

Ensino e Aprendizagem de Conceitos Matemáticos Relacionados à Nanociência por meio da Modelagem Matemática

Eleni Bisognin
Ivana Zanella da Silva
Solange Binotto Fagan
Vanilde Bisognin

RESUMO

Este trabalho tem como propósito analisar as contribuições da Modelagem Matemática para abordagem de conceitos relacionados à Nanociência e à Nanotecnologia com alunos participantes de um curso de mestrado em ensino de Física e de Matemática. Por meio de uma pesquisa qualitativa, procurou-se analisar as produções e as falas dos alunos durante a realização da atividade em sala de aula e registradas no diário da professora. Destacaram-se dois eixos temáticos: reação dos alunos frente à Nanociência e à Nanotecnologia, relação do processo de modelagem com a Nanociência. Os resultados da pesquisa apontam que a modelagem propiciou um estudo interdisciplinar que contribuiu para a aprendizagem de diferentes conteúdos da Matemática relacionados com escalas, área de superfície e volume de sólidos geométricos associados à Nanociência.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Nanoescala. Nanociência.

Teaching and Learning of Mathematical Concepts Related to Nanoscience by means of the Mathematical Modeling

ABSTRACT

This work has the purpose of analyzing the contributions of the Mathematical Modeling to the approach of concepts related to Nanoscience and Nanotechnology, and was done with students from a Master Course in Physics and Mathematics Teaching. Through a qualitative research, it was aimed to analyze the students' productions and speeches during the activity accomplished in the classroom which were then, registered in the teachers' diary. Two main themes are highlighted: the

Eleni Bisognin é Doutora em Matemática, Professora do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, UNIFRA. Endereço para correspondência: Secretaria dos Cursos Stricto Sensu, UNIFRA, Conjunto 3, Rua Silva Jardim 1175, Santa Maria/RS, CEP 97010-49; E-mail: eleni@unifra.br

Ivana Zanella da Silva é Doutora em Física, Professora do Doutorado em Nanociência, UNIFRA. Endereço para correspondência: Secretaria dos Cursos Stricto Sensu, UNIFRA, Conjunto 3, Rua Silva Jardim 1175, Santa Maria/RS, CEP 97010-491. E-mail: ivanazanella@gmail.com

Solange Binotto Fagan é Doutora em Física, Professora do Doutorado em Nanociência, UNIFRA. Endereço para correspondência: Secretaria dos Cursos Stricto Sensu, UNIFRA, Conjunto 3, Rua Silva Jardim 1175, Santa Maria/RS, CEP 97010-491. E-mail: sfagan@unifra.br

Vanilde Bisognin é Doutora em Matemática, Professora do Curso de Mestrado em Ensino de Física e de Matemática, UNIFRA. Endereço para correspondência: Secretaria dos Cursos Stricto Sensu, UNIFRA, Conjunto 3, Rua Silva Jardim, 1175, Santa Maria/RS, CEP 97010-491. E-mail: vanilde@unifra.br

students' reaction facing Nanoscience and Nanotechnology; and, the relation of the modeling process with Nanoscience. The research results showed that the Modeling provided an interdisciplinary study which contributed to the apprenticeship of different contents of Mathematics, these, related to scales, surface area and geometric solids volume and associated to Nanoscience.

Keywords: Mathematical Modeling. Nanoscale. Nanoscience.

INTRODUÇÃO

A ciência busca constantemente solucionar problemas científicos que, aliados a novas tecnologias, podem modificar a vida das pessoas, do ponto de vista social, econômico e cultural. De acordo com Toma (2004), desde o final do século XX uma nova perspectiva tecnológica tem sido avaliada, a qual se baseia na manipulação da matéria em escala nanométrica, a chamada *Nanotecnologia*. Desta forma, podemos definir nanotecnologia como a manipulação de estruturas atômicas e moleculares, em escala industrial, que estão presentes em uma escala que corresponde a um bilionésimo de metro (10^{-9} m), denominada *nano*. Nanociência é ciência que estuda as propriedades e potencialidades de materiais na escala nano.

A Nanotecnologia promete revolucionar a forma como vivemos, nos comunicamos e como trabalhamos. Tem potencial para que doenças incuráveis até o momento sejam tratadas, materiais com propriedades excepcionais, nunca observados, sejam obtidos, gerando perspectivas de grandes mudanças sociais e econômicas. No Brasil, segundo o Ministério de Ciência e Tecnologia (MCT), a Nanotecnologia é área prioritária e estratégica para a pesquisa e o desenvolvimento científico e tecnológico. Assim, os alunos participantes dessa pesquisa, propuseram o estudo deste tópico por entenderem que este é um tema atual cujos resultados podem interferir de forma significativa na vida das pessoas, e, portanto, deve fazer parte da formação das novas gerações de estudantes, futuros cientistas.

