

# Saberes Profissionais e Pensamento Geométrico: o Caso de uma Professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental<sup>1</sup>

Ana Cristina Ferreira  
Cirléia Pereira Barbosa

## RESUMO

Este artigo apresenta um estudo de caso cujo foco é investigar a mobilização de saberes de uma professora que leciona Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ao participar de um grupo de estudos voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Os dados foram coletados por meio de diagnósticos de conhecimentos geométricos, registros produzidos pela professora, diário de campo da pesquisadora, uma entrevista e gravações em áudio e/ou vídeo dos encontros. Os resultados evidenciam o desenvolvimento do pensamento geométrico da professora – expresso não apenas pelo aprimoramento da linguagem utilizada, mas, principalmente, pelos registros produzidos por ela – bem como certa transformação dos conhecimentos em saberes pedagógicos.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Pensamento Geométrico. Desenvolvimento Profissional. Professores dos anos iniciais.

## Professional Knowledge and Geometric Thinking: the Case of a Primary School Teacher

### ABSTRACT

This article presents a case study whose focus is to investigate the mobilization of knowledge from a teacher who teaches mathematics in the early years of elementary school, to participate in a study group focused on the development of geometrical thinking. Data were collected through diagnoses of geometrical knowledge, records produced by the teacher, researcher's field diary, an interview and audio recordings and/or video meetings. The results show the development of the geometrical thinking of teacher – expressed not only by the improvement of the language used, but mainly by the records produced by it – as well as certain transformation of knowledge into pedagogical knowledge.

**Keywords:** Mathematics Education. Geometrical Thinking. Professional Development. Primary School Teacher.

<sup>1</sup>Uma versão preliminar desse artigo foi apresentada no Grupo de Trabalho sobre Formação de professores que ensinam Matemática (GT7) no V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (V SIPEM), realizado em outubro de 2012, em Petrópolis (RJ).

**Ana Cristina Ferreira** é Doutora em Educação Matemática e professora do Departamento de Matemática da UFOP. UFOP – ICEB – DEMAT – Endereço para Correspondência: Morro do Cruzeiro, s/n, Bauxita, Ouro Preto (MG), 35400-000. E-mail: [anacf@iceb.ufop.br](mailto:anacf@iceb.ufop.br)

**Cirléia Pereira Barbosa** é Mestra em Educação Matemática e professora do Curso de Licenciatura em Matemática do IFMG – campus Formiga. Endereço para Correspondência: Rua Padre Alberico, 440, São Luiz, Formiga (MG), 35570-000. E-mail: [cirleia.barbosa@ifmg.edu.br](mailto:cirleia.barbosa@ifmg.edu.br)

## INTRODUÇÃO

Este texto apresenta um recorte de uma pesquisa de Mestrado que teve por objetivo investigar a mobilização de saberes de professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG), ao participarem de um grupo de estudos voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para a realização do estudo, constituímos um grupo de estudo com três professoras que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de Ouro Preto (MG) e as pesquisadoras. Na Dissertação, construída a partir dessa pesquisa, analisamos quatro estudos de caso – um de cada professora e um do grupo. Neste artigo, dadas as limitações de espaço, apresentaremos apenas o estudo de caso da professora Marta.

## O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

O presente estudo se fundamentou, em Fischbein (1993), Pais (1996), Gutiérrez (1996) e Nacarato (2005) para compreender o desenvolvimento do pensamento geométrico. Essa escolha se deu pela proximidade entre as ideias dos autores e pelo suporte proporcionado a análise dos dados.

Apoiando-se na análise epistemológica da Geometria Espacial desenvolvida por Gonseth (1945), Pais (1996) destaca três questões fundamentais do conhecimento geométrico: o intuitivo, o experimental e o teórico. Segundo ele, para construir o conhecimento teórico geométrico dos alunos, é preciso que o professor considere tanto as questões intuitivas, quanto as atividades experimentais.

Nesse sentido, propõe quatro elementos fundamentais no processo de representação plana de um objeto tridimensional: objeto, desenho, imagem mental e conceito. O termo objeto é interpretado pelo autor como parte material, palpável do mundo real e que pode ser associada à forma de alguns conceitos geométricos. Por exemplo, o objeto associado ao conceito de cubo pode ser um cubo construído com varetas, cartolina, argila ou qualquer outro material. Assim, o termo objeto é utilizado como modelo físico ou material didático. Segundo o autor, o objeto é entendido como forma primitiva de representar conceitos, uma vez que o processo de construção teórica é lento, gradual e complexo. Dessa forma, o objeto é um modelo físico que contribui para a formulação de ideias, mas não as substitui.

Em nosso estudo, utilizamos o termo objeto “apenas em sua acepção concreta” (PAIS, 1996, p.66), como sinônimo de ‘material concreto’, ‘material manuseável’ ou ‘material manipulativo’, no sentido atribuído por Nacarato (2005).

Da mesma maneira que o objeto, o desenho também é de natureza concreta e, portanto, não apresenta características abstratas e gerais do conceito. Pais (1996) destaca que o uso do desenho na geometria plana é mais simples do que na geometria espacial, onde o uso de perspectivas torna-se uma das maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem dos conceitos geométricos.

Pais (1996), reportando-se aos estudos de Denis (1979 e 1989), relativos à teoria cognitiva, pesquisou as imagens mentais. Essas imagens, em um contexto da epistemologia da Geometria, podem ser associadas aos conceitos geométricos. Segundo ele,

Essas imagens que são de uma natureza essencialmente diferente daquelas do objeto e do desenho podem ser destacadas por duas características básicas: a subjetividade e a abstração. Pelo fato de serem abstratas, podem ser relacionadas aos conceitos, embora seu aspecto subjetivo as afaste da natureza científica. (PAIS, 1996, p.70)

Na dificuldade de definir o que é uma imagem mental, o autor considera que:

[...] pode-se dizer que o indivíduo tem uma dessas imagens mentais quando ele é capaz de enunciar, de forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos. Assim como as noções geométricas são ideias abstratas e, portanto, estranhas à sensibilidade exterior do homem, a formação de imagens mentais é uma consequência quase que exclusiva do trabalho com desenhos e objetos. (PAIS, 1996, p.70)

Segundo Pais (1996), a abstração e a generalização dos conceitos geométricos são construídas pelo aluno de forma lenta, num processo dialético que envolve sua influência com o mundo e sua reflexão intelectual sobre esse ambiente. De acordo com o autor, uma maneira de o aluno compreender essa abstração é vivenciar um processo evolutivo, no qual ele possa passar por situações ocorridas na própria história do conceito. Nesse processo, normalmente o aluno recorre à representação de objetos e desenhos e, posteriormente, às imagens mentais. No entanto, a representação de um conceito somente faz sentido para o aluno se ele já estiver num certo nível de formalização (idem).

