

# Uso Combinado del Estudio de Clases y la Idoneidad Didáctica para el Desarrollo de la Reflexión sobre la Propia Práctica en la Formación de Profesores de Matemáticas

Viviane Beatriz Hummes<sup>1</sup>   
 Vicenç Font Moll<sup>1</sup>   
 Adriana Breda<sup>1</sup> 

<sup>1</sup> Universidad de Barcelona (UB), Facultad de Educación, Barcelona, Catalunya, España

*Recibido para publicación el 21 de dic. 2018. Aceptado, después de la revisión, el 11 de enero 2019.*

## RESUMO

Este trabajo tiene como objetivo investigar el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas mediante el diseño e implementación de un dispositivo formativo que combina el uso de los Estudios de Clases y los Criterios de Idoneidad Didáctica como herramienta metodológica para organizar la reflexión del profesor. En la primera parte, se argumenta como el uso combinado del Estudio de Clases y los Criterios de Idoneidad permite superar las limitaciones y ampliar las ventajas de ambas metodologías y, en la segunda, se analiza el papel que tienen los Criterios de Idoneidad Didáctica en una experiencia de Estudio de Clases, antes de que dicha herramienta haya sido enseñada a los participantes en el marco de un dispositivo que combina ambas metodologías. Los resultados muestran que los Criterios de Idoneidad están presentes en la reflexión realizada por los participantes en el Estudio de Clase, aunque estos criterios aún no se les han sido enseñados.

**Palabras-clave:** Estudios de Clases. Idoneidad Didáctica. Reflexión sobre la Propia Práctica. Formación de Profesores de Matemáticas.

## ABSTRACT

This work aims to investigate the development of reflection on the practice in the training of mathematics teachers through the design and implementation of a training device that combines the use of Lesson Study and Didactical Suitability Criteria as a methodological tool to organize the reflection of the teacher. In the first part, it is argued that the combined use of the Lesson Study and Suitability Criteria allows to overcome the limitations and extend the advantages of both methodologies and, in the second, we analyse the role of the Criteria of Didactical Suitability in a Lesson Study experience, before said tool has been taught to the participants in the framework of a device that combines both methodologies. The results show that the Suitability Criteria are

---

Autor correspondiente: Viviane Beatriz Hummes Email: [vivihummes@gmail.com](mailto:vivihummes@gmail.com)

Acta Scientiae	Canoas	v.21	n.1	p.64-82	jan./fev. 2019
----------------	--------	------	-----	---------	----------------

present in the reflection carried out by the participants in the Lesson Study, although these criteria have not yet been taught.

**Keywords:** Lesson Study. Didactic Suitability. Reflection on the own Practice. Training of Mathematics Teachers.

## INTRODUCCIÓN

Las diversas tendencias sobre la formación de profesores proponen la investigación del profesorado y la reflexión sobre su práctica como una estrategia clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza. Entre dichas tendencias destacamos la investigación – acción (Elliott, 1993), la práctica reflexiva (Schön, 1983), y los Estudios de Clases (EC) (*Lesson Study*) (Hart, Alston, & Murata, 2011). En esta línea de potenciar la reflexión del profesor sobre su propia práctica, el constructo Criterios de Idoneidad Didáctica (CI) (y su desglose en componentes e indicadores), propuesto en el marco del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) (Godino, Batanero, & Font, 2007), puede ser utilizado como herramienta metodológica para organizar la reflexión del profesor, tal como se viene haciendo en diferentes procesos de formación en algunos países (Font, Breda y Pino-Fan, 2017; Pochulu, Font y Rodríguez, 2016; Ramos, 2006; Seckel, 2016). Cada una de estas metodologías presenta ventajas y limitaciones.

En este trabajo se presenta parte de una investigación cuyo objetivo general es investigar el desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas mediante el diseño e implementación de un dispositivo formativo que combine el uso de la metodología EC y los CI como herramienta metodológica para organizar la reflexión del profesor, de manera que se produzca una sinergia entre ambas metodologías. Para ello, en este artículo nos proponemos los siguientes objetivos específicos:

a) Realizar una profundización teórica sobre los EC y los CI, buscando: 1) comprender cómo cada uno propone el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores y 2) complementariedades entre ambos enfoques.

b) Investigar el papel que tienen los CI en una experiencia de EC, antes de que dicha herramienta haya sido enseñada a los participantes, como pauta para organizar su reflexión, en el marco de un dispositivo formativo diseñado para combinar ambas metodologías, y cuyo objetivo general es que los participantes diseñen, implementen, valoren y rediseñen secuencias de tareas para sus alumnos de enseñanza básica.

Después de esta introducción, en la primera sección se presenta brevemente el marco teórico usado: la metodología EC y los CI y se hace una breve revisión de la literatura al respecto. En la segunda sección se pretende comprender cómo cada una de estas dos metodologías propone el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores, buscando complementariedades entre ambas. En la tercera sección se presenta la metodología usada en la investigación; primero se explica el diseño del dispositivo formativo que combina el uso de los CI y los EC y, segundo, se explica

la metodología utilizada para analizar los datos de la primera fase de la implementación correspondiente al EC. En la cuarta sección, se presentan los resultados y en la quinta se hace una discusión sobre ellos proponiéndose algunas consideraciones finales.

## **MARCO TEÓRICO**

En esta sección se presenta el marco teórico usado: la metodología EC y la herramienta CI, y se hace una breve revisión de la literatura al respecto.

