apresentam informações confiáveis de rios e topografia do terreno, a área de captação de água da chuva que escoar para determinado curso d'água, chamada de bacia de contribuição, pode ser o item selecionado. Identificado o ponto de interesse do rio, o professor de geografia mostra como perseguir, no seu entorno, o divisor de águas, fornecido pelos pontos mais altos registrados na carta e pela transposição de cotas realizadas sempre no contorno das mesmas. A figura 1 apresenta a fração da carta MI – 2971/1 de Taquara, onde está sendo proposta a identificação da área que contribui para escoar a água para o Arroio Solitário. A linha demarcada em verde corresponde ao divisor de água no entorno do Arroio e seus contribuintes, formando um polígono fechado que representa a bacia hidrográfica do Arroio Solitário.

A delimitação do contorno da bacia é feita pela identificação dos pontos mais elevados no entorno da bacia, unidos pela linha que secciona as curvas altimétricas nos seus sentidos longitudinais.

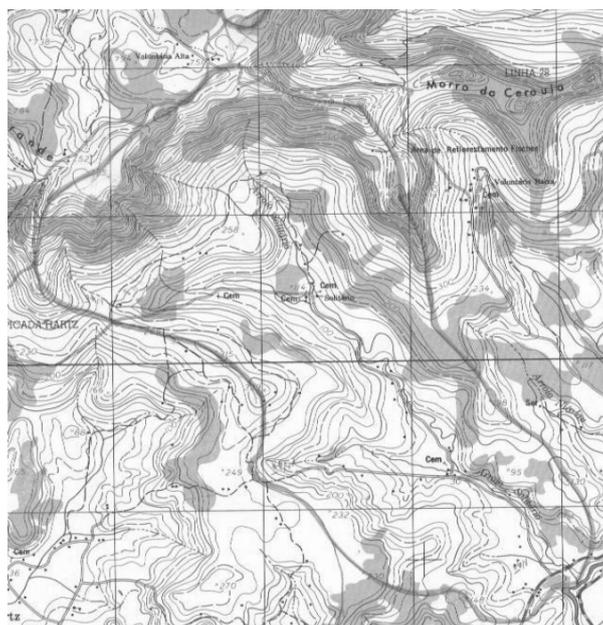


Fig. 1 – Fração da carta mostrando a área de interesse para a contribuição hídrica da bacia do Arroio Solitário.

A figura que representa área da bacia, assim como de qualquer bacia hidrográfica, é totalmente irregular. Na figura 2 é apresentado o resultado da seleção da área no entorno do Arroio Solitário, que pode ser desenhada em papel vegetal ou em cartolina, auxiliados pelo professor de desenho ou de artes, que também participam da atividade interdisciplinar. Na composição

do desenho da bacia, o professor de geografia deverá chamar a atenção sobre a necessidade de se transpor na figura, a orientação geográfica que aponta para o Norte e a escala linear da carta, a qual precisa acompanhar a figura sempre que esta for trabalhada com ampliações ou reduções, mantendo a mesma proporção entre a figura e a escala.

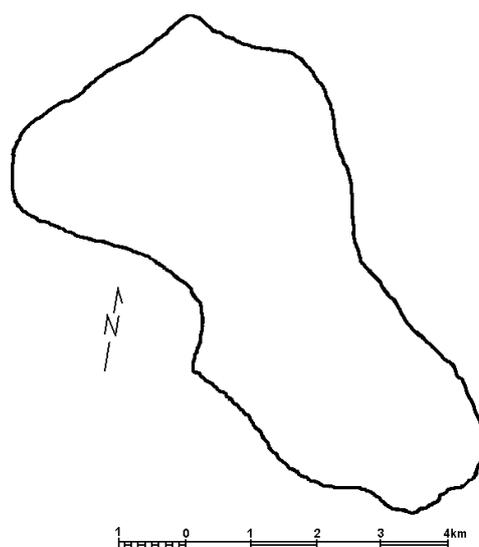


Fig. 2 – Contorno da bacia hidrográfica do Arroio Solitário, com a orientação geográfica e a escala linear.

A figura 3 apresenta uma parcela da figura 1, correspondendo a uma quadrícula da carta, medindo 4 cm de lado. Na escala de 1:50.000, esta medida corresponde a 2 km, apresentando uma área de 4 km<sup>2</sup>.