Analisando documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), é possível concluir que apontam ser essencial a formação científica e cultural do cidadão, de forma a superar obstáculos que surgem devido às novas tendências científicas e tecnológicas. De acordo com os PCN, trabalhar na perspectiva de uma educação científica é fundamental e justificam que:

Mesmo considerando os obstáculos a superar, uma proposta curricular que se pretende contemporânea deverá incorporar como um dos seus eixos as tendências apontadas para o século XXI. A crescente presença da ciência e da tecnologia nas atividades produtivas e nas relações sociais, por exemplo, que, como consequência, estabelece um ciclo permanente de mudanças, provocando rupturas rápidas, precisa ser considerada. Comparados com as mudanças significativas observadas nos séculos passados – como a máquina a vapor ou o motor a explosão – cuja difusão se dava de modo lento e por um longo período de tempo, os avanços do conhecimento que se observam neste século criam possibilidades de intervenção em áreas inexploradas. (BRASIL, 2000, p.12)

Portanto, é essencial que alunos e professores do ensino básico conheçam o que é Nanociência, seus conceitos básicos e suas potencialidades.

Trabalhando com formação inicial e continuada de professores, preocupamo-nos com a questão da educação científica apontada nos PCN e entendemos que ela deve fazer parte dos estudos dos atuais e futuros docentes. Neste sentido, temos direcionado, nos últimos tempos, nossas pesquisas na área de Educação Matemática à análise de estratégias de ensino que propiciem o desenvolvimento de habilidades e competências que permitam aos alunos, não apenas relacionar a Matemática com o cotidiano social em que vivem, mas, também, compreender o avanço científico e tecnológico da sociedade de forma crítica e reflexiva.

Muitas vezes, fatos e temas do mundo científico e social podem propiciar a vivência de experiências que levem à compreensão de conceitos de diferentes áreas do conhecimento. Estes temas podem ser pontos de partida para a construção de novos conceitos. Entretanto, a complexidade dos conceitos matemáticos e científicos muitas vezes requer diferentes representações e o uso de uma linguagem adequada pelos professores, para que estes sejam compreendidos pelos alunos.

Com esta perspectiva e com o objetivo de contribuir para a educação científica dos alunos, temos desenvolvido várias atividades de modelagem em sala de aula, nos últimos anos, pois entendemos que a partir delas é possível construir um novo conceito matemático que permite, não apenas a compreensão do tema proposto mas, também, possibilitar a interação com outras áreas do conhecimento. Assim, investigamos a potencialidade da Modelagem Matemática, entendida aqui como uma metodologia de ensino, para a aprendizagem de novos conceitos e sua contribuição para a interação com outras áreas de conhecimento, em particular, neste trabalho, com a área de Nanociências.

Temos o entendimento de que quando se trabalha com modelagem em sala de aula, além do objetivo de ensinar matemática, outros objetivos podem e devem fazer parte da relação entre professor e alunos, como por exemplo, a habilidade de usar a matemática para compreender fenômenos de outras áreas, a habilidade de propor e de solucionar problemas, a reflexão sobre a utilização da matemática para a tomada de decisões e também de habilidades que tratam da formação geral do indivíduo e não apenas da formação do campo específico. Assim, investigamos as contribuições da Modelagem Matemática, na abordagem dos conceitos relacionados a Nanociências, com alunos em formação continuada, participantes da disciplina de Tópicos de Física Moderna, de um curso de mestrado profissionalizante em ensino de Física e de Matemática.

Tendo em vista o objetivo da pesquisa, desenvolvemos um estudo com abordagem qualitativa, em que os dados para análise foram obtidos durante a realização de uma atividade de modelagem em sala de aula. Foram analisadas as produções dos alunos para identificação dos eixos temáticos que permitiram a ordenação dos dados e a seleção de suas falas que deram consistência a esses eixos.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nos últimos tempos, pesquisas tendo como foco a Modelagem Matemática têm crescido muito no Brasil e em diferentes países do mundo. Em artigos contidos em Barbosa, Caldeira e Araujo (2007), Brandt, Burak e Klüber (2010), Almeida, Araujo e Bisognin (2011), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), que tratam da modelagem na Educação Matemática e na Educação Estatística, encontram-se diferentes resultados de pesquisas que dão a dimensão do crescimento da área de Modelagem Matemática no Brasil.

Em muitas dessas pesquisas, uma questão central tem sido colocada: o que constitui uma atividade matemática?

Chevallard et al. (2001), ao referirem-se a atividade matemática destacam:

Um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática pode ser identificada, portanto, como uma atividade de modelagem matemática. (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p.50)

Assim, para os autores, atividades matemáticas podem ser identificadas com a construção e interpretação de modelos matemáticos e salientam que não é possível traçar uma fronteira clara e precisa entre as atividades matemáticas e as não matemáticas. Argumentam que a questão do fazer Matemática é caracterizada como uma atividade de Modelagem Matemática.

Caracterizamos o fazer matemática como um trabalho de modelagem. Esse trabalho transforma o estudo de um sistema não matemático, ou um sistema previamente matematizado, no estudo de problemas matemáticos que são resolvidos utilizando de maneira adequada certos modelos. Podemos destacar três aspectos desse trabalho: a utilização rotineira de modelos matemáticos já conhecidos; a aprendizagem (e o eventual ensino) de modelos e da maneira de utilizá-los; e a criação de conhecimentos matemáticos, isto é, de novas maneiras de modelar os sistemas estudados. (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p.56)

Quando tratamos da Modelagem Matemática, estamos de acordo com o que afirmam os autores, isto é, que uma atividade de modelagem pode referir-se tanto a construção de modelos que partem de questões intrínsecas da Matemática, quanto de modelos a partir de questões não matemáticas, oriundas de outras ciências ou de questões sociais e econômicas que fazem parte do dia a dia do aluno.

Ao tratarmos da Modelagem Matemática, encontramos na literatura diferentes concepções que foram formuladas por diversos autores como, por exemplo, Bassanezi (2002), Burak (2010), Barbosa (2001).

Em relação à utilização da Modelagem Matemática na sala de aula, destacamos os trabalhos de Barbosa (2009), que trata da integração da modelagem nas práticas pedagógicas, Malheiros (2011), que aborda as interseções entre projetos e modelagem no contexto da Educação Matemática, Bisognin e Bisognin (2011a, 2011b) que tem a preocupação da construção de conceitos matemáticos por meio da modelagem, entre outros.

Na perspectiva desses autores, para trabalhar com modelagem, além de conhecimento de Matemática, o professor deve ter intuição e criatividade para interpretar o contexto, discernir que conteúdo matemático melhor se adapta para descrevê-lo e interagir com profissionais de outras áreas de conhecimento. Essa interação é um fator fundamental no desenvolvimento de habilidades e competências para a educação científica, conforme preconizadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.

Neste trabalho, são explorados os conceitos fundamentais da Nanociência, a partir de uma abordagem da relação geométrica entre macro, micro e nanoescala, tendo como objetivo analisar as contribuições da Modelagem Matemática no ensino de Matemática.

NANOCIÊNCIA E NANOTECNOLOGIA

Ao estudar problemas relacionados com Nanociência, uma indagação surge de forma natural: por que o estudo de um problema em uma escala nano é diferente do mesmo problema em uma escala maior? A resposta é que propriedades que não se veem em uma escala macroscópica, na escala nano passam a ser vistas e, portanto, podem ser consideradas quando se manipula um determinado material, seja ele biológico, um fármaco, metal, plástico etc....Ao invés de trabalhar com materiais que podem ser manipulados sem ajuda de equipamentos macroscópicos, trabalha-se com átomos e moléculas.

Sobre a definição de Nanotecnologia, Martins (2007, p.121), coloca que

[...] a Nanotecnologia se refere somente à escala e não a objetos, como por exemplo, a biotecnologia, onde o prefixo bios significa vida. O segundo aspecto é que Nanotecnologia se refere a uma série de técnicas utilizadas para manipular a matéria na escala de átomos e moléculas que, para serem vistos requerem microscópios especiais.

Martins (2007) também chama atenção para as implicações sociais da Nanotecnologia e afirma que ela vai confrontar a sociedade com questões sociais, políticas, econômicas e éticas sem precedentes. Segundo o autor, ao manipular a matéria em uma escala nano,

abre-se uma nova fronteira em que não há regulamentação e nem controle para tornar esta atividade segura, até o momento. Entretanto, esta área de pesquisa é prioritária em muitos países desenvolvidos, incluindo o Brasil, devido à aplicabilidade imediata junto à indústria, na área da saúde, na farmacologia, na fabricação de novos materiais odontológicos, na construção civil, na área de cosméticos e em tantas outras.

Neste novo momento da ciência, é preciso que a educação se faça presente e, neste sentido, a melhor maneira de formar estudantes conscientes e críticos é permitir o acesso ao conhecimento. Nesta direção, uma educação científica de qualidade deve passar, também, pela inclusão deste conteúdo junto a estudantes de diferentes níveis de ensino.

METODOLOGIA

Este estudo segue uma abordagem qualitativa. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa converge para o estudo de indivíduos em sua realidade, focada na compreensão e no discurso, oriundos do universo de pesquisa. Ela caracteriza-se pelos registros de dados realizados através de anotações no papel ou uso de vídeos e gravações em áudio, assim como, entrevistas, esquemas e diagramas relativos a padrões de comunicação verbal entre alunos e professores. Para os autores, a fonte de dados é o próprio ambiente natural e o pesquisador atua como o principal instrumento.

Os participantes da pesquisa foram 15 alunos que são professores de escolas da Educação Básica e que fazem parte de um curso de mestrado em ensino de Física e de Matemática.

As atividades de Modelagem Matemática foram desenvolvidas a partir das discussões do tema Nanociências, na disciplina de Tópicos de Física Moderna em que uma das autoras era a professora. Os alunos foram reunidos em três grupos com cinco elementos, indicados por A, B e C, seguindo as seguintes etapas: (i) estudo em grupo, seguido de discussão coletiva de textos referente à Nanociência e Nanotecnologia; ii) análise e problematização do tema utilizando-se as etapas da Modelagem Matemática de acordo com Bassanezi (2002). Solicitou-se que cada grupo tentasse problematizar o tema e identificasse que conceitos matemáticos poderiam dele emergir.

Os instrumentos de coleta de dados foram as observações com registro no diário de campo da professora em cada um dos encontros. Foram coletados dados relativos aos discursos dos alunos, seus comentários, dúvidas, interpretações, apresentações orais e as produções realizadas em sala de aula tendo a Modelagem Matemática como metodologia de trabalho.

A análise dos dados iniciou-se com a organização do material produzido pelos alunos e foram definidos dois eixos temáticos: a) reação dos alunos frente à Nanociência e Nanotecnologia; b) relação do processo de modelagem com a Nanociência. Apresentamos, a seguir, cada um dos eixos procurando identificar as falas dos alunos e suas ações.

ANÁLISE DOS DADOS

Reação dos alunos frente à Nanociência e Nanotecnologia

Nesse primeiro eixo temático, procurou-se analisar a reação dos alunos frente à Nanociência. Inicialmente, foi proposto o estudo individual, seguido de discussão coletiva de textos relacionados à Nanociência e Nanotecnologia tais como Silva, Viana e Mohallem (2009), Toma (2004), Toma e Araki (2005). Estes textos tratam das questões relativas à Nanociência e Nanotecnologia, sua aplicabilidade e riscos. Após as discussões em pequenos grupos a professora lançou a seguinte questão:

Professora: É possível trabalhar este tema, com esta complexidade, com alunos da Educação Básica?

As respostas dos grupos mostram o entendimento da importância da Nanociência e Nanotecnologia para os dias atuais e as dificuldades de abordar ou propor atividades relativas a esse tema, em sala de aula, na Educação Básica.

Grupo A: Os textos são bastante claros e elucidativos e envolvem diferentes áreas de conhecimento..., não seria difícil trabalhar este tema, especialmente no ensino médio, mas, nós professores de Matemática, não temos ideia de como trabalhar isso com nossos alunos.

Grupo B: estes termos, Nanociência e Nanotecnologia, estão presentes na mídia quase todo dia, mas, para ser trabalhado na sala de aula, pode não ser uma tarefa fácil, pois deve envolver profissionais de outras áreas e não apenas da Matemática. É preciso ter tempo para interagir com colegas de outras áreas.

Grupo C: trabalhar temas interdisciplinares é sempre difícil principalmente quando não se domina o tema completamente. Nós estamos entrando em contato com este tema agora....imagina trabalhar em sala de aula...

Professora: de acordo com o texto, quais são os fundamentos da Nanociência?

Grupo A: são conceitos que pouco tem a ver com a Matemática, por exemplo: partículas, nanopartículas, átomos e moléculas. Estes são conteúdos da Física e da Química... nós professores de Matemática não sabemos como trabalhar estes tópicos.

Grupo B: tem alguns termos desconhecidos e que pertencem a outras áreas e também achamos que tem a ver com a Matemática quando se refere a escalas, que é um conteúdo que em geral é trabalhado no ensino fundamental. Fora isso, não saberíamos o que e como trabalhar este tema na sala de aula.

Professora: retomem os textos e vamos tentar compreender os termos envolvidos, tais como: o que são partículas e nanopartículas.

A partir dos textos, os grupos responderam que de acordo com os autores “partícula está relacionada com uma pequena porção de um material” e o termo “nano está relacionado com a ordem de grandeza”. Concluíram então que nanopartículas são partículas com ordem de grandeza em uma escala muito pequena.

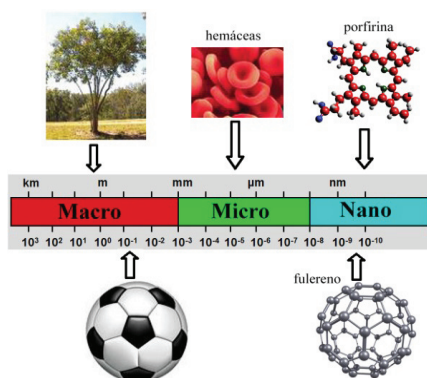
A professora novamente indagou: *qual é o significado dos termos: macroscópico, microscópico e manométrico?*

A questão estava relacionada com o tema escalas e assim, novamente, os grupos retomaram os textos e buscaram outras informações disponíveis na internet para concluir.

Grupo A: *o termo macroscópico é geralmente utilizado na descrição de objetos físicos que podem ser mensurados e observados a olho nu. De modo geral, podemos avaliar como macroscópicas as escalas de comprimento que variam de 1 mm até 1 km. Por outro lado, a percepção microscópica pode demonstrar características mais gerais da composição do material em uma escala de comprimento que varia de 1 mm a alguns μm (1 micron corresponde a 10^{-6} m). Um dos exemplos típicos são as células sanguíneas, como as hemáceas que constituem o sangue e que estão em uma escala de alguns microns. Já a nanoescala vai além das anteriores e trata de sistemas com dimensões de alguns nanômetros (10^{-9}m) a alguns Angstroms (10^{-10} m).*

Para exemplificar, o grupo apresentou a Figura 1, a seguir, que mostra, de forma clara, a passagem de uma escala do mundo macro para micro e para nano.

FIGURA 1 – Esquema apresentado pelo Grupo A que relaciona as escalas macro, micro e manométrica.



Grupo B: *concordamos com o grupo A e apenas reforçamos que até pouco tempo, especialmente, a Física e a Química trabalhavam no mundo macroscópico e microscópico em que o primeiro diz respeito ao mundo em que é possível ver os objetos a olho nu e, o segundo, necessita de aparelhos, como os microscópicos para ver os objetos. Agora o mundo manométrico está relacionado com grandezas muito pequenas, da ordem de nanômetros (10^{-9}m). É possível enxergar os nanomateriais, mas, apenas usando-se aparelhos sofisticados e que surgiram há pouco tempo. Por isso a Nanociência é recente. Pelo que entendemos a Nanociência está relacionada à manipulação de materiais em uma escala muito pequena.*

Observou-se que os alunos tiveram uma boa compreensão do texto, buscaram outras fontes para complementar suas informações e conseguiram estabelecer algumas relações com conceitos matemáticas, principalmente com escalas. Entretanto, as respostas dos alunos revelaram também, inicialmente, insegurança, dificuldades e uma rejeição para abordar, em sala de aula, um tema atual e complexo.

Relação do Processo de Modelagem Matemática com a Nanociência

O ponto de partida foi tentar compreender os termos Nanociência e Nanotecnologia. Para isso, cada grupo tentou responder, de acordo com os textos fornecidos e buscaram, também, outras informações em revistas especializadas.

O Grupo A e o Grupo B responderam que *Nanociência é o estudo de materiais nanoparticulados e de suas propriedades. É a pesquisa de materiais em escala nanométrica.*

Esses dois grupos buscaram compreender o termo Nanociência, já, o Grupo C buscou o significado do termo Nanotecnologia.

Grupo C: *De acordo com os textos, a palavra Nanotecnologia está relacionada com a maneira de se criar materiais na escala nanométrica, ou seja, Nanotecnologia é o modo de manipular estruturas em escala nanométrica com o objetivo de desenvolver novos materiais, isto é, materiais com melhores ou até novas propriedades.*

As definições foram descritas de modo claro e percebeu-se que os alunos conseguiram compreender os conceitos básicos relacionados com a Nanociência e a Nanotecnologia. A leitura e discussão dos textos foram valiosos para o entendimento do tema. A relação com temas de outras áreas de conhecimentos permitiu que os alunos investigassem, explicassem aos colegas e à professora suas conclusões e compreendessem um tema atual que está presente em nossas vidas.