### **El Enfoque Estudios de Clases (*Lesson Study*)**

El dispositivo EC es una metodología para la formación del profesorado desarrollada inicialmente en Japón, que consiste básicamente en el diseño colaborativo y cuidadoso de una clase, de su implementación y observación directa en el aula, y de un análisis conjunto posterior (Fernández & Yoshida, 2004; Lewis, 2002; Murata & Takahashi, 2002; Wang-Iverson & Yoshida, 2005; Hart, Alston, & Murata, 2011). Los EC son metodologías de trabajo docente apoyadas en actitudes investigativas y prácticas colaborativas entre profesores, que buscan, al mismo tiempo, la mejora de la práctica docente y del aprendizaje de los estudiantes y el desarrollo profesional de los profesores. Una de las virtudes del EC es que sitúa a los profesores en el epicentro de su actividad profesional: el diseño, implementación y rediseño de secuencias de tareas con el objetivo de, primero, comprender mejor el aprendizaje de los alumnos sobre la base de sus propias experiencias de enseñanza y, segundo, mejorar este aprendizaje. La idea es la de que los profesores se reúnan con una duda en común sobre el aprendizaje de sus alumnos, planeen una lección para que el alumno aprenda, y examinen y discutan lo que ellos observan en la implementación de esta lección. A través de múltiples iteraciones del proceso, los profesores tienen muchas oportunidades para discutir el aprendizaje de los alumnos y cómo su enseñanza incide sobre el aprendizaje. Los EC se desarrollan básicamente en cuatro etapas:

1) Planificación de la clase: un grupo de profesores elige los temas a desarrollar; establece los objetivos para los aprendizajes y el desarrollo de los alumnos; elige el material didáctico; y apunta las expectativas sobre posibles respuestas y el comportamiento de los estudiantes frente a las cuestiones propuestas. 2) Realización y observación de la clase: un profesor comparte su clase mientras los demás observan y registran el proceso de enseñanza y aprendizaje. La participación de los otros miembros del grupo es activa en cada etapa de resolución de las cuestiones propuestas, desde la comprensión del problema, el establecimiento de estrategias y análisis de la resolución, estimulando el cuestionamiento y el descubrimiento de los estudiantes. 3) Reflexión conjunta sobre los datos registrados: después de la clase, los profesores (observados y observadores) se reúnen para evaluar los procesos de enseñanza observados, reflexionando sobre las actitudes y aprendizajes de los alumnos y del profesor durante la clase. El grupo hace un análisis de la clase, teniendo en cuenta sus perspectivas, tanto de enseñanza y del área en sí. 4) Rediseño: a partir de las discusiones realizadas en la etapa anterior el plan de clase es reestructurado. Se aplica en otra clase y se inicia un nuevo ciclo.

Si bien la literatura sobre los EC es amplia a nivel mundial, las investigaciones bajo este enfoque en Brasil (contexto de nuestra investigación) son escasas, aunque van aumentando. A partir de una revisión de las investigaciones sobre los EC realizadas en Brasil, hemos destacado la de Felix (2010), en la cual el autor señala las dificultades para aplicar esta metodología con el profesorado brasileño, debido a su marcado carácter individualista. De hecho, el autor realizó una discusión acerca de su propia práctica docente en una escuela pública de São Paulo, pero no consiguió formar un grupo de profesores en estas escuelas para aplicar la metodología de EC, teniendo que recurrir a un grupo externo a la escuela que no eran profesores de enseñanza básica. Otra investigación que destacamos es la de Coelho, Oliveira y Vianna (2014) que analizaron las contribuciones del abordaje EC en la formación inicial de profesores. Al igual que en el caso de Felix (2010), la metodología tuvo que adaptarse ya que las clases fueron implementadas de manera ficticia siendo los mismos estudiantes de la licenciatura los que jugaban el rol de alumnos de básica. Por otra parte, también se explica una experiencia preliminar preparatoria de la realizada con los futuros profesores de matemáticas, en la que un grupo de profesores de un programa de postgrado también realizó una experiencia de EC, en la cual se llegó a experimentar la clase planificada con alumnos de enseñanza media. Por otra parte, Utimura (2015) desarrolló un proyecto de docencia compartida con abordaje EC en una escuela municipal de enseñanza básica de São Paulo. Analizó las potencialidades del proyecto en una clase de quinto año y destacó que las profesoras participantes en la investigación evolucionaron tanto en sus concepciones matemáticas como didácticas y, de esta forma, se sintieron más confiadas para planificar y realizar sus clases.

## **Los Criterios de Idoneidad Didáctica**

Los Criterios de Idoneidad Didáctica (CI) propuestos en el marco teórico EOS, pretenden ser una respuesta parcial a la siguiente problemática: ¿Qué criterios se deben utilizar para diseñar una secuencia de tareas, que permitan evaluar y desarrollar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios se deben realizar en su rediseño para mejorar el desarrollo de esta competencia? Los CI pueden servir primero para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, segundo, para valorar sus implementaciones. Los CI son útiles en dos momentos de los procesos de instrucción. A priori, los criterios de idoneidad son principios que orientan “cómo se deben hacer las cosas”. A posteriori, los criterios sirven para valorar el proceso de instrucción efectivamente implementado. En el EOS se consideran los siguientes Criterios de Idoneidad Didáctica (Font, Planas, & Godino, 2010): Idoneidad Epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son “buenas matemáticas”. Idoneidad Cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar. Idoneidad Interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos. Idoneidad Mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción. Idoneidad Emocional, para valorar la implicación (intereses

y motivaciones) de los alumnos durante el proceso de instrucción. Idoneidad Ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional.

La operatividad de los CI exige definir indicadores observables, que permitan valorar el grado de idoneidad de cada uno de ellos. En Breda y Lima (2016), Seckel (2016) y Breda, Pino-Fan y Font (2017) se aporta un sistema de indicadores que sirve de guía de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, que está pensado para un proceso de instrucción en cualquier etapa educativa. Cada uno de estos criterios se desglosa en componentes e indicadores a manera de rúbrica, con el fin de hacerlos operativos. Se detallan a continuación los criterios y componentes de idoneidad didáctica (por cuestiones de espacio no se detallan los indicadores) (Cuadro 1).

Cuadro 1

*Criterios y componentes de idoneidad.*

Criterio de Idoneidad	Componente
Epistémica	(IE1) Errores, (IE2) Ambigüedades, (IE3) Riqueza de procesos, (IE4) Representatividad
Cognitiva	(IC1) Conocimientos previos, (IC2) Adaptación curricular a las diferencias individuales, (IC3) Aprendizaje, (IC4) Alta demanda cognitiva
Interaccional	(II1) Interacción docente-discente, (II2) Interacción entre discentes, (II3) Autonomía, (II4) Evaluación formativa
Mediacional	(IM1) Recursos materiales, (IM2) Número de estudiantes, horario y condiciones del aula, (IM3) Tiempo
Afectiva	(IA1) Intereses y necesidades, (IA2) Actitudes, (IA3) Emociones
Ecológica	(IEC1) Adaptación al currículo, (IEC2) Conexiones intra e interdisciplinarias, (IEC3) Utilidad sociolaboral, (IEC4) Innovación didáctica

Basado en Breda y Lima (2016).

En la búsqueda realizada, en diferentes bases de datos, tomando como criterio la aparición en títulos, resúmenes y palabras claves del término “criterios de idoneidad didáctica” (en español, portugués o en inglés), completada con otras fuentes de información (por ejemplo la revisión realizada Kaiber, Lemos y Pino-Fan (2017), hemos encontrado el uso de los CI en: 1) diferentes investigaciones sobre formación de profesores de matemáticas, como las descritas en Breda (2016), Morales y Font (2017) o Moreira, Gusmão y Font (2018), en las cuales se usa dicho constructo, pero no se hace en el marco de un dispositivo formativo pensado expresamente para enseñar la idoneidad didáctica como herramienta para organizar la reflexión del profesor sobre su propia práctica, 2) investigaciones sobre dispositivos formativos en los cuales se observa el uso de los criterios de idoneidad didáctica como contenido a explicar para organizar la reflexión del profesor sobre su propia práctica, en grados (Seckel, 2016; Seckel & Font, en prensa) y postgrados (Font, Breda & Pino-Fan, 2017; Giacomone, Godino, & Beltrán-Pellicer, 2018). A continuación, dado que nuestra investigación se focaliza en

la formación en másteres, se explica brevemente cómo se han usado los CI en másteres de formación de profesores.

### ***Dispositivos formativos para la enseñanza de las CI en másteres de formación de profesores***

El diseño e implementación de ciclos formativos en dicha modalidad toman los criterios de idoneidad didáctica como un contenido a enseñar con el objetivo de que sean usados como pauta para organizar la propia práctica del profesor. Por ejemplo, en Font, Breda y Pino-Fan, (2017) se explica un ciclo formativo que, en lugar de presentar los criterios de idoneidad como principios ya elaborados, crea espacios para su generación como resultado de consensos en el grupo. Dicho ciclo se distribuye en dos asignaturas: *Innovación e investigación sobre la propia práctica* y *Trabajo Fin de Máster* (TFM), de acuerdo a la siguiente secuencia:

a) *Análisis de casos (sin teoría)*: Se propone a los alumnos la lectura y análisis de episodios de clase para que hagan un análisis a partir de sus conocimientos previos sin suministrarles ninguna pauta para ello. b) *Emergencia de diferentes tipos de análisis didáctico (descriptivo, explicativo y valorativo)*: La puesta en común de los análisis realizada por los diferentes grupos permite observar como el gran grupo contempla estos tres diferentes tipos de análisis didáctico, aunque cada grupo sólo contemple alguno de ellos. c) *Tendencias en la enseñanza de las matemáticas*: Los episodios analizados se han seleccionado de manera que los asistentes apliquen de manera implícita alguna de las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas (Breda, Font & Pino-Fan, 2018). Seguidamente se hace observar a los asistentes que han utilizado alguna de estas tendencias de manera implícita. d) *Teoría (criterios de idoneidad)*: Se explica que los criterios de idoneidad didáctica deben ser entendidos como principios emanados del discurso argumentativo de la comunidad educativa, cuando ésta está orientada a conseguir un consenso sobre lo que se puede considerar mejor. También se explica que para el desarrollo del constructo idoneidad didáctica, se han considerado las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas, los principios del NCTM (2000) y los aportes de los diferentes enfoques teóricos del área de Didáctica de las Matemáticas (Godino, 2013; Breda, Font, & Pino-Fan, 2018). e) *Lectura y comentario de partes de algunos trabajos final de máster de cursos anteriores* en los que los futuros profesores de cursos anteriores utilizaron los criterios de idoneidad didáctica para valorar la unidad didáctica que implementaron. f) En las asignaturas *Prácticas* y *Trabajo Final de Máster* los alumnos utilizarán los CI para valorar su propia práctica, en concreto la unidad que han diseñado e implementado. Tienen que hacer un rediseño y mejorar algunos de los aspectos que la valoración realizada indica que se deben y pueden mejorar.

## COMPLEMENTARIEDADES ENTRE AMBOS ENFOQUES

El diseño de los dispositivos formativos que pretenden enseñar el uso de los CI se basa en la suposición, observada en diversas investigaciones (Breda, 2016), de que los CI funcionan como regularidades en el discurso de los profesores, cuando estos tienen que diseñar y/o valorar secuencias didácticas orientadas a la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, incluso sin haberseles enseñado el uso de esta herramienta para guiar su reflexión. Por tanto, se supone que, en las fases iniciales de estos dispositivos formativos, los participantes formulan y usan de manera implícita algunos indicadores y componentes de los CI. Esta suposición ha funcionado como una regularidad en las diversas experiencias realizadas, pero en ellas se ha hecho evidente que esta fase inicial de reflexión no pautada es relativamente corta y que sería conveniente que fuese más amplia. Por otra parte, la metodología de los EC, en cierta manera, se puede considerar como una fase de reflexión no pautada muy amplia que está orientada a la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por tanto, es de esperar que en la fase de planificación, en la de observación, en la de reflexión y en la de rediseño orientada a la mejora, los participantes usen de manera implícita muchos de los indicadores y componentes de los CI para hacer valoraciones positivas de algunos aspectos de la experiencia realizada. Por ejemplo, en Felix (2010, p.1) se afirma lo siguiente:

[...] a pesar de que vivimos la dificultad de aplicar proyectos, como el nuestro, en el sistema público de enseñanza (la tradición de clase sin la participación del alumno, el individualismo, etc.), conseguimos establecer resultados positivos que se reflejan en la investigación, que incluyen: un mayor interés de los alumnos en el aula, cambio de postura en la relación profesor-alumno, menor índice de indisciplina, mejora gradual de notas de los alumnos, participación efectiva de alumnos con mayores déficits de aprendizaje, mayor confianza de los alumnos en relación al resultado obtenido por ellos mismos.

Podemos observar que el autor está realizando una valoración positiva de determinados aspectos observados en la experiencia de EC realizada. En concreto está utilizando implícitamente el indicador “presenta una selección de tareas interesantes para los alumnos” del componente “intereses y necesidades” del criterio de idoneidad emocional, ya que valora positivamente el hecho de haber conseguido aumentar el interés de los alumnos; o el indicador “se facilita la inclusión de los alumnos durante la dinámica de la clase evitando la exclusión” del componente interacción profesor-alumno del criterio de idoneidad interaccional (ya que considera positivo la participación efectiva de alumnos con déficits de aprendizaje); o el indicador “promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo de las matemáticas” del componente emociones del criterio de idoneidad emocional (ya que considera que se ha conseguido que los alumnos tengan mayor confianza en ellos mismos).

Por tanto, en una experiencia de EC van a surgir consensos implícitos entre los participantes sobre aspectos que se valoran positivamente, los cuales se pueden

reinterpretar en términos de indicadores y componentes de los CI. Dicho de otra manera, la metodología EC se puede convertir en un tipo de dispositivo de formación que favorece que algunos de los indicadores y componentes de los CI surjan como consensos de la reflexión del grupo de profesores, lo cual da pie a la ampliación del EC con un ciclo formativo que introduzca los indicadores, componentes y Criterios de Idoneidad Didáctica (tal como se hace en las experiencias de formación comentadas anteriormente).

Los dispositivos formativos que pretenden enseñar los CI, también parten de la suposición de que éstos pueden ser enseñados como herramienta para organizar la reflexión del profesor y, por tanto, la mayor parte del ciclo formativo se dedica a implementar un proceso de enseñanza y aprendizaje de estas nociones con los participantes. En cambio, en los EC no se realiza este proceso de generación de una pauta organizada en criterios, componentes e indicadores como herramienta para organizar la reflexión. Por tanto, si la metodología EC puede ser muy útil para mejorar la fase inicial de la metodología de los CI, esta última puede ser una ampliación de la metodología EC para generar una pauta para organizar la reflexión del profesor.

## METODOLOGÍA

Esta investigación, de carácter exploratorio y analítico-interpretativo, busca analizar en qué medida un dispositivo formativo basado en el EC y los CI promueve la reflexión de profesores de matemáticas en ejercicio sobre el diseño, implementación, evaluación y rediseño de secuencias de tareas.

Para ello, se realizó *ad hoc* un diseño e implementación de un dispositivo formativo que combina ambas metodologías, que sirvió como estudio de caso, con profesores en ejercicio que participan de un máster profesional en enseñanza de matemáticas en una institución pública de enseñanza superior ubicada en el sur de Brasil. El diseño fue realizado por los tres autores de este trabajo y la implementación por la primera autora.

La estructura del dispositivo formativo que permite combinar el EC con los CI es la siguiente: 1) Primera etapa: Estudio de Clase; 2) Segunda etapa: Hacer observar a los participantes que en la fase del Estudio de Clase han usado de manera explícita o implícita algunos de los componentes e indicadores de los CI, 3) Tercera etapa: Enseñanza de los CI y 4) Cuarta etapa: Uso de los CI como herramienta metodológica que permite organizar y mejorar la reflexión realizada en la fase del EC, lo cual repercute en mejores propuestas de rediseño de la secuencia de tareas confeccionada en el EC.

Participaron de la investigación 13 alumnos de un curso de maestría profesional del *Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática* de una universidad estatal ubicada en el sur de Brasil. Todos eran profesores de matemáticas de la enseñanza secundaria de escuelas de la red pública o privada de diferentes ciudades del estado Rio Grande do Sul, Brasil. Los profesores participaron voluntariamente firmando una carta de compromiso, habiéndoles informado de los objetivos de la investigación y de cómo serían utilizados sus producciones.

Se realizaron cinco encuentros semanales de una hora y media con el grupo de profesores participantes (además de esta parte presencial, los participantes realizaban un trabajo autónomo por su cuenta). Dados los objetivos planteados en esta investigación, en el diseño e implementación del dispositivo formativo se puso el énfasis en la primera etapa (realización de un EC); en particular, las cuatro primeras sesiones se dedicaron a desarrollar tres de las cuatro fases del EC: indagación-planeación; ejecución-observación; y revisión-reflexión. En el primer encuentro, se presentó a los participantes la metodología EC (previamente ya habían realizado lecturas sobre dicha metodología como trabajo autónomo). Dado que un EC se desarrolla con un grupo inferior a trece profesores y, con la expectativa de obtener diferentes resultados, el gran grupo fue subdividido en tres subgrupos. Un grupo con cinco profesores y los otros dos con cuatro cada uno. Los propios profesores tomaron la iniciativa de agruparse de acuerdo con las afinidades entre ellos. Hay que resaltar que era un grupo que ya se conocían entre ellos y que ya tenían experiencia de trabajo colaborativo.

En el primer encuentro, los profesores eligieron el tema e iniciaron la planificación de las clases, y también cuál sería el profesor que impartiría la clase observada. También acordaron de qué forma la clase sería observada: clase grabada (el profesor haría una grabación en video de su propia clase); o integrantes de cada grupo irían a la institución educativa en la que se realizaría la implementación; o ambas posibilidades. Los profesores acordaron traer recursos y materiales para seguir con la planificación de la secuencia didáctica en el siguiente encuentro.

En el segundo encuentro se explicaron algunas directrices mínimas para la realización de la planificación de la clase (cada tarea debería tener objetivos y aprendizajes esperados, una breve justificación de porqué realizar la tarea, etc.). Además, los profesores deberían explicar en la planificación cómo iban a trabajar cada actividad (metodología/didáctica). Las discusiones de los grupos en esta fase de diseño y planificación de la clase fueron registradas mediante grabaciones de voz y con observaciones del diario de campo de la investigadora que tuvo el rol de profesora del dispositivo formativo implementado.

El tercer encuentro fue el día en que se impartió la clase planificada, la cual se registró en vídeo, para que más tarde los profesores pudiesen analizarla y reflexionar sobre ella. En el cuarto encuentro, los profesores de cada grupo visionaron los vídeos de la clase implementada, la analizaron y reflexionaron sobre lo que se podría mejorar en futuras implementaciones.

En el quinto encuentro, se condensaron las otras tres etapas del dispositivo formativo que permite combinar el EC con los CI. Primero se resaltaron los criterios que ellos usaron en los cuatro encuentros anteriores y se les hizo observar que usaron, de manera explícita o implícita, algunos de los componentes e indicadores de los CI. A continuación, se les comentó que los criterios que ellos usaron forman parte de una lista mucho más amplia y detallada de criterios y componentes que se deben tener en cuenta para la planificación, desarrollo y rediseño de una clase de enseñanza de las matemáticas; en este momento se presentaron los Criterios de Idoneidad Didáctica y se les suministraron lecturas y videos para que de manera autónoma profundizaran en el conocimiento de este constructo. Por

último, se les propuso realizar un rediseño de la secuencia de tareas de su EC teniendo en cuenta los criterios, componentes e indicadores de los CI (ellos debían entregar el rediseño de forma online como última etapa de la asignatura del máster que estaban realizando). Para la recolección de datos se utilizaron registros de observaciones en diarios de campo, grabaciones de videos y voz e intervenciones reflexivas durante el proceso del ciclo formativo realizado.

Los datos analizados son los de la primera etapa del dispositivo formativo (correspondiente al EC), en la que los profesores participantes diseñaron, implementaron y analizaron una secuencia didáctica. En ese sentido, los EC favorecieron la organización y recolección de los datos, permitiendo identificar los CI implícitos en el discurso de los profesores en todas las fases del EC implementado. Básicamente, la metodología consiste en seleccionar párrafos en la reflexión de los profesores que pueden ser considerados evidencias de uso implícito de algunos de los indicadores y componentes de los diferentes CI.

## **RESULTADOS**

Los resultados que esperábamos eran, sobre todo, mostrar como en la etapa de EC van apareciendo, en las reflexiones de los participantes, de manera implícita, algunos de los componentes e indicadores de los Criterios de Idoneidad. En este sentido, hemos encontrado evidencias que nos permiten afirmar que se han obtenido los resultados esperados. En particular, en la fase de planificación de la clase y en la fase de reflexión conjunta sobre los datos recolectados, donde los participantes tratan de justificar que la propuesta didáctica que desarrollan representa una mejora de la enseñanza de las matemáticas.

Si bien los trece profesores se dividieron en tres grupos, dos de cuatro y uno de cinco participantes, en este trabajo vamos a considerar sólo los datos recogidos durante la planificación y análisis de la clase de uno de los grupos participantes, compuesto por los profesores F, G, J y S.

### **Reflexión en la Planificación**

En la fase de planificación de la clase, propusimos que los profesores elaboraran una clase que ellos consideran una buena clase y los invitamos a discutir y elaborar una propuesta didáctica que significase un cambio o una innovación sobre su propia práctica.

El grupo escogió al profesor Fernando para impartir la clase. El tema elegido fue Función Afín, pues era el tema que él iba a abordar con sus alumnos del primer año de la enseñanza media (Brasil), en aquel momento del curso. Inicialmente, pensaron en abordar el estudio de las gráficas de ese tipo de función, utilizando como herramienta de construcción el *software* de geometría dinámica *GeoGebra*. Sin embargo, en la escuela no estaban disponibles ordenadores para los alumnos. De esta manera, acordaron que

el profesor sólo podría diseñar la construcción gráfica para todo el grupo de estudiantes al mismo tiempo. La idea inicial de la clase era la de elaborar un problema de la vida cotidiana que permitiese a los alumnos comparar qué medio de transporte sería más ventajoso, Taxi o Uber.

Tal como se esperaba, es posible identificar en algunos fragmentos de diálogos de los profesores evidencias del uso implícito de algunos de los indicadores y componentes de los criterios de idoneidad didáctica, según se muestra a continuación.

### ***Idoneidad Epistémica***

La reflexión sobre la calidad matemática no aparece de manera explícita en la elaboración de la secuencia de tareas, sin embargo, aparece implícitamente en algunas partes del discurso de los profesores. En particular, es posible notar una preocupación por elaborar una secuencia de actividades que contemplen la realización de procesos que son relevantes en la actividad matemática - uno de los componentes del criterio de idoneidad epistémica - como, por ejemplo, la resolución de problemas:

G.: Partimos de los problemas y los alumnos deben responder cosas haciendo preguntas.

F.: ¡Buena idea!

G.: ¿Vas a elegir los problemas?

F.: Tuve una idea. Vamos a intentar hacer que entiendan el coeficiente angular, cuando es creciente y decreciente a partir de los problemas, o sea, entender los coeficientes de la función afín a través de la resolución de problemas.