Contudo, conceito e imagem mental podem ter diferentes acepções dependendo de quem as emprega. Para Fischbein (1993), um conceito expressa uma ideia, uma representação geral. Já uma imagem mental seria uma representação sensorial de um objeto ou fenômeno. Já para Yakimanskaya (1991 apud GUTIÉRREZ, 1996, p.6), imagem mental é uma representação interna “criada a partir da percepção sensorial das relações espaciais, e isso pode ser expresso em uma variedade de formas verbais ou gráficas, incluindo gráficos, imagens, desenhos, linhas, etc.”.

No presente estudo, entendemos que conceitos expressam ideias e representações gerais (FISCHBEIN, 1993), constituindo o conhecimento teórico da Geometria (PAIS, 1996), e imagens mentais são representações internas de um conceito ou propriedade, reveladas por meio de elementos verbais ou visuais – gráficos, desenhos, linhas, etc. (YAKIMANSKAYA, 1991 apud GUTIERREZ, 1996).

A visualização e a representação são outros dois elementos (indissociáveis) importantes para a formação do pensamento geométrico.

Entendemos visualização, no sentido atribuído por Gutiérrez (1996), como um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto

físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades. Como o autor, consideramos dois processos realizados na visualização: a “interpretação visual de informações”, para criar as imagens mentais (por exemplo, através do uso de materiais manipulativos/objetos), e a “interpretação de imagens mentais”, para gerar informações (verbais ou gráficas). No entanto, o raciocinar/pensar em objetos ou desenhos, em termos de imagens mentais, deve acontecer de maneira sistematizada, ou seja, levando em consideração as características e propriedades dos objetos.

As habilidades de visualização são entendidas pelo autor como um conjunto de habilidades (por exemplo, imaginar a rotação de um objeto, prever o deslocamento de um sólido, imaginar e compreender movimentos em três dimensões) que devem ser adquiridas pelos alunos. Essas habilidades tornam-se fundamentais para o desenvolvimento de processos necessários para a resolução de problemas geométricos, como os de simetria, de congruência e de semelhança.

A representação, também entendida como em Gutiérrez (1996), é um importante instrumento para expressar conhecimentos e ideias geométricas. A representação ajuda a criar ou transformar imagens mentais e produzir o raciocínio visual. Essa representação pode ser gráfica, através de um desenho em uma folha de papel ou de modelos concretos, ou mesmo através do uso da linguagem e gestos.

Em nossa pesquisa, o ensino e a aprendizagem da Geometria são elementos fundamentais. Por isso, propusemos a criação de um grupo de estudos, envolvendo pesquisadores e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Desde o início, quando nos interessamos por experiências envolvendo professores de Matemática, a noção de formação associada à ideia de frequentar cursos e programas/propostas de qualificação não nos pareceu adequada. Era preciso conhecer melhor esse profissional, suas dificuldades, anseios e desafios enfrentados na prática docente. Por isso, a ideia de desenvolvimento profissional associada a um processo individual e coletivo de aprendizagem docente que sofre influência de aspectos pessoais, motivacionais, sociais e afetivos e que considera as experiências do professor enquanto aluno e enquanto docente, é a que melhor contempla nossa visão.

## **DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL E SABERES PROFISSIONAIS**

A formação inicial e continuada dos professores que ensinam Matemática tem sido foco de inúmeras pesquisas, propostas, críticas e discussões. As dificuldades inerentes à realização de cursos iniciais (Licenciatura em Matemática, Pedagogia, etc.), bem como os obstáculos encontrados na continuidade dessa formação (cursos, palestras, seminários, voltados para o professor em exercício), trazem consigo uma visão ainda dicotômica do processo de desenvolvimento profissional do professor que leciona Matemática. Pensa-se e planeja-se em termos de momentos isolados e predefinidos. Nesse contexto, existe um momento de formação inicial que praticamente não se comunica com o momento

da formação continuada. Na graduação, o futuro professor recebe uma bagagem teórica de conteúdo muito superior à bagagem prática do *aprender-a-ensinar*. Já a formação continuada, geralmente, relaciona-se à ideia de frequentar cursos que buscam atender às carências do professor e alcançar resultados predeterminados (por exemplo, a implementação de determinado currículo ou metodologia de ensino). Nessa perspectiva, a teoria – geralmente desenvolvida longe da escola – é o ponto de partida e as propostas tendem a ser desenvolvidas de modo fragmentado, compartimentalizado e, muitas vezes, descontextualizado da realidade do futuro professor e do professor em exercício, desconsiderando suas opiniões, experiências e necessidades.

Ao contrário de visões parciais que privilegiam momentos vistos como distintos e isolados, propomos outro olhar, que contemple o desenvolvimento desse aprendiz<sup>2</sup>.

Entendemos o desenvolvimento profissional como um processo que se dá ao longo de toda experiência profissional com o ensino e a aprendizagem da Matemática, que não possui uma duração preestabelecida e nem acontece de forma linear. Esse processo – influenciado por fatores pessoais, motivacionais, sociais, cognitivos e afetivos – envolve a formação inicial e a continuada, bem como a história pessoal como aluno e professor. As características do indivíduo, sua vida atual, sua personalidade, sua motivação para mudar, os estímulos ou pressões que sofre socialmente e sua própria cognição e afeto – crenças, valores, metas, etc. – possuem importante impacto sobre esse processo. Desenvolver-se profissionalmente abarca duas vertentes: uma de desenvolvimento pessoal e outra de desenvolvimento de conhecimentos, atitudes, habilidades e competências mais específicas (OLIVEIRA, 1997). Isso significa que as mudanças no campo profissional não se dissociam das transformações vividas no nível pessoal, mas, sim, integram-nas e sustentam-nas. Esse processo “envolve a pessoa do professor numa multiplicidade de vertentes, dentre as quais se destacam as formas de apreensão e organização dos conhecimentos, os valores, as crenças, as atitudes, os sentimentos e as motivações” (OLIVEIRA, 1997, p.95).

Nesse contexto, saberes profissionais são compreendidos como um conjunto de conhecimentos oriundos de diversas fontes (formação escolar, formação inicial e continuada, currículo, conhecimentos de disciplinas a serem ensinadas, experiência profissional, identidade pessoal, etc.). Esses saberes são característicos da prática docente e sofrem influência da história de vida pessoal e profissional do professor, como experiências anteriores, aprendizagem com seus pares, interações com seus alunos na sala de aula, dentre outros. De acordo com Pimenta (1999), esses saberes são constituídos por outros três: os saberes da experiência, os saberes do conteúdo e os saberes pedagógicos. Consideramos que os saberes profissionais do professor são construídos, ampliados e mobilizados continuamente ao longo de sua carreira profissional, compondo sua identidade profissional.

Diante de todo o exposto, a opção por constituir um grupo de estudos exerce duas funções: propiciar um contexto favorável para o desenvolvimento profissional

---

<sup>2</sup>Entendemos que tanto o futuro professor, quanto o professor em exercício, são aprendizes constantes de seu ofício.

das participantes e mobilizar pensamento geométrico. Consideramos que a parceria entre a universidade e a escola seja um caminho fecundo e viável para uma mudança significativa no ensino e na aprendizagem da Matemática em todos os níveis. Com isso, queremos dizer que não apenas os professores da escola necessitam aprofundar seus saberes e aprimorar suas práticas, mas que também o professor universitário, muitas vezes, pesquisador, necessita rever suas próprias práticas e saberes e tem muito a aprender com os demais. Reforçamos essa visão em contraposição à ideia implícita (em muitas das atuais práticas e propostas de formação) de que o professor pesquisador que leciona nas universidades já está “pronto” para seu trabalho e é quem mais tem a oferecer nas propostas de formação. A nosso ver, todos os professores e os que se constituirão professores muito têm a contribuir para o desenvolvimento de práticas mais significativas de ensino e aprendizagem da Matemática, a partir da construção conjunta de saberes mais condizentes com as mesmas.

No recorte feito para este artigo, analisaremos a mobilização do pensamento geométrico de uma das professoras participantes do grupo.

## **PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

A pesquisa, de cunho qualitativo, buscou responder à seguinte questão: Que saberes são mobilizados por professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG), ao participarem de um grupo de estudos com foco no pensamento geométrico?

Para isso, constituímos um grupo de estudo formado por três professoras que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e pesquisadoras. Foram 16 encontros semanais (às terças-feiras), de 1h30min de duração cada, em horário extraclasse, de fevereiro a junho de 2010.

Os instrumentos de coleta de dados foram: diário de campo da pesquisadora, registros escritos produzidos pelas professoras participantes, gravações em áudio e/ou vídeo dos encontros, uma entrevista, realizada ao longo do trabalho, e dois diagnósticos de conhecimentos geométricos (inicial e final). O primeiro tinha o objetivo de proporcionar uma referência inicial acerca dos conhecimentos geométricos das participantes, e o segundo se propunha a identificar saberes mobilizados (ou não) pelo trabalho, em especial, relacionados ao pensamento geométrico.

A dinâmica dos encontros procurou nortear-se pelo referencial teórico e por nossas concepções sobre ensino de Geometria (centrado na ação dos participantes), bem como nossa preocupação com a formação docente. Assim, procuramos desenvolver atividades a partir de materiais manipulativos (argila, espelhos, palitos, cartolina, jogos, geoplano, etc.) e promover discussões acerca da utilização dessas atividades em sala de aula, troca de experiências e criação de materiais/atividades pelas participantes.

Propusemos ainda a construção do Dicionário de Geometria produzido pelas próprias professoras. Nossa intenção era, a cada semana, trazer um assunto/conceito a

ser discutido e construído pelo grupo e, ao mesmo tempo, oferecer um material de apoio e/ou consulta para as participantes.

Cada encontro foi planejado de modo a configurar-se como um espaço de aprendizagem coletiva no qual cada participante pudesse desenvolver-se profissionalmente. Nesse sentido, a ação, a interação entre as participantes e comunicação oral e escrita foram privilegiadas.

A análise realizou-se por meio de estudos de casos. As unidades de análise foram: as professoras e o grupo. Dessa forma, ao todo, realizamos quatro estudos de caso: um estudo de cada professora e um estudo do grupo. Os estudos de caso individuais privilegiaram três categorias – uso adequado de termos geométricos, visualização e representação, e compreensão de conceitos – que emergiram, tanto dos dados, quanto de nossas discussões, e leituras iniciais que nortearam a construção das atividades desenvolvidas nos encontros.

Apresentamos neste texto o caso da professora Marta.

## **O CASO DE MARTA**

Marta formou-se em Licenciatura Básica para os anos iniciais do Ensino Fundamental, na Universidade Federal de Viçosa (modalidade a distância) e leciona há cerca de 23 anos. No ano de 2010, lecionava para o 2º ano. É uma pessoa simples e extrovertida. Contagia o grupo com sua alegria e bom humor.

Quando conversamos sobre sua formação, a professora afirmou não haver estudado Geometria durante a Educação Básica (antigo ginásio e magistério). No curso superior, os conteúdos geométricos foram abordados teoricamente, pois as disciplinas priorizavam as atividades propostas nos fascículos. Nunca havia aprendido a trabalhar a Geometria com materiais manipulativos. Embora tenha procurado participar de cursos de formação continuada para professores dos anos iniciais, oferecidos pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), diante dos temidos ‘nomes das figuras’, como ela própria dizia, acabou desistindo nos primeiros dias.

Marta considera a linguagem geométrica difícil para as crianças assimilarem. Cita o problema da formação como uma das principais dificuldades enfrentadas pelo professor ao ensinar Geometria, e destaca, ainda, a ausência de atividades mais dinâmicas, desenvolvidas a partir de materiais manipulativos, na formação inicial.

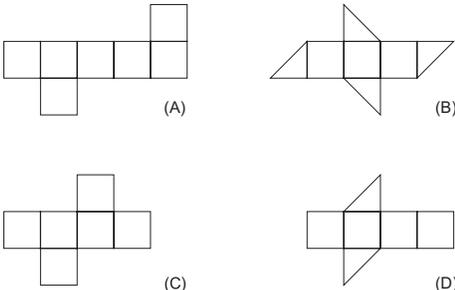
Mas eu acho que é justamente por causa disso, nós professores dos anos iniciais não tivemos essa formação, né, esse contato de estar fazendo esse trabalho prático. [...] eu já tenho mais tempo que eu dou aula. Já peguei turmas maiores aí eu não fazia essa parte de Geometria, eu pulava. Eu tinha que pular, porque eu não sabia trabalhar, entendeu? Achava que não tinha muita importância isso aí. Achava que quem tinha que aprender era só os meninos pequenininhos mesmo. Quadrado, retângulo, círculo... (Entrevista, 13/04/10)

Participante ativa e assídua – faltou apenas a um encontro – a professora sempre demonstrou interesse em aprender, embora tivesse dificuldades. A persistência era uma de suas características.

Em relação aos conhecimentos geométricos, uma sondagem realizada nos primeiros encontros com o grupo evidenciou que Marta tinha dificuldade para utilizar adequadamente os termos geométricos ao se referir às figuras geométricas, bem como para reconhecer figuras planas em objetos tridimensionais. A resposta da professora à terceira questão do diagnóstico inicial é um exemplo:

FIGURA 1 – Diagnóstico inicial da professora Marta (2º encontro, 23/03/2010)

3)As figuras abaixo representam caixas abertas.



Qual dessas figuras representa uma caixa em forma de cubo? Explique sua resposta.

(a) Terceira questão do diagnóstico inicial

C → Tem 6 lados com a mesma medida.

(b) Resolução da questão

Fonte: Documentos produzidos no estudo.

A professora relacionou corretamente o cubo com sua planificação. Para chegar à solução, observamos que ela contou o número de quadrados em cada figura. Porém, utilizou a expressão ‘lados com a mesma medida’ como se fosse ‘faces iguais’.

### **Analisando a mobilização de saberes da professora**

A seguir, analisamos os saberes relacionados ao pensamento geométrico, mobilizados por Marta ao longo dos encontros com o grupo, tendo em vista as categorias: uso adequado de termos geométricos; visualização e representação; e, compreensão de conceitos.

#### ***Uso adequado de termos geométricos***

Para Marta, o uso correto dos termos matemáticos sempre foi uma de suas dificuldades em Geometria. Durante a graduação, a professora recorda-se de ter estudado temas como sólidos geométricos, figuras planas e cálculo de medidas de ângulos, mas

sua principal dificuldade, desde aquela época, era compreender os termos geométricos: *“Justamente os ângulos, a forma era fácil. Ângulo... É..., o sólido. O nome das figuras geométricas... dos sólidos geométricos que eu não sabia. Não sei até hoje. Estou aprendendo aqui, agora”* (entrevista, 13/04/10).

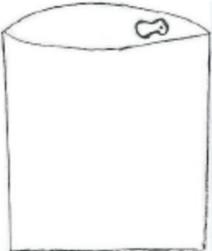
No segundo encontro com o grupo, ao discutirmos uma atividade em que as professoras deveriam encapar o seu caderno, usando figuras geométricas de cores e formas combinadas, Marta relatou ao grupo as figuras geométricas que utilizou: *“Triângulo: três lados, três pontas [...] Retângulo: quatro lados, quatro pontas. Figura com seis lados e seis pontas [...]”* (notas de campo, 23/03/10). Notamos que a professora utilizou o termo ‘ponta’ em vez de ‘vértice’.

Também no segundo, discutimos a planificação da latinha de refrigerante (última questão do diagnóstico inicial, adaptada de Passos (2000)).

FIGURA 2 – Quinta questão do diagnóstico inicial (2º encontro, 23/03/2010).

A professora Ruth (do 5º ano), da escola José Inácio, iniciou uma atividade com os alunos, solicitando-lhes que desenhassem a planificação de um cilindro, explicando-lhes que o cilindro tem a forma de uma lata de refrigerante. Ela mostrou-lhes alguns objetos que têm essa característica, como as próprias latas de refrigerantes, sólidos de madeira, canudos de papel alumínio, entre outros. Explicou-lhes que depois do desenho pronto, eles iriam recortá-lo, tentando montar um cilindro, cujo resultado deveria ser semelhante à forma sugerida.

O aluno Júlio, tentando ser fiel ao que observou, mostrou seu desenho para a professora, perguntando-lhe se estaria correto.



A professora perguntou para o aluno se esse desenho, depois de recortado e montado, daria a ideia de uma lata de refrigerante. O aluno, antes de responder, recortou-o, verificando não ser possível obter a representação da lata de refrigerante com ele, e comentou:

– *“Vai faltar a parte de trás, mas não sei como colocar...”*

Se você fosse a professora Ruth, o que você responderia ao aluno?

Fonte: Documentos produzidos no estudo.

Quando perguntamos sobre a relação entre as medidas dos círculos e a medida do retângulo, Marta respondeu rapidamente que deveriam ser iguais: *“O comprimento do*

*círculo deve ser igual à linha do retângulo*” (notas de campo, 30/03/10). No entanto, a professora utilizou o termo ‘linha’ ao se referir à medida de uma das dimensões do retângulo.

Ao longo do processo, percebemos a preocupação da professora em utilizar adequadamente termos geométricos, principalmente, a nomenclatura das figuras. Seleccionamos alguns trechos de um episódio no qual ela apresentou ao grupo as formas geométricas identificadas em um conjunto de planificações.

Marta: *Vou falar quando ela tá inteira. 5 triângulos, 5 faces aqui e uma fase aqui. Face! (ela mesma corrige) [...] Coloquei que é uma pirâmide com base trapézio. (conversas)*

Vanda: *A base é o que?*

Marta: *Penta... pentagular? [...] Pirâmide com base pentagonal. (conversas)*

Marta: *Aqui tem um quadrado, quatro triângulos, não é isso? É... Uma face... Três faces. [...] Pirâmide com base quadrangular. (conversas)*

Marta: *Essa aqui são três retângulos e dois triângulos. [...] Então é uma pirâmide com base retangular. (Referindo-se ao prisma de base triangular.)*

(conversas)

Marta: *Um círculo e com um quarto do círculo.*

Marta: *Aí é o cone?*

Pesquisadora: *Muito bem! É o cone. (conversas)*

Marta: *É... E dois pentágonos. [...] É isso? Aí a figura é prisma. [...] de base pentagular.*

Vanda: *Pentagonal. (conversas)*

Marta: *Aí vem essa daqui, né, eu falei. São quatro triângulos, quatro faces, e é uma pirâmide. (conversas)*

Marta: *[...] Aí tá vendo como é que eu sei?! (Olha com entusiasmo para a colega Vanda.)*

(5º encontro, 13/04/10)

Esse diálogo evidencia alguns saberes mobilizados por Marta. A professora começa a inserir em seu discurso palavras que eram, até então, ausentes em seu vocabulário. Embora tivesse dificuldades, o esforço e a dedicação foram fundamentais para superar seus desafios. Outros saberes também foram construídos pela professora, por exemplo, quando conseguiu identificar formas geométricas planas e reconhecer sólidos, a partir de sua planificação. Também, reforça algumas de suas dificuldades, como em diferenciar pirâmide retangular de prisma triangular.

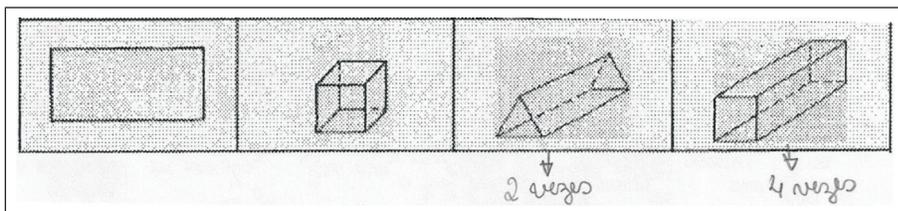
Percebemos que, aos poucos, Marta ganhava mais segurança em suas falas. Em alguns momentos, mesmo não sabendo a nomenclatura correta, já fazia uso de termos geométricos apropriados: “Sei que não é retângulo porque os lados estão inclinados. Mas não sei o nome” (notas de campo, 20/04/10).

### ***Visualização e representação***

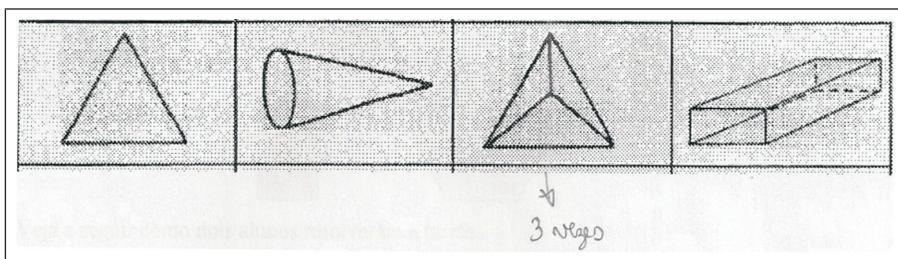
O diagnóstico inicial revelou algumas dificuldades de Marta quanto ao processo de visualização e representação. Na segunda questão, por exemplo, percebemos

que a professora não conseguiu reconhecer todas as figuras planas nos objetos tridimensionais.

FIGURA 3 – Resolução da segunda questão do diagnóstico inicial (2º encontro, 23/03/2010)



(a)



(b)

Fonte: Documentos produzidos no estudo.

Podemos notar, pela figura 1 (a), que Marta não identificou todas as formas. Isso sugere que a habilidade de percepção de figura base (GUTIÉRREZ, 1996) não foi desenvolvida por ela. Na figura 1 (b), a professora parece ter percebido apenas os três triângulos da vista superior, desconsiderando a face apoiada no plano.

No entanto, ao longo do processo, Marta foi mostrando mais desenvoltura e habilidades de percepção. Isso pôde ser observado no 6º encontro, quando ela desenvolveu um trabalho sobre perspectivas, depois de modelar alguns sólidos geométricos com argila. Para representar diferentes vistas dos sólidos geométricos, ela escolheu o prisma oblíquo quadrangular, e outra professora, a pirâmide triangular e o cilindro. Deixamos que trabalhassem individualmente para depois discutirmos com o grupo. Parte desse momento está retratada no episódio a seguir:

Pesquisadora: *Se você olha de cima, o que que você está enxergando?* (Refiro-me à vista da pirâmide triangular.)

Vanda: *Eu acho que é o ponto.*

Marta: *Se eu olhar de cima, eu vou ver três... Três triângulos.*

Pesquisadora: *Aí você vê os triângulos... Vê o ponto...*

Vanda: *Vista de cima, Marta. Como você vê o seu lá de cima? Você vai ver aquilo tudo também? Vai ver só o quadrado...*

Marta: *É! Porque aquele é diferente...* (Reforça a vista superior do prisma oblíquo quadrangular.)

Pesquisadora: *Vamos imaginar o desenho distante... O que você vê?*

Marta: *O ponto.*

Pesquisadora: *Só o ponto?*

Vanda: *Ah... Eu vejo os tracinhos assim...*

Marta: *Os traços, os vértices...*

Pesquisadora: *Essas linhas aí são o quê? São as...*

Vanda: *Arestas. Eu vejo as arestas.*

Marta: *Vértices mais as arestas.*

Vanda: *E os outros... Os outros vértices.*

Pesquisadora: *Os vértices... Isso mesmo! Consegue ver isso Marta?*

Marta: *Ah... Tá!*

Pesquisadora: *Eu vejo mais ainda... O que eu vejo? Eu vejo a... Quando eu olho de cima...*

Vanda: *Você vê que a base é triangular.*

Pesquisadora: *Triangular... Consegue perceber isso, Marta?*

Marta: *Ah... Tá!*

Pesquisadora: *Quando a gente vê o pontinho, com as arestas [...], os vértices lá em baixo... Se eu unir esses vértices...*

Marta: *Vai dar um triângulo.*

Pesquisadora: *Agora a vista dela é diferente, realmente...* (Referindo-se à vista do prisma oblíquo quadrangular.) *A dela vista de cima...*

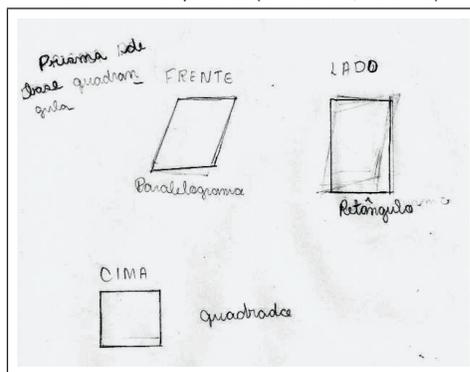
Vanda: *Só vê o quadradinho.*

(6º encontro, 20/04/10)

Ao discutirem com o grupo as diferentes vistas de um objeto, as professoras trabalham com a ideia de visualização e representação, elementos importantes para a formação do pensamento geométrico. As falas de Marta nesse episódio evidenciam que ela analisou tanto o seu modelo, quanto o da colega. A primeira fala destacada no diálogo confirmou o observado na primeira questão do diagnóstico inicial, no qual a professora analisou a pirâmide triangular. Contudo, na oitava fala, já demonstrou mais desenvoltura quanto à habilidade de visualização (GUTIÉRREZ, 1996), ao identificar a quarta face do poliedro.

Em relação ao prisma oblíquo quadrangular (modelo construído por Marta), a professora representou através de desenhos algumas perspectivas desse objeto, conforme mostra a figura seguinte.

FIGURA 4 – Perspectivas (6º encontro, 20/04/10).

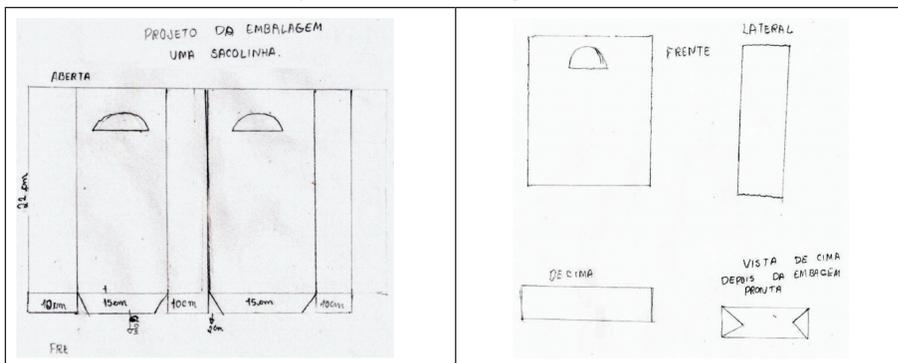


Fonte: Documentos produzidos no estudo.

Nesse caso, a professora utilizou um recurso visual (desenhos) para representar diferentes vistas (frontal, lateral e superior) de um mesmo objeto. Seu desenho é um tipo de representação, nesse caso, gráfica. Através dele, percebemos que ela interpretou visualmente as informações, criando as imagens mentais. Em seguida, representou através de desenhos o seu raciocínio visual (GUTIÉRREZ, 1996).

No 7º encontro, Marta realizou um trabalho mais amplo envolvendo a visualização e a representação. A figura seguinte mostra o projeto de embalagem criado pela professora e algumas perspectivas do objeto representadas por ela.

FIGURA 5 – Projeto do modelo de embalagem (7º encontro, 27/04/10).

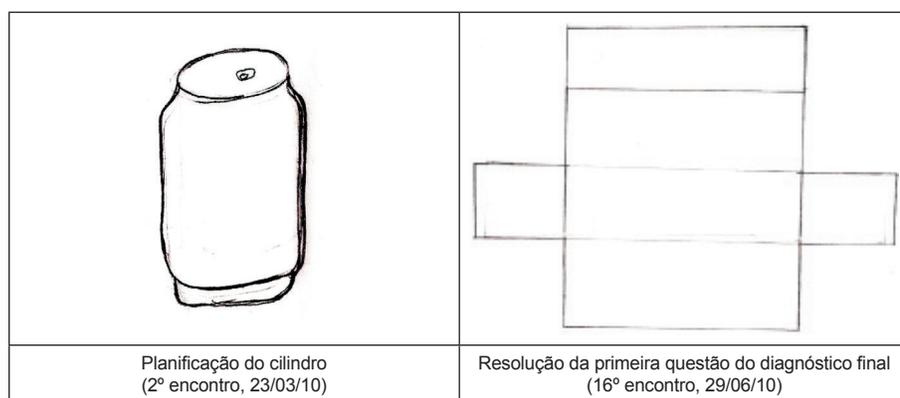


Fonte: Documentos produzidos no estudo.

No encontro, Marta aperfeiçoou o que havia feito em casa, conferindo as medidas do frasco e refazendo-as de acordo com uma escala. Representou três tipos de vista (superior, frontal e lateral). Depois do modelo pronto, representou mais uma vista superior, destacando as dobras da sacola. Não demonstrou dificuldades de visualização e representação.

As atividades desenvolvidas ao longo dos encontros foram fundamentais para o desenvolvimento do pensamento geométrico de Marta. Os diferentes tipos de representação (desenhos e modelos) de objetos feitos por ela mostraram isso. A figura seguinte ilustra duas planificações feitas pela professora em momentos distintos, um no início e outro no final do processo.

FIGURA 6 – Planificações.



Fonte: Documentos produzidos no estudo.

No segundo encontro – quando o grupo analisou a quinta questão do diagnóstico inicial – a professora desenhou a vista frontal da latinha de refrigerante, mas não conseguiu visualizar e representar a planificação do objeto. Porém, no diagnóstico final – cuja questão tinha por objetivo planificar determinada embalagem – a professora resolveu corretamente.

### ***Compreensão de conceitos***

Um episódio interessante aconteceu em um dos encontros em que propusemos a identificação de poliedros e corpos redondos através de embalagens. Uma discussão surgiu quando questionamos algumas embalagens semelhantes a um cone. Observamos que Andréa e Marta colocaram um copo de água mineral e uma embalagem de *Yakult* nesse grupo (das formas cônicas).

Pesquisadora: *Esse grupo aqui é qual? Esse que vocês separaram.* (Perguntei para Andréa e Marta, indicando as embalagens que estavam no grupo dos cones.)