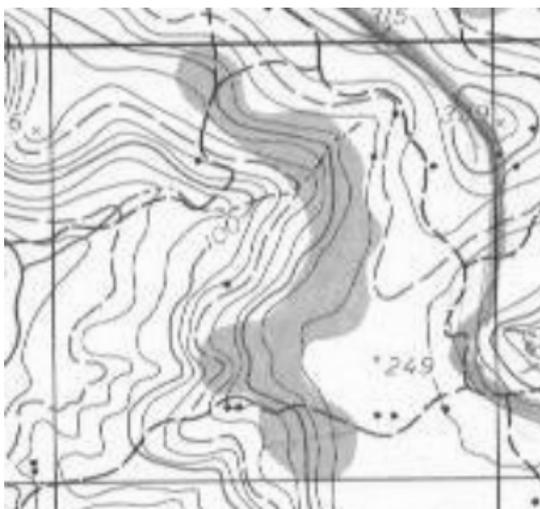


Fig. 3 – Fração da carta apresentando uma área de valor conhecido.

A área da bacia hidrográfica do Arroio Solitário, assim como de qualquer figura

irregular, pode ser determinada através de duas estratégias, que interessam tanto ao professor de matemática, geografia, desenho e artes:

**a) Planimetria:** utiliza-se o planímetro, que é o instrumento utilizado pelos agrimensores para medir áreas planas. Com este aparelho se mede, inicialmente, a área conhecida da figura 3, a qual tem 4 km<sup>2</sup>, percorrendo o perímetro do quadrado no sentido horário, obtendo-se um valor em unidades de medidas planimétricas, lidas diretamente no visor do instrumento. Com o mesmo planímetro, percorre-se o entorno da bacia hidrográfica do Arroio Solitário da figura 2, sempre no sentido horário, obtendo-se o respectivo valor das unidades planimétricas correspondentes. Como as duas figuras estão na mesma escala, o valor da área da bacia é obtido pela aplicação da proporcionalidade direta entre as duas grandezas, através do cálculo por regra de três simples. A Figura 4 apresenta este aparelho e, no detalhe aumentado, o sistema de medida (visor) para a leitura do percurso realizado no entorno da área desejada.

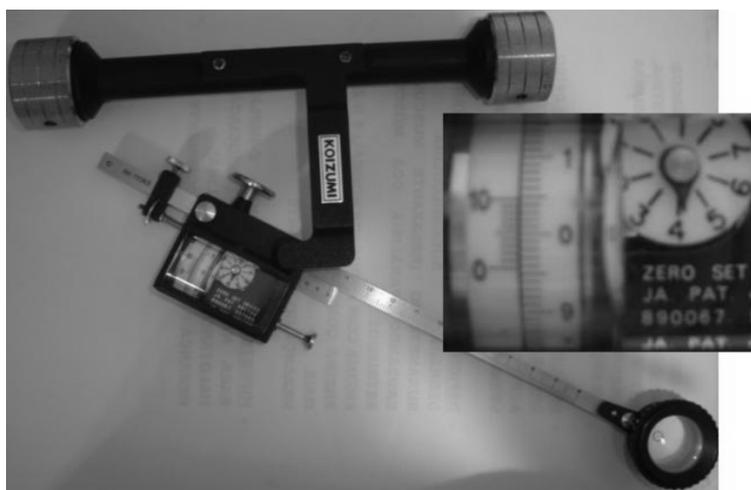


Fig. 4 – Planímetro utilizado para medir áreas, mostrando, no detalhe, a escala de medida utilizada (visor).

**b) Pesagem:** o quadro da figura três é desenhado em papel vegetal ou cartolina, recortado com muito cuidado e pesado em balança, cujo grau de precisão dependerá

da exatidão desejada na medida. Obtém-se a massa da figura do quadrado, que tem uma área conhecida (4 km<sup>2</sup>). O mesmo procedimento se faz com a figura do con-

torno da bacia hidrográfica; desenhar o contorno da bacia em papel vegetal ou cartolina e pesá-lo. A relação entre a massa da área conhecida (do quadrado) e a massa da área a ser determinada é diretamente proporcional, obtendo-se a medida desta área ao se aplicar à regra de três simples.

## Resultados

Para a figura em estudo, a bacia hidrográfica do Arroio Solitário, ao se testar as técnicas discutidas, na realização da medida utilizando o planímetro obteve-se 21,7 unidades planimétricas para a figura de área conhecida, apresentando 4 km<sup>2</sup>. Ao se medir a área da figura irregular, representando em escala a bacia de contribuição do Arroio Solitário, a medida obtida foi de 141,7 unidades planimétricas. Aplicando a relação de proporcionalidade direta, obteve-se a medida da área da figura irregular como sendo de **26,12 km<sup>2</sup>**.

Aplicando o método da pesagem obteve-se 5,32 gramas para o cartão com as dimensões da área conhecida de 4 km<sup>2</sup>. Para o cartão, feito com o mesmo material, a massa medida foi de 34,76 gramas, valores que fornecem, para a área da figura irregular da bacia de contribuição, o valor de **26,14 km<sup>2</sup>**.

## Conclusões

O tema: determinação de áreas em figuras irregulares serve como atividade interdisciplinar, reunindo o interesse de professores de diferentes áreas de ensino, permitindo a união de esforços de vários profissionais em busca da melhoria no ensino-aprendizagem.

A realização desta atividade permite aos professores, além de mostrar métodos operacionais teórico-práticos, também oportuniza uma revisão de conteúdos de currículos espiralados (BRUNER, 1986):

- O professor de matemática aborda o conteúdo de razões e proporções com

a aplicação da regra de três simples e a revisão do tema sobre escalas métricas;

- Professor de geografia revisa a formação de espaços geográficos, a delimitação destes espaços e a identificação de bacias hidrográficas;
- Os professores de desenho e de artes revisam as técnicas de transposição de figuras, recortes e pesagens.

Quanto aos resultados obtidos na demonstração das estratégias, como a mesma atividade foi realizada com duas técnicas, os valores obtidos apresentam diferenças, maiores ou menores, de acordo com a precisão dos equipamentos utilizados. As diferenças encontradas assumem importâncias diferentes para a matemática, para a geografia e para as artes, sugerindo a cada professor discutir sobre erros possíveis e erros aceitáveis, sobre a significância dos algarismos decimais desprezados, sobre arredondamentos aplicados nas casas decimais, sobre a variação da área ocorrida em cima da diferença entre as duas medidas, sobre a precisão no traçado do quadrinho e da figura, assim como a precisão no recorte de ambas as peças para a pesagem. Com o uso do planímetro, pode-se discutir a importância de se passar exatamente sobre a linha demarcada em ambas as figuras.

Quanto à diferença entre os valores obtidos por métodos diferentes, de 0,02 km<sup>2</sup>, representa um erro correspondente a 0,07 % entre as duas medidas.

De acordo com Baldino (1999), ao abordar a teoria de erros significativos, ao se trabalhar grandezas obtidas através de medições, como as áreas geográficas, é comum serem apresentadas com apenas uma unidade decimal. Pode-se concluir que, com apenas a primeira casa decimal, as duas técnicas de medidas mostram que a bacia hidrográfica do Arroio Solitário apresenta uma área de **26,1 km<sup>2</sup>**, conferindo confiabilidade ao processo.

## Referências

- BALDINO, R. R.; CABRAL, T. C. B. Erro do significado ou significado do erro. *Boletim Gepem*, n° 35, p. 9-41, 1999.
- BASSANEZI, Rodney. *Modelagem Matemática*. Blumenau: Dynamis, 1994. v.7.
- BICUDO, Maria Aparecida Vigiane. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999.
- BRUNER, J. S. *Actual Minds, Possible Words*. Cambridge, MA. Harvard University Press, 1986.
- FERRI, M.G. e MOTOYAMA, S. *História das Ciências no Brasil*. São Paulo: Ed. da USP, 1980. vols. 1 e 2.
- FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. *O Ensino de Geometria na Escola Fundamental: Três Questões para a Formação do Professor dos Ciclos Iniciais*. 2 ed. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2002.
- FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. *O Ensino de Geometria na Escola Fundamental: Três Questões para a Formação do Professor dos Ciclos Iniciais*, 2 ed. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2002.
- KUBICZEWSKI, Joice. Oficinas de dobraduras para o ensino de geometria. *Educação matemática em Revista*, ano IV, n° 4. p. 43-50, 2002.
- LOBO, J. S. e BAYER, A. O ensino de geometria no ensino fundamental. *Rev. de Ciências Naturais e Exatas, Acta Scientiae*, V.6, n° 1 – jan./jun. p. 19-26, 2004.
- MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO E CULTURA (MEC). *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, 1998.
- MOREIRA, M. A; *Teorias de Aprendizagem*. Ed. Pedagógica e Universitária, LTDA, 1999.
- NETO, Scipione di Pierro. Entrevista. *Educação Matemática em Revista*. n° 9/10, p.5-9, 2001.
- PIAGET, J. P. *Psicologia da inteligência*. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1977. 178p.
- ROGERS, C. R. *Liberdade de Aprender*. São Paulo, Ed. Martins Fontes, 2°ed., 1985.
- SERRAZINA, Lurdes. A formação para o ensino da Matemática: Perspectivas futuras. *Educação Matemática em Revista*. Ano 10. n° 14. Agosto de 2003.