Los profesores también utilizan el descriptor “uso de diferentes representaciones”, uno de los indicadores del componente “muestra representativa de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar”, cuando se muestran interesados en hacer uso de distintos modos de expresión, en este caso, la fórmula de la función y su gráfica:

G.: Lo mejor sería definir la fórmula de las funciones y luego dibujarlas en el *GeoGebra* con el objetivo de analizar cómo serían las gráficas, y comparar las diferencias entre una y otra.

F.: En realidad la gráfica va a ser una evidencia para demostrar las diferencias entre las funciones.

También se puede inferir un interés por presentar y conectar diferentes significados del objeto pendiente (funcional y geométrico), lo cual se puede considerar una evidencia del uso implícito del indicador “los significados parciales son una muestra representativa

de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar”, otro de los indicadores del componente “muestra representativa de la complejidad del objeto matemático a enseñar”:

S.: ¿Cuáles son los objetivos específicos de la clase?

F.: Explorar el coeficiente angular y la ordenada en el origen. Pero, creo que se debería tener el objetivo de identificar la intersección entre las dos rectas que representan las dos situaciones propuestas.

S.: En realidad, para comparar dos tasas de crecimientos allí, ¿no? Aunque las tasas de las dos situaciones sean crecientes, una es más inclinada que la otra. Así, trabajamos con eso ahí también. Creo que la intersección es una consecuencia.

### ***Idoneidad Cognitiva***

En el siguiente diálogo, donde los profesores discuten sobre como el uso de diferentes representaciones puede facilitar el aprendizaje, también está implícita la importancia de considerar los “conocimientos previos” necesarios para la comprensión del tema en cuestión que tienen los alumnos:

G.: ¿No crees tú que construir una tabla les ayudaría? En el caso de que se produzca un error. Es que la tabla ayuda al estudiante a modelar la función. Uno que nunca tuvo contacto con una Función Afín, por ejemplo.

F.: Pero la tabla ayuda a modelar más la gráfica.

G.: Ayuda a modelar la función para que se entienda lo que está sucediendo. Porque la variación es siempre la misma. Esto es característica de la Función Afín.

F.: No lo sé. Es que creo que ya tienen noción de cómo graficar.

### ***Idoneidad Interaccional***

Podemos inferir en el discurso de los profesores la importancia que dan a la “autonomía” de los alumnos, uno de los componentes del criterio de idoneidad interaccional:

S.: ¿Cómo va a ser la clase?

G.: ¿No vas a darles el problema formulado?

F.: Comienza exponiendo el problema.

S.: ¿Qué problema?

F.: De las tarifas de...

G.: ¿Puedo darte una idea? Tú les presentas la situación a ellos. Los dejas organizados en grupo ¡Que se rompan la cabeza! No lo traigas, listo.

### ***Idoneidad Mediacional***

En el discurso de los profesores es posible encontrar evidencias del uso implícito de algunos indicadores y componentes del criterio de idoneidad de medios. Se puede afirmar, incluso, que este es el criterio más presente en la fase de planificación. Por ejemplo, el componente “recursos materiales” se evidencia en muchos diálogos de los profesores. Por otra parte, los profesores también muestran atención al componente “números de alumnos, horario y condiciones del aula”, cuando reflexionan sobre si el número o la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida.

F.: Creo que, en parejas, pues es mucha gente para cambiar todas las sillas.  
G.: Es mucha gente. Entonces, quizás, los agrupamos de tres en tres.  
S.: ¿Grupos de cuántas personas?  
F.: Parejas.  
S.: Parejas son muchas. Van a salir 19.  
F.: Pero es que es mucha gente. No hay cómo mover las sillas. Vamos a perder mucho tiempo.  
J.: Entonces tríos.  
.....  
G.: Se puede hacer las gráficas del *GeoGebra* en el celular.  
F.: Pero ellos no pueden usar celular en la clase.  
G.: Es una excepción, ¿no?

También podemos observar reflexiones sobre el tiempo, uno de los componentes del criterio de idoneidad de medios, en particular el indicador “Adecuación de los significados pretendidos al tiempo disponible”:

S.: ¿Es una hora y media que vamos a quedarnos con ellos?  
F.: A priori sólo tendré un período (45 minutos).  
J.: ¿Tú crees que es posible? ¿Qué es suficiente tiempo para hacer dos actividades?  
S.: Creo que va a faltar mucho tiempo.  
F.: Sí, quizás falte, pero es una clase buena de trabajar.

## ***Idoneidad Emocional e Idoneidad Ecológica***

Con respecto a los indicadores de la idoneidad emocional y de la idoneidad ecológica, no fue posible identificar ninguna referencia en los extractos de los diálogos analizados.

### **Reflexión sobre el análisis de la clase**

En la fase del análisis sobre la clase, los profesores del grupo elegido hicieron una discusión/reflexión sobre la clase implementada por el profesor Fernando, pero procuraron ser moderados en la crítica a su compañero, siendo él el que más argumentó los motivos por los cuales la clase se podría mejorar.

### ***Idoneidad Epistémica***

La reflexión realizada por el grupo, en cuanto la idoneidad epistémica, se concentra en la idea de que el profesor debe tener dominio del contenido, aunque no concretan qué entienden por ello más allá de no cometer errores (uno de los componentes de dicho criterio):

F.: Creo que lo importante es que el profesor tenga el dominio de la clase.

G.: Por supuesto. Dominio de la clase y dominio del contenido.

F.: Y del contenido, claro.

G.: Porque si el profesor no tiene el dominio del contenido puede planear la mejor clase del mundo que en la práctica va a ser terrible.

F.: Y los alumnos perciben cuando tiene fallas.

### ***Idoneidad Cognitiva***

La reflexión realizada por los profesores, desde el punto de vista del aprendizaje de los alumnos (cognitivo), se inclina por defender que los alumnos construyan su propio conocimiento. Este tipo de reflexión nos da a entender que lo importante para el aprendizaje es que los alumnos activen procesos cognitivos relevantes (generalización, conexiones intra-matemáticas, cambios de representación, conjeturas, etc.). Ese tipo de argumento pone al alumno como protagonista de su aprendizaje y ubica al profesor en el plan de mediador del aprendizaje matemático.