Marta: *Cilindro.*

Vanda: *Cone..., Marta!*

Marta: *Cone... É.* (Mexe a cabeça afirmando.)

Pesquisadora: *Essa forma aqui é um cone.* (Mostro o chapeuzinho de festa infantil.) *E essas outras duas aqui?* (Referindo-me às embalagens de água mineral e Yakult.)

Vanda: *Eu não acho que seja não.*

Marta: *Porque elas começam com uma base coisa* (referindo-se à base maior) *e vai terminando... estreitando* (referindo-se à base menor) *igual ao...* (Esquece o nome 'cone' e indica o chapeuzinho de festa infantil.)

Vanda: *Mas olha só, gente! Esse daí não tá parecendo não!*

Andréa: *Se bem que esse daqui podia estar aqui, não?* (Ela retira a embalagem de Yakult desse grupo e a coloca no grupo das formas cilíndricas.)

Vanda: *É! Esse eu coloquei.* (Concorda com a colega.)

Marta: *Mas ele está afinado em cima.* (Referindo-se novamente à embalagem de água mineral.)

(3º encontro, 30/03/10)

As falas destacadas sugerem o desenvolvimento do pensamento geométrico de Marta e a compreensão do conceito de cone. No momento em que questionava a forma da embalagem, embora não tenha recordado o seu nome, a imagem mental do objeto (copo de água mineral) parecia estar consolidada por ela. Isso pôde ser percebido pelos seus gestos.

No oitavo encontro trabalhamos os conceitos de retas perpendiculares, paralelas e oblíquas. As construções foram feitas com dobraduras e, em seguida, com materiais de desenho geométrico. Na medida em que os conceitos eram explorados, cada professora fazia o registro em seu caderno. O trecho a seguir ilustra a discussão ocorrida neste encontro.

Pesquisadora: *Então o que a gente pode escrever em retas perpendiculares? [...]*

Vanda: *Formam ângulos retos.*

Marta: *De 90 graus.*

(conversas)

Pesquisadora: *Elas se cruzam, interceptam [...]*

Marta: *Inter o quê?*

Pesquisadora: *Interceptam.*

Pesquisadora: *Seguindo a ordem que vocês construíram, essas agora são retas oblíquas.* (conversas)

Marta: *Não formam ângulos de 90 graus. São maiores ou menores.*

Pesquisadora: *Maiores ou menores, muito bem! E mais o que? O que é fundamental quando as retas são oblíquas? Elas são o que? (breve pausa) Elas interceptam ou não?* (conversas)

Marta: *Maiores ou menores do que 90 graus.* (conversas)

Pesquisadora: *Muito bem! Agora a última que a gente construiu com as dobraduras são as retas... Paralelas?*

Marta: *Elas não interceptam.* (conversas)

Pesquisadora: *[...] tem mais uma coisa que a gente pode dizer das retas paralelas. Essas que, eu chamei de **a**, **b** e **c**, né? [...] Mais o quê que nós podemos escrever? Eu quero que vocês usem, pra mim, a régua e olhem pra mim a distância da reta **a** e **b**, quanto deu a distância de **a** até **b**?*

Marta e Vanda: *Dois.* (conversas)

Pesquisadora: *Se eu deslizo a régua assim... (sobre a reta) a distância mudou ou é a mesma?*

Vanda: *Minha não.*

Marta: *Minha também. É a mesma.* (8º encontro, 04/05/10)

A primeira fala de Marta evidencia a compreensão do conceito de retas perpendiculares, ao complementar a fala de sua colega. Isso sugere a utilização do modelo (dobraduras) como um tipo de representação dos conceitos geométricos (PAIS, 1996). Entretanto, durante a atividade, percebemos que conceitos como distância e comprimento não são claros para ela. Quando pedimos que medisse a distância entre duas retas paralelas (nossa intenção era de que verificasse a equidistância), a professora comenta:

A gente tem que prestar atenção com esse negócio de distância. A gente pode confundir com palavra que tem o mesmo tamanho, entendeu? Não é? [...] Tem nove, tem nove, tem nove, então tem a mesma distância. [Referindo-se ao comprimento das linhas que representavam as retas.] (8º encontro, 04/05/10)

No 11º encontro, propusemos uma atividade em que o grupo discutia o conceito de retângulo e quadrado, através de construções geométricas. Uma das tarefas era construir um retângulo, cujos lados medissem seis centímetros. O trecho a seguir apresenta parte da discussão dessa proposta:

(Conversas)

Marta: Então não é retângulo? (Fala um pouco mais alto e faz expressão de dúvida.)

Vanda: Mas é um retângulo! (reforça) [...] O quadrilátero que possui quatro ângulos retos. O quadrado possui 4 ângulos retos! (pausa) As medidas aí são iguais...

Marta: Oh! (Expressão de quem ficou surpresa.)

Marta: Ah! Então vai inclinar, então! (Aponta para o desenho do paralelogramo.)

Vanda: Não... Vai ficar igual a um cubo: quadradinho, compridinho... (Aponta para a figura de um quadrado, desenhado na folha do Dicionário, e tenta explicar que a figura se trata de um quadrado.)

Marta: Então não é retângulo! (Afirmou em tom forte.)

[...]

Pesquisadora: Vamos ler o que você escreveu aí na definição de retângulo. (Direcionando para Marta.)

Marta: Quadrilátero que possui quatro ângulos (pausa) retos. Aqui, possui dois pares de lados paralelos... (pausa) um paralelogramo. (Leu o que havia registrado no Dicionário.)

(Durante a construção, o diálogo continua.)

Vanda: Quadrado e retângulo são paralelogramos. Quadrado: quatro lados iguais.

Marta: Mas, está a mesma medida!

(Continuando a construção...)

Marta: Aí, vai dá quadrado! [...] Então não é retângulo! Ai, vocês estão confundindo a minha cabeça... (Coça a cabeça e reforça sua expressão de dúvida.)

Marta: Possui ângulos retos... Possui! Possui dois pares de lados paralelos... (Olhando para a construção e para o que escreveu no Dicionário.) Possui! (pausa)

Marta: Oh! É quadrado! (Afirma surpresa.)

Marta: Não posso nem falar isso com os meninos... Ué, Tia, você fala que é quadrado, depois fala que é retângulo! E aí? (risadas)

(conversas)

Pesquisadora: Alguma dúvida, meninas, no Dicionário sobre o retângulo? Alguma pergunta?

Marta: Agora não! Agora que eu entendi o que é quadrado. (11º encontro, 25/05/10)

Logo no início do diálogo, fizemos uma interrupção, pedindo à Marta que voltasse à definição de retângulo que havia acabado de discutir e escrever no Dicionário de Geometria. A intenção nesse momento era que comparasse a figura do quadrado com o que havia registrado.

Na fala seguinte, Vanda reforçou o fato de o quadrado ser um retângulo “*O quadrilátero que possui quatro ângulos retos. O quadrado possui 4 ângulos retos!*” Marta, não convencida do que afirmou a colega, disse: “*Ah! Então vai inclinar, então!*” Nessa fala, Marta ainda percebia a figura como um quadrado (os quatro lados com mesma medida) e não como um caso particular do retângulo. Para ela, o retângulo era uma figura com medidas dos lados diferentes. No momento em que a colega afirma que essa figura tinha quatro ângulos retos, Marta imaginou o paralelogramo e não o quadrado.

Nas falas seguintes, após a construção do retângulo, Marta percebeu que tinha construído um quadrado. Mais adiante, sentindo-se ainda em conflito, retornou ao que havia registrado. Ao comparar a definição do Dicionário com a figura construída por ela, descobriu que o quadrado era então um retângulo. Assim, ao vivenciar o processo de construção dessas figuras, a professora parece compreender um novo conceito.

Nesse episódio, percebemos o quanto os conceitos de quadrado e retângulo ainda são utilizados de maneira equivocada nos anos iniciais. Tal situação reforça um ensino tradicional, influenciado tanto pelo senso comum, quanto pelos saberes escolares, que preserva apenas uma forma particular de representação de uma figura (PAIS, 2000). Um exemplo disso é o desenho usual do retângulo, comumente apresentado por meio de uma figura não quadrada. Para Marta, quadrados e retângulos eram figuras distintas, pois não conseguia assimilar suas características comuns. Assim, a construção da figura e a discussão coletiva reforçaram as propriedades do quadrado e proporcionaram a aprendizagem de um conceito geométrico para a professora, mobilizando seus saberes.

Em síntese, é perceptível o desenvolvimento do pensamento geométrico de Marta. Tanto que podemos perceber isso também pelos diagnósticos – no inicial, ela evidenciou alguns erros no uso de termos geométricos, dificuldades em visualizar e representar objetos e, no final, já mostrou desenvoltura na escrita, na organização das ideias, na utilização de recursos visuais – como demonstrado ao longo do processo.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Nesse estudo de caso, buscamos analisar saberes mobilizados (ou não) relacionados ao uso adequado de termos geométricos, à visualização e representação, e à compreensão de conceitos.

Em relação ao uso adequado de termos geométricos, percebemos em alguns trechos que a professora demonstrou o conhecimento de propriedades de figuras ou de orientação espacial, contudo, não utilizava termos apropriados. Defendemos que a fala é um aspecto importante na sala de aula e, especialmente no ensino da Geometria, pode conduzir os alunos à compreensão errônea de conceitos.

Quanto à visualização e à representação, consideramos que são habilidades essenciais para formação do pensamento geométrico e, conseqüentemente, para a compreensão dos conceitos. Em nosso grupo, buscamos desenvolver atividades por meio de materiais manipulativos, pois esses recursos podem contribuir para a criação das imagens mentais (PAIS, 1996, 2000; NACARATO, 2005); e, ao mesmo tempo, incentivar as participantes a usar o registro, principalmente escrito, importante para a formalização dos conceitos. Ao longo dos encontros, nos momentos em que Marta resolvia e discutia as propostas no grupo, observamos o desenvolvimento dessas habilidades e a compreensão de novos conceitos.

O estudo também mostrou que Marta mobilizou saberes do conteúdo, em alguns momentos, transformados em saberes pedagógicos. Isso foi perceptível nas situações em que as professoras discutiam as propostas de atividades para a sala de aula. Por exemplo: “É melhor para eles visualizarem os sólidos. Por exemplo: na hora que eles começarem a fazer as partes, eles vão ver que cada parte é diferente. Contar quantas partes vai ter que fazer... Quais...” (Marta, 6º encontro, 20/04/10).

Em síntese, essa experiência mostrou que a participação voluntária, a reflexão, o diálogo, o afeto e o estudo de conteúdos geométricos, centrados na aprendizagem e na prática, foram essenciais no processo vivido pelas professoras. No entanto, é importante esclarecer que a riqueza do grupo se caracteriza pela participação voluntária de seus membros que, de alguma maneira, se sentem insatisfeitos com seus saberes e/ou práticas e desejam modificá-los.

## REFERÊNCIAS

- FISCHBEIN, Efraim. The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*. 24: 139-162, 1993.
- GUTIERREZ, Angel. *Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework*. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>>. Acesso: fev. 2011.
- NACARATO, Adair Mendes. Eu Trabalho Primeiro no Concreto. *Revista de Educação Matemática*, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p.1-6, 2005. SBEM-SP.
- OLIVEIRA, Lúcia. A Ação-Investigação e o Desenvolvimento Profissional dos professores: um estudo no âmbito da formação continuada. (In: SÁ-CHAVES, I. [org.] *Percurso de Formação e Desenvolvimento Profissional*. Porto (Portugal): Porto Editora, 1997, p.91-106).
- PAIS, Luiz Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 4, n. 6, p.65-74, jul./dez. 1996.
- \_\_\_\_\_. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. In: ANPED, 23ª reunião, 2000, Caxambu. *Anais eletrônicos...* Caxambu, 2000. Disponível em: <<http://anped.org.br/23/textos/1919t.pdf>>. Acesso: mar. 2010.
- PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. *Representações, interpretações e prática pedagógica: a Geometria na sala de aula*. Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP, Campinas, 2000.

PIMENTA, Selma Garrido. Formação de professores: identidade e saberes da docência. In: \_\_\_\_\_ (Org.). *Saberes pedagógicos e atividade docente*. São Paulo: Cortez, 1999. p.15-34.

**Recebido em:** dez. 2012

**Aceito em:** abr. 2013