Um importante papel do professor é instigar os alunos a fazer inter-relações, isto é, discutir temas, como no caso da Nanociência e da Nanotecnologia, no qual o conhecimento de Matemática se inter-relaciona com o conhecimento de Física e de Química. Este é um tema em que a interdisciplinaridade está presente.

A professora desafiou-os: *como podemos problematizar este tema? Que conceitos matemáticos podem ser construídos a partir dos conhecimentos de Nanociência? É possível encontrar modelos matemáticos que auxiliem na compreensão deste tema?*

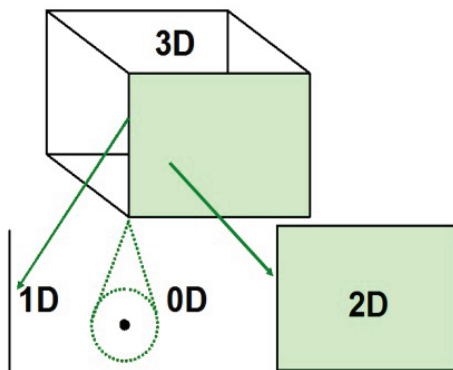
Os alunos do Grupo A se manifestaram dizendo que:

Grupo A: *em nossa busca sobre esse assunto, lemos que a Nanociência está relacionada a um “aumento da área superficial” e que isto depende da escala que se usa.*

Professora: *como podemos explicar isso, do ponto de vista da Matemática?*

Os alunos responderam que antes era necessário entender o que era um sistema representado em 3D, isto é, em três dimensões, em duas dimensões (2D), em uma dimensão (1D) e zero dimensão (0D). Fizeram um esquema representativo como mostrado a seguir.

FIGURA 2 – Esquema relacionando as diferentes dimensões a partir do cubo.



Os grupos explicaram que:

Grupo A: *achamos que a figura que construímos ilustra bem os sistemas em três, duas, uma e zero dimensão. O cubo representa um sistema macroscópico em três dimensões (3D). A face é uma estrutura bidimensional (2D), já que ocupa um plano de coordenadas (x,y). A aresta tem uma estrutura unidimensional (1D) e o ponto tem dimensão zero (0D).*

Grupo B: *aqui já está aparecendo a Matemática e, de acordo com o texto, o estudo da dimensão abre muitas possibilidades para análise de novas estruturas de materiais.*

Grupo C: *lemos que isto tem a ver com o fato de estar trabalhando no mundo macro, micro ou nanométrico e isto, como já vimos, tem a ver com escalas.*

Professora: *Quais os efeitos da passagem de uma escala macro para micro e nano na estrutura de materiais? É possível modelar esta situação?*

Para tentar responder a pergunta os alunos foram convidados, a partir do esquema gráfico construído pelo Grupo A, a analisarem a razão entre a área superficial S e o volume V de um cubo de aresta L . Observaram que, se $S = 6L^2$ e $V = L^3$, então $S/V = 6/L$ e, ao analisarem esta expressão, concluíram que a razão é inversamente proporcional ao tamanho da aresta.

Professora: *tentem descrever o que acontece com a área superficial de um cubo de aresta $L=1\text{cm}$, por exemplo, quando se passa de uma escala macro para micro e para a*

nanoescala, mantendo-se o volume constante. Analisem o que acontece quando a aresta é dividida ao meio, em três partes, em quatro partes e assim, sucessivamente.

Primeiramente, os alunos não compreenderam o que a professora sugeriu e responderam de imediato, que a área superficial deveria ser a mesma, isto é, 6cm^2 e o volume 1cm^3 . Comentaram que “*se a aresta é dividida ao meio não tem porque alterar o valor da área superficial*”.

Professora: *tentem fazer uma simulação deste fato.*

Grupo A: *Se $L = \frac{1}{2}$ então devemos achar quantos cubinhos são necessários de modo que o volume do cubo original permaneça constante? E depois analisar o que acontece com a área total destes cubinhos, é isso que você (professora) está dizendo para fazer?*

Professora: *é um bom caminho.*

Grupo A: *Se a aresta é a metade então devemos ter 8 cubinhos, para manter o mesmo volume original.*

Os alunos continuaram a argumentar: *a superfície total deve ser a soma das áreas de cada cubinho... basta multiplicar por 6...vai dar $6 \times (1/2)^2 = 3/2 \text{ cm}^2$. Essa é a área de um cubinho... agora é só multiplicar por 8, vai dar $8 \times 3/2 = 12\text{cm}^2$. Não deveria dar 6 cm^2 ? Dobrou de valor.*

O grupo B, a partir da apresentação do resultado do grupo A, sentiu-se desafiado e, seguindo a mesma ideia, analisou o caso em que a aresta é dividida em três partes.

Grupo B: *se a aresta é dividida por três então deveremos ter 27 cubinhos para termos o mesmo volume. A área superficial de cada um deles é $6 \times (1/3)^2 = 2/3 \text{ cm}^2$. Portanto a área superficial deve ser $27 \times 2/3 = 18\text{cm}^2$. É muito maior que o valor anterior.*

Neste momento os grupos perceberam a importância do trabalho com escalas.

A partir dessas observações os grupos construíram os valores da área superficial do cubo à medida que as arestas foram assumindo diferentes valores. O Grupo A apresentou o Quadro 1.

QUADRO 1 – Valores da aresta, número de cubos e área superficial, calculados pelos alunos.

Aresta (cm)	Nº de cubos	Área Superficial Total (cm) ²	Volume (cm) ³
1	1	6	1
1/2	8	12	1
1/3	27	18	1
1/4	64	24	1
1/5	125	30	1
1/6	216	36	1
...

Fonte: autor.

A professora desafiou os alunos a analisar os valores encontrados e buscar possíveis regularidades.

Professora: *é possível obter um modelo matemático que descreva a variação da aresta e da área superficial?*

Grupo A: *professora nós analisamos a variação da aresta ... achamos que um modelo matemático que descreve a variação da aresta pode ser $A_n = 1/n$.*

Grupo C: *achamos que o número de cubos pode ser expresso por n^3 e a área superficial por $n^3 \times (6n^2) = 6n^5$ pois a área superficial de cada cubo é $6n^2$.*

Grupo B: *professora nós analisamos os valores e observamos que o volume do cubo original permanece constante, a área superficial cresce ... ainda, na primeira coluna tem-se uma sequência numérica decrescente, nas colunas do meio as sequências numéricas são crescentes, e o volume fica constante.*

Os alunos do grupo A voltaram a se manifestar.

Grupo A: *no quadro temos exemplos de sequências numéricas que convergem e divergem. A primeira sequência $1/n$ converge para zero, as outras divergem ... estão crescendo...*

Professora: *que relação tem a variação da medida da aresta do cubo com o mundo macro, micro e nanométrico?*

Para responder à pergunta os grupos voltaram a consultar os textos que haviam lido para determinar os valores de uma escala macro, micro e nano.

Os alunos do Grupo C se manifestaram dizendo que, partindo de um cubo de aresta medindo 1cm e dividindo cada vez em dez partes, quando a aresta medisse 0,001cm já estava na escala micro pois $0,001\text{cm} = 10\ \mu\text{m}$. Da mesma forma quando a aresta medisse 0,00001cm, tinha atingido a escala nano pois $0,000001\text{cm} = 1\text{nm}$. *Basta a gente ir dividindo que se percebe quando a escala muda.*

Ao final da atividade foi realizada uma plenária para que os grupos apresentassem suas conclusões. Os alunos mostraram-se surpresos, pois não tinham ideia de quantos conceitos matemáticos podiam ser obtidos ao explorar este tema e a sua aplicabilidade. Ficaram entusiasmados porque, nos textos lidos, os autores salientavam que uma das grandes potencialidades dos nanomateriais está associada ao aumento, de forma acentuada, da área superficial da estrutura quando o tamanho desta estrutura é reduzido, ou seja, quando se passa de uma escala macro ou micro para a nanoescala e os cálculos efetuados por eles mostravam exatamente esta relação.

Como é possível observar nas falas e nas questões propostas pelos alunos ao tentarem responder as indagações da professora, os mesmos conseguiram compreender o processo de modelagem e ao mesmo tempo, os conceitos relacionados com a Nanociência. A partir do tema, estabeleceram relações entre as escalas e a mudança na estrutura da matéria e descreveram modelos matemáticos que permitiram fazer a relação da Nanociência com diferentes conceitos matemáticos. Muitas vezes, retomaram a leitura dos textos propostos

e tiveram autonomia para buscar novos dados e informações para poder argumentar para os colegas e para a professora.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das produções dos alunos, de seus comentários e de suas apresentações sobre o trabalho desenvolvido em sala de aula, foram estabelecidos dois eixos temáticos: a) a reação dos alunos frente à Nanociência e b) relação do processo de modelagem com a Nanociência. Referente ao primeiro eixo temático, percebeu-se inicialmente, a inquietude dos alunos quanto a utilização de um tema novo, interdisciplinar e que ainda não dominavam, para buscar conceitos matemáticos e explorá-los. Essa inquietude, percebida inicialmente, transformou-se em desafio e serviu de motivação para desenvolver a atividade proposta.

O segundo eixo temático voltado para a relação do processo de modelagem com a Nanociência apresenta pontos relevantes. A descoberta das escalas e os possíveis modelos matemáticos que foram obtidos a partir da exploração da forma geométrica do cubo mostram que a criatividade foi um fator que esteve presente. Um dos grupos, ao verificar a relação entre a variação da área superficial e o tamanho das partículas, indagou se isso só era possível estabelecer com o cubo. Na leitura dos textos sugeridos, os autores afirmam que esta relação pode ser estabelecida com outras estruturas geométricas, como as esféricas e outros sólidos geométricos em que a Lei de Euler é válida. Para verificar isso, estabeleceram a razão entre a área superficial e o volume da esfera e observaram que a área superficial é inversamente proporcional ao raio, quando se mantém o volume constante. Construíram o quadro com valores obtidos fracionando o raio e obtendo n esferas idênticas até os raios atingirem uma escala nanométrica.

O processo de modelagem vivenciado contribuiu para que as tensões, inicialmente verbalizadas sobre a exploração de um tema novo diminuísse e fosse, aos poucos, sendo apropriado pelos alunos. As tensões observadas nas falas dos alunos estão de acordo com as ideias contidas no trabalho de Oliveira e Barbosa (2011), quando afirmam que a escolha do tema é um momento de muita insegurança e dúvida no processo de modelagem. A partir dos questionamentos da professora, a reação inicial dos alunos foi se modificando e, ao final, perceberam que foi possível não apenas compreender o tema mas, também, foram capazes de construir modelos matemáticos e explorá-los. Conseguiram compreender que a Modelagem trabalha com diversificados conhecimentos, exigindo do professor e dos alunos a predisposição para buscá-los e relacioná-los com os conhecimentos matemáticos.

Pôde-se observar que, embora desafiados pelas perguntas da professora, os alunos vivenciaram as etapas da Modelagem Matemática e, das apresentações orais de suas produções, pode-se inferir que a modelagem contribuiu para compreensão do tema e dos conceitos matemáticos relacionados.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). *Práticas de Modelagem na Educação Matemática*. Londrina, EDUEL, 2011.
- BARBOSA, J. C. *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo, 2001.
- _____. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. *Educação Matemática em Revista*, v.14, n.26, p.17-25, 2009.
- BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAUJO, J. L. (Org.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisa e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007.
- BASSANEZI, R. C.; *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Construindo o conceito de proporcionalidade por meio da modelagem matemática. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. *Anais...* Recife: SBEM, 2011a. 1 CD-ROM.
- _____. Construção de modelos discretos para o ensino de Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAUJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Londrina: EDUEL, 2011b. p.105-122.
- BOGDAN, R; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRANDT, C. F; BURAK, D; KLÜBER, T. E. (Org.) *Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica*. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio*. Brasília, 2000.
- BURAK, D. Uma perspectiva de modelagem matemática para o ensino e aprendizagem da matemática. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. (Org.). *Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica*. Ponta Grossa: Editora UEPG, p.15-38, 2010.
- CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. (Org.). *Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. Coleção Tendências em Educação Matemática.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- MALHEIROS, A. P. Algumas intersecções entre projetos e modelagem no contexto da Educação Matemática. *Acta Scientia*, v.13, n.1, p.71-86, 2011.
- MARTINS, P.R. Nanotecnologia, uma introdução. In: EMERICK, M. C.; MONTENEGRO, K. B. M.; DEGRAVE, W. (Org.). *Novas Tecnologias na Genética Humana: Avanços e Impactos para a Saúde*. Rio de Janeiro, GESTEC-Nit, 2007.
- MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. (Org.). *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. Coleção Tendências em Educação Matemática.
- OLIVEIRA, A. M. P; BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e Situações de Tensões na Prática Pedagógica dos Professores. *Bolema*, v.24, n.38, p.265-296, 2011.

SILVA, S. L. A.; VIANA, M. M.; MOHALLEM, N. D. S. Afinal o que é Nanociência e Nanotecnologia? Uma Abordagem para o Ensino Médio. *Química Nova na Escola*. v.31, n.3, p.172-178, ago. 2009.

TOMA, H. E. *O mundo nanométrico: a dimensão do novo século*. São Paulo: Oficina de Textos, 2004.

TOMA, H. E.; ARAKI, K. Nanociência e Nanotecnologia. O gigantesco e promissor mundo do muito pequeno. *Ciência Hoje*, v.37, n.217, p.19-31, 2005.

Recebido em: maio 2012

Aceito em: jul. 2012