J.: Instigar a los alumnos a pensar.

G.: Porque si no queda una clase muy expositiva. Tú no construyes con ellos, tú sólo expones, sólo presentas.

### ***Idoneidad Interaccional***

Con relación a la interacción en el aula, los participantes subrayan que la interacción entre profesor y alumno ha de ser más dialógica que magistral. Implícitamente, defienden que el profesor debe hacer una presentación adecuada del tema, interpretando las preguntas de los estudiantes y utilizando recursos retóricos para captar la atención de los alumnos.

G.: No es sólo tener dominio del contenido, es tener seguridad. El profesor puede conocer mucho el contenido, pero de nada sirve si no sabe expresarse, no sabe comunicarse con los alumnos.

F.: Tenemos que empezar la clase con algo que les invite. Que atraiga.

G.: Los alumnos deben ser más protagonistas de la clase que sólo oyentes.

### ***Idoneidad Mediacional***

Contrariamente a la reflexión realizada en la fase de planificación del aula, en esta etapa, los participantes valoran que una de las falencias del aula fue la no utilización de los recursos informáticos por parte de los alumnos.

G.: Pero creo que lo único que faltó fue manipular el *GeoGebra*.

F.: Sí, seguro.

G.: Porque allá, en la escuela, tampoco se podía.

F.: Pues sí, sí. La tecnología fue limitada.

### ***Idoneidad Emocional e Idoneidad Ecológica***

Contrariamente a la reflexión realizada en la planificación, dónde los participantes no hicieron comentarios sobre la idoneidad emocional y ecológica de su diseño, en la etapa del análisis de la clase implementada, los profesores apuntan la necesidad de acercar el contenido enseñando a la realidad de los estudiantes. Esto, según ellos, es una manera de motivar a los estudiantes. Desde el aspecto emocional y ecológico, los participantes argumentan que se debe hacer una selección de tareas de interés para los alumnos por medio de la proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.

G.: Otra cosa que yo también creo importante es acercar lo que está sucediendo en su vida real con los problemas que van a ser utilizados en la clase. Que fue lo que la gente hizo, usando informaciones del Uber y del Taxi.

F.: Tenemos que empezar la clase con algo que les invite. Que atraiga.

## DISCUSIÓN Y CONSIDERACIONES FINALES

El primer objetivo de esta investigación, con relación a los dispositivos formativos que usan por separado la metodología de EC y la herramienta CI, era buscar comprender cómo en ellos se propone el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica, buscando complementariedades entre ambos enfoques. Con relación a los dispositivos que usan los CI, vemos que se inician con una fase de reflexión no pautada en la que se espera que los participantes usen de manera implícita algunos indicadores y componente de los CI. Con relación a los dispositivos que usan la metodología EC, la revisión de la literatura nos ha permitido observar, que, en las reflexiones realizadas por los participantes, aparecen implícitamente algunos indicadores y componentes de los CI. Este hecho nos lleva a creer que realizar un Estudio de Clase puede ser una muy buena manera de iniciar los dispositivos formativos que pretenden enseñar la herramienta CI como pauta para organizar la reflexión del profesorado.

Nuestro segundo objetivo era comprobar, en un estudio de caso diseñado *ad hoc*, que efectivamente se producía lo que habíamos inferido de la revisión de la literatura sobre EC: el uso implícito de algunos indicadores y componentes de los CI en la reflexión realizada por los participantes. Para ello, investigamos el papel que tienen los CI en una experiencia de Estudio de Clases, antes de que dicha herramienta fuese enseñada a los participantes en el marco de un dispositivo formativo diseñado para combinar ambas metodologías. Los resultados obtenidos son coincidentes con los obtenidos en la revisión de la literatura sobre Estudios de Clase: los CI funcionan implícitamente como regularidades en el discurso de los profesores, sin haberse enseñado el uso de esta herramienta para pautar su reflexión.

Se trata de un resultado que está en la línea de los obtenidos en otras investigaciones que se han interesado por el papel de los CI en la reflexión realizada por profesores o futuros profesores en dispositivos formativos en los que no se les ha enseñado el uso de esta herramienta. Por ejemplo, para el caso del profesorado en servicio, en Breda (2016) se presentan las características del análisis didáctico realizado por el profesorado de Brasil que cursa el *Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat)* para justificar que sus propuestas son innovadoras y representan una mejora en la enseñanza de las matemáticas. Los resultados muestran que las justificaciones dadas por el profesorado se basan, sobre todo, en el uso implícito de los criterios epistémico, ecológico y mediacional y, en menor medida, en el uso de los criterios cognitivo, emocional e interaccional.

Otro ejemplo se tiene en Morales y Font (2017), donde se analizan las reflexiones sobre la práctica del futuro profesorado de matemática de secundaria en Costa Rica. Se examinaron los portafolios que éstos elaboran durante su práctica, explorándolos a la luz del constructo CI. Los resultados muestran que: 1) El profesorado expresa comentarios en los que se pueden hallar aspectos de descripción y/o explicación y/o valoración, 2) emergen tipos de análisis que se pueden considerar evidencias de alguno de las facetas (epistémica, cognitiva, ecológica, interaccional, mediacional y emocional) del modelo del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas (Pino-Fan, Font, & Breda, 2017) y 3) cuando las opiniones son valorativas, se organizan de manera implícita

o explícita mediante algunos (pocos) indicadores de los componentes de los CI y las reflexiones que los evidencian son superficiales.

En Morales y Font (en prensa) se documenta una investigación sobre los principales elementos de análisis y valoración que una profesora en servicio de Costa Rica utiliza cuando se le pide que comente una clase que impartió y que fue grabada en video, sin ninguna pauta de análisis previamente establecida. En este caso se logró evidenciar que la docente utiliza con mayor frecuencia, elementos relacionados con los CI epistémica e interaccional y las otras valoraciones que aparecen en menor medida se pudieron clasificar con componentes e indicadores de los otros CI, lo cual, según los autores, evidencia que el uso de los CI, con sus componentes e indicadores permitió organizar y clasificar las valoraciones que la docente realizó.

Con relación a los resultados obtenidos en nuestra investigación y las acabadas de comentar, un aspecto a explicar es la razón por la cual los CI funcionan implícitamente como regularidades en el discurso de los profesores sin habersele enseñado el uso de esta herramienta para pautar su reflexión. Una explicación plausible (Breda, Font, y Pino-Fan, 2018) es que los CI reflejan consensos sobre cómo debe ser una buena enseñanza de las matemáticas ampliamente asumidos en la comunidad de educadores(as); y es plausible pensar que el uso implícito que hace el profesorado de los CI se debe a su formación y experiencia previa, la cual le hace partícipe de dichos consensos. Aunque esta explicación no parece muy convincente en el caso del profesorado en formación inicial, ya que es evidente que ellos no han participado en la generación de los consensos que son el soporte de los CI.

Nuestra investigación, juntamente con otras comentadas anteriormente, es una evidencia que las reflexiones del profesorado, cuando éstas son valorativas y se orientan hacia la mejora de los procesos de instrucción, se organizan, implícitamente, usando algunos indicadores de los componentes de los CI, aunque éstos no hayan sido previamente enseñados. Por esta razón, y con el objetivo de desarrollar la competencia reflexiva y la dimensión “meta” del conocimiento didáctico matemático del profesorado de matemáticas (Pino-Fan, Assis, & Castro, 2015), estamos diseñando e implementando dispositivos formativos que combinan el uso de la metodología de EC con los CI como herramienta para organizar la reflexión sobre su práctica.

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo se ha desarrollado en el contexto del proyecto de investigación en formación del profesorado REDICE18-2000 (ICE-UB) y con el apoyo del programa de Doctorado Pleno en el Exterior proceso número 88881.173616/2018-01 (Capes).

## REFERENCIAS

- Breda, A. & Lima, V.M.R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un master para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT*, 5(1), 74-103. Doi: 10.4471/redimat.2016.1955.
- Breda, A. (2016). *Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado profmat no rio grande do sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso*. Tesis de Doctorado no publicada. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, Brasil.
- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018) Criterios Valorativos y Normativos en La Didáctica de las Matemáticas: el Caso del Constructo Idoneidad Didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278. Doi: 10.1590/1980-4415v32n60a13.
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918. Doi: 10.12973/eurasia.2017.01207a.
- Coelho, F. G., de Oliveira & A. T., Vianna, C. S. (2014). A metodologia da Lesson Study na formação de professores: uma experiência com licenciandos de Matemática. *VIDYA*, 34(2), 1-12.
- Elliot, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.
- Felix, T. F. (2010). *Pesquisando a melhoria de aulas de matemática segundo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a Metodologia da Pesquisa de Aula (Lesson Study)*. Tesis de maestria no publicada. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, Brasil.
- Fernández, C., & Yoshida, M. (2004). *Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Font, V., Breda, A., & Pino-Fan, L. (2017). Análisis didáctico en un trabajo de fin de máster de un futuro profesor. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp.247-256). Zaragoza: SEIEM.
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 44, 1-21. Doi: 10.1590/s1678-4634201844172011.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A. (2011). *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education*. Netherlands: Springer.
- Kaiber, T., Lemos, A., & Pino-Fan, L. (2017). Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS): um panorama das pesquisas na América Latina. *Perspectivas da Educação Matemática*, 10(23), 531-552.

- Lewis, C. C. (2002). *Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change*. Research for Better Schools. Inc. & Global Education Resources: LLC.
- Morales, Y., & Font, V. (2017). Análisis de la reflexión presente en las crónicas de estudiantes en formación inicial en educación matemática durante su periodo de práctica profesional. *Acta Scientiae*, 19(1), 122-137.
- Morales, Y., & Font, V. (en prensa). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. *Educação e Pesquisa*.
- Moreira, C. B., Gusmão, T. C. R. S., & Font, V. (2018). Mathematical Tasks for the Development of Space Perception in Early Childhood Education: potentials and limits. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 231-254. Doi: 10.1590/1980-4415v32n60a12.
- Murata, A. & Takahashi, A. (2002). Vehicle To Connect Theory, Research, and Practice: How Teacher Thinking Changes in District-Level Lesson Study in Japan. *Teaching children mathematics*, 436-443.
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). Reston, VA: NCTM.
- Pino-Fan, L., Assis, A., & Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456. Doi: 10.12973/eurasia.2015.1403a.
- Pino-Fan, L., Font, V., & Breda, A. (2017). Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the onto-semiotic approach. En B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh & B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp.33-40). Singapur: PME.
- Pochulu, M., Font, V., & Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 19(1), 71-98. Doi: 10.12802/relime.13.1913.
- Ramos, A. B. (2006). *Objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales*. Tesis de doctorado no publicada. Universitat de Barcelona, Barcelona, España.
- Schön, D. A. (1983). *The Reflective Practitioner: how professionals think in action*. New York: Basic Books.
- Seckel, M. J. & Font (en prensa). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *Magis*.
- Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemática*. Tesis de Doctorado no publicada. Universitat de Barcelona, España.
- Utamura, G. (2015). *Docência compartilhada na perspectiva de estudos de aula (lesson study): um trabalho com as figuras geométricas espaciais no quinto ano*. Tesis de maestría no publicada. Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, SP, Brasil.
- Wang-Iverson, P. & Yoshida, M. (Eds.). (2005). *Building our understanding of lesson study*. Research for Better Schools, Inc. & Global Education Resources: LL.