

# Potencialidades e articulações de conhecimentos da Análise Matemática para a ação docente no Ensino Médio: uma análise epistêmica de Noções de Conjuntos sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico

Paulo Cesar Pereira Napar <sup>a</sup>  
Carmen Teresa Kaiber <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, RS, Brasil.

*Recebido para publicação em 8 out. 2020. Aceito após revisão em 12 Oct. 2020*  
*Editor designado: Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## RESUMO

**Contexto:** a área de Análise Matemática é geralmente vista como algo de natureza complexa que em cursos de Licenciatura em Matemática pouco contribui na formação de docentes da educação básica. **Objetivos:** nesse sentido, este artigo apresenta uma análise sobre potencialidades que conhecimentos advindos da Análise Matemática, particularmente em Noções de Conjuntos, apresentam para o desenvolvimento de conhecimentos didático-matemáticos requeridos para a prática docente no Ensino Médio. **Design:** utilizando-se dos pressupostos teóricos do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS), no que se refere aos Conhecimentos Didático-Matemáticos de professores de Matemática, a investigação, de natureza qualitativa, apresenta uma análise epistêmica realizada sobre as Noções de Conjuntos no contexto da Análise Matemática, buscando relacionar os objetos ali destacados com conhecimentos pertinentes ao nível do Ensino Médio. **Cenário e Participantes:** o cenário investigativo é de pesquisa teórica, portanto sem participantes. **Coleta e análise dos dados:** a fonte dos dados utilizados foram um livro de Análise Matemática para Licenciatura e um livro do Ensino Médio, no que se referem ao tema de Conjuntos, os quais foram analisados frente aos pressupostos teóricos do EOS. **Resultados:** as análises apontaram que existem articulações que podem ser realizadas com o conhecimento de Conjuntos nos diferentes níveis de ensino, principalmente sobre a utilização de provas matemáticas e de diferentes linguagens, destacando potencialidades para a sua contextualização na prática de professores de Matemática do Ensino Médio. **Conclusões:** com este estudo é possível destacar a importância da Análise na constituição de conhecimentos didático-matemáticos, bem como sua importância para a prática de professores de Matemática que atuam no Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Análise Matemática; Prática Docente no Ensino Médio; Conjuntos; Enfoque Ontossemiótico; Conhecimentos Didático-Matemáticos.

---

Autor correspondente: Paulo Cesar Pereira Napar. Email: paulonapar@gmail.com

## INTRODUÇÃO

Os conhecimentos matemáticos têm um conjunto sólido de bases formais as quais foram surgindo e sendo sistematizadas com o longo histórico das práticas em Matemática. Aritmética, Geometria e Álgebra se mostram como pilares conceituais da Matemática, na qual a união e entrelaçamento desses campos move compartilhamentos de axiomas, definições, teoremas e ferramentas que servem para produzir conhecimento matemático e resolver problemas advindos de diferentes áreas. Como emergência desses pressupostos, surgem delineamentos e campos de estudos focados em elementos que justificam, demonstram ou provam objetos de exploração da Matemática, tal como é proposto pela área de Análise Matemática. Reis (2001) destaca que a Análise Matemática é uma área que exige uma gama bastante articulada de conhecimentos aritméticos, geométricos e algébricos, tendo em vista que nela se estabelece um aprofundamento de alto rigor sobre o estudo do Cálculo e do conjunto dos Números Reais. No contexto dos cursos de graduação que envolvem a formação de matemáticos e professores de Matemática no Brasil, essa área é, de forma apropriada, abordada por cursos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática, conforme destaca o parecer 1.302 de 2001, sendo conhecida por sua estruturação que visa o trato, matematicamente preciso, de provas e demonstrações.

Discussões sobre essa sistematização dos conhecimentos da Análise geram conflitos no contexto de como esses devem ser abordados, ou não, nos cursos de Licenciatura em Matemática. Esse impasse é gerado, com base em Otero-Garcia, Baroni e Martines (2013) e Napar (2018), no momento em que se pensa sobre o foco profissional dos cursos de formação de professores de Matemática: forma profissionais para atuarem com o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Autores como Reis (2001), Batarce (2003), Moreira, Cury e Vianna (2005), Bolognezi (2006), Otero-Garcia, Baroni e Martines (2013) vem indicando que, se por um lado, o alto rigor matemático contido em componentes de Análise Matemática deve ser trabalhado com licenciandos, por outro, deve-se pensar em como abordar esses conhecimentos no contexto da formação de professores de Matemática. Esse entendimento vincula-se à visão de que exigências formais do conhecimento matemático, tal como se conduz na Análise, podem, de certa maneira, parecer fora de contexto em relação às práticas docentes de licenciandos, levando esses a questionarem a validação e as reais motivações de tal componente estar presente no currículo da Licenciatura.

Levando em conta esse cenário, desenvolveu-se uma investigação, no âmbito de uma pesquisa de mestrado, intitulada “A Análise Matemática na Constituição de Conhecimentos para a atuação do Professor de Matemática no Ensino Médio: uma análise na perspectiva epistêmica do Enfoque Ontossemiótico”. De carácter qualitativo, a mesma foi orientada pelo objetivo de investigar articulações entre os conhecimentos matemáticos institucionais da Análise Matemática para Licenciatura em Matemática e os do Ensino Médio que apresentam potencialidades para alicerçar os conhecimentos do professor de Matemática para atuar no Ensino Médio.

Partindo-se de um recorte da investigação mencionada, este artigo apresenta uma análise que visa discutir e refletir sobre potencialidades que conhecimentos advindos da Análise Matemática, particularmente na Noções de Conjuntos, apresentam para o desenvolvimento de conhecimentos didático-matemáticos (Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017) requeridos para a prática docente no Ensino Médio. A referida discussão parte de um estudo particular sobre o capítulo de “Números Reais - Parte I”, no contexto das Noções de Conjuntos, do livro Análise Matemática para licenciatura de Ávila (2006), relacionando-os com conhecimentos pertinentes ao nível do Ensino Médio, com base em Dante (2013). Tais materiais didáticos são tomados para análise por se constituírem como referenciais de conhecimento para a Licenciatura em Matemática e Ensino Médio, respectivamente.

Para conduzir essa discussão, considera-se os pressupostos teóricos do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS) (Godino; Batanero & Font, 2008), com foco na dimensão epistêmica da Idoneidade Didática (Godino, 2009, 2013; Godino; Batanero & Font, 2008), contando, ainda, com a noção de Conhecimentos Didático-Matemáticos de professores de Matemática (Pino-Fan & Godino, 2015; Godino *et al.*, 2017). A partir deste enfoque teórico, coloca-se em destaque os critérios de avaliação da Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica (FADDE) (Godino, 2009; Napar, 2018), os quais são utilizados para analisar e propor as relações entre os conhecimentos destacados.

No que segue, apresentam-se elementos teóricos que sustentam este trabalho: Idoneidade Didática do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática.

## **A IDONEIDADE DIDÁTICA NO ÂMBITO DO ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E DA INSTRUÇÃO MATEMÁTICA**

O Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS) (Godino; Batanero & Font, 2008) se constitui em um enfoque teórico que compreende a reflexão, articulação, aproximação e integração de distintos modelos teóricos relacionados a Didática Geral e a Didática da Matemática. Tem como objetivo qualificar e ampliar os conhecimentos sobre os processos de estudos voltados para o ensino e aprendizagem da Matemática, podendo, de acordo com os autores, ser utilizado para analisar, refletir e orientar propostas educativas no âmbito da Educação Matemática.

A base desse marco teórico parte da “[...] formulação de uma ontologia de objetos matemático<sup>1</sup> que contemple [um] triplo aspecto da matemática como: atividade socialmente compartilhada de resolução de problemas, linguagem simbólica e sistema conceitual logicamente organizado” (Godino *et al.*, 2008, p. 11). Tal pressuposto

---

<sup>1</sup> Considerando a sistemática do enfoque teórico, os objetos matemáticos podem ser qualquer coisa ou entidade matemática ao que os sujeitos se referem, sejam elas de natureza real, imaginária ou de outros tipos (Godino *et al.* 2008).

compreende a atividade Matemática de resolução de problemas como um sistema de práticas que possam ser representadas e compartilhadas, na busca de uma sistematização e interação de ideias na construção e produção de conhecimento matemático de uma comunidade<sup>2</sup> (Godino *et al.*, 2008).

Os conhecimentos conduzidos no âmbito do EOS se apresentam, atualmente, em cinco grupos: (1) Sistemas de Práticas (operativas e discursivas), (2) Configuração de objetos e processos matemáticos emergentes que intervêm nas práticas matemáticas, (3) Configurações Didáticas, (4) Dimensão Normativa e (5) Idoneidade Didática (Godino *et al.*, 2017).

Tais grupos teóricos articulam-se de modo a produzir elementos para a potencialização sobre como o ensino e a aprendizagem em Matemática podem ser constituídas, complementadas e analisadas. Nesse cenário, os quatro primeiros grupos estabelecem ferramentas para a realização de análises didático-explicativas, servindo para descrever como os sistemas e as relações com os objetos matemáticos funcionam (Godino *et al.*, 2008). Já o quinto grupo, que se refere à Idoneidade Didática, trata-se de um recurso teórico para investigar, avaliar e analisar processos de estudo para uma intervenção eficaz em sala de aula (Godino, 2013) e em processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Esse grupo refere-se a um processo que integra, harmonicamente, a articulação de seis dimensões, as quais são apresentadas na tabela 1.

**Tabela 1**

*Dimensões da Idoneidade Didática* (Godino *et al.*, 2017)

<b>Dimensão</b>	<b>Descrição</b>
Epistêmica	Refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais emergentes dos objetos matemáticos prescritos no currículo, nas normas e nos planejamentos, tendo como referência a Matemática utilizada nos processos de ensino e aprendizagem.
Cognitiva	Expressa o grau de aproximação entre os significados pretendidos e implementados e as significações pessoais dos indivíduos dentro dos processos de ensino e aprendizagem.
Interacional	Olha para o grau e modos de interação que permitem identificar as disparidades e conflitos, epistêmicos ou cognitivos, que se apresentam na produção de significados nos processos de ensino e aprendizagem.
Mediacional	Representa o grau de adequação dos recursos tecnológicos e metodológicos que são utilizados no desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem.

<sup>2</sup> Se referem aos sujeitos, em um dado contexto sociocultural, que constituem interações e comunicação em prol da produção e compartilhamento de ideias e conhecimentos (Godino *et al.*, 2008).

<b>Dimensão</b>	<b>Descrição</b>
Emocional	Relacionando-se com o grau dos fatores de interesse, motivação, crenças, tradições..., que interferem ou auxiliam nos processos de ensino e aprendizagem.
Ecológica	Caracterizado como o grau de adequação dos processos de ensino e aprendizagem no entorno educativo da comunidade escolar e social e ao contexto em que se desenvolvem.

Cada dimensão da Idoneidade Didática pode servir para estudar uma questão pontual, como uma tarefa ou um plano de aula ou, ainda, questões mais globais, como o currículo proposto por uma instituição (Godino, *et al.* 2008). Conforme Godino (2013), essa flexibilidade, entre questões pontuais e globais, permite que cada dimensão seja verificada e analisada em separado, possibilitando a particularização da análise do processo de estudo sobre cada uma das óticas desse grupo teórico como, também, podem ser analisadas em conjunto.

No que segue, destacam-se os pressupostos da dimensão epistêmica da Idoneidade Didática, pois a mesma é tomada como referência para a análise conduzida neste artigo, apresentando-se, na Tabela 2, os componentes e indicadores que são utilizados em seu contexto. Tais componentes e indicadores estão organizados em torno do que, aqui, denomina-se por Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica e referem-se a um processo de estudo matemático. Na tabela a seguir, leia-se, como frase antecedente a cada indicador apontado, a expressão “O processo de estudo (...)”.

**Tabela 2**

*Critérios de avaliação da Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica.* Traduzido e adaptado de Godino (2013)

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
Situações-problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>- apresenta uma mostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercícios e aplicações.</li> <li>- propõe situações de generalização de problemas (problematização).</li> </ul>
Linguagem	<ul style="list-style-type: none"> <li>- utiliza-se de diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica, etc.), tratamento e conversões entre as linguagens.</li> <li>- possui nível de linguagem está adequado aos educandos a que se dirige.</li> <li>- propõe situações de expressão e interpretação matemática.</li> </ul>

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
Regras (definições, proposições, procedimentos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- possui as definições e procedimentos de forma clara e correta, estando adaptadas ao nível educativo a que se dirigem.</li> <li>- apresenta os enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo proposto.</li> </ul>
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- promove situações com as quais o educando tenha que argumentar e justificar o pensamento matemático.</li> <li>- conduz e solicita explicações, comprovações e demonstrações adequadas ao nível a que se dirigem.</li> </ul>
Relações	<ul style="list-style-type: none"> <li>- apresenta os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições, etc.) relacionando-se e conectando-se entre si.</li> <li>- promove articulações dos diversos significados dos objetos que intervêm nas práticas matemáticas.</li> </ul>

A Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica é utilizada neste artigo para avaliar a relação institucional dos objetos matemáticos que estão postos nos livros de Análise Matemática e de Matemática do Ensino Médio. A partir da análise realizada com esta ferramenta, olhando para o processo de estudo que pode ser manejado a partir dos livros didáticos, busca-se evidenciar as condições epistêmicas em que os objetos matemáticos aparecem na abordagem dos livros, apontando as potenciais articulações que podem ser consideradas entre os objetos matemáticos da Análise Matemática e os do Ensino Médio. Além disso, como se trata de uma questão voltada aos conhecimentos que podem, e devem, ser mobilizados no âmbito institucional, por parte dos professores de Matemática, toma-se, ainda, amparo teórico na modelização de Conhecimentos Didático-Matemáticos (CDM), os quais são apresentados a seguir.

### **O ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: CONHECIMENTOS DIDÁTICO-MATEMÁTICOS**

Os conhecimentos didáticos e matemáticos para a formação de Professores de Matemática, no contexto do Enfoque Ontossemiótico, parte de uma sistematização inspirada nas dimensões teóricas que são indicadas pela Idoneidade Didática. Seu eixo central consiste em uma visão epistêmica (institucional) e cognitiva (pessoal), que se baseia em uma aproximação antropológica em que a Matemática é entendida como atividade humana e ontossemiótica (em que as noções de objeto e significado são o foco) (Godino et al., 2017).

Essa modelização do conhecimento, em especial sobre os conhecimentos dos professores de Matemática, considera que o professor deva deter habilidades com o ensino

da Matemática para o nível educativo a qual exerce suas atividades como docente e, ainda, que deva ser capaz de articular esses conhecimentos com seus correspondentes nos níveis de ensino posterior (Godino, et al., 2017). No caso da educação básica brasileira, e considerando a formação de professores de Matemática, isso poderia ser entendido como a necessidade do professor se apropriar dos conhecimentos relacionados às práticas matemáticas envolvidas, conforme sua atuação profissional, no nível dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (Napar, 2018). Para tanto, compreende-se como essencial que esse profissional detenha domínio sobre: o conhecimento matemático, o ensino da Matemática, o currículo (normas, orientações e leis), a interação na relação professor-educando e a disponibilidade de mediação que se entende serem necessários para sua atuação no cenário escolar. Além disso, considerando uma ampliação desses conhecimentos, também seria necessário que o mesmo se apropriasse dos conhecimentos correspondentes aos níveis posteriores, os quais poderiam, por exemplo, se referir aqueles relacionados às práticas matemáticas que emergem do avanço em pesquisas na Educação Matemática, quanto da articulação desses objetos com conhecimentos de outros contextos e outras áreas do ensino.

No cenário apresentando, o EOS supõe uma ideia de integração entre os conhecimentos dos professores, visando superar a potencial dicotomia existente entre aquele conhecimento que é didático ou matemático. A visão, aqui, perpassa as correntes dos conhecimentos necessários para a prática e dos conhecimentos específicos para a ação matemática, indo ao encontro de uma possibilidade que considera a ação docente como um cenário profissional conjunto, em que o professor executa e atua com ambos conhecimentos nos diferentes fatores relacionados aos processos de ensino e aprendizagem (Napar & Kaiber, 2018).

Na Tabela 3, apresentam-se as dimensões dos Conhecimentos Didático-Matemáticos que possuem as mesmas designações das dimensões da Idoneidade Didática, bem como uma descrição de cada uma dessas dimensões na perspectiva deste modelo (coluna dois).

**Tabela 3**

*Dimensões dos Conhecimentos Didático-Matemáticos (Godino et al., 2017)*

<b>Dimensões</b>	<b>Descrição</b>
Epistêmica	Refere-se ao Conhecimento Didático-Matemático sobre o próprio conteúdo; sobre a forma particular em que o professor de Matemática compreende e conhece a Matemática e a relaciona com o contexto dos conhecimentos de sua prática docente.
Cognitiva	Refere-se ao conhecimento de como os professores de Matemática aprendem, racionalizam e entendem matemática no processo de sua aprendizagem e ensino.

<b>Dimensões</b>	<b>Descrição</b>
Afetiva	Diz respeito aos aspectos afetivos, emocionais, de atitudes e crenças sobre os objetos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem.
Interacional	Refere-se sobre o conhecimento do professor no ensino da Matemática: na organização de tarefas e atividades que visem reduzir as dificuldades de seus alunos sobre os objetos matemáticos e sobre o contexto escolar; sobre as interações que se estabelecem em sala de aula (professor e aluno).
Mediacional	É o conhecimento do professor sobre os recursos tecnológicos, materiais e temporais, apropriados para potencializar a aprendizagem de seus alunos.
Ecológica	Conhecimento do professor sobre o conteúdo matemático relacionado a outras disciplinas e componentes curriculares, socioprofissionais, políticos e econômicos que conduzem os processos de instrução Matemática.

A perspectiva epistêmica, no âmbito dos CDM, considera um conjunto de conhecimentos especializados do conteúdo por parte dos professores de Matemática, os quais, a partir dos diferentes fatores de contextos e processos matemáticos (situações-problema, linguagens, conceitos, proposições, procedimentos e argumentos), se articulam em duas noções inter-relacionadas de conhecimentos matemáticos do professor: conhecimento comum do conteúdo e conhecimento ampliado do conteúdo.

Godino et al. (2017) destacam que o conhecimento comum do conteúdo se refere aos conhecimentos do professor que são compartilhados com os estudantes no nível em que o docente ensina Matemática, conectando-se assim com os objetos matemáticos atribuídos as práticas da sala de aula. No que diz respeito ao conhecimento ampliado do conteúdo, seriam os conhecimentos compartilhados no âmbito dos níveis posteriores de ensino, assim como as relações com outros contextos e áreas de conhecimentos, das conexões com investigações em Educação Matemática e da própria formação de professores de Matemática.

Toma-se, com base em Godino et al. (2017), uma interpretação das potencialidades dessas noções nesta investigação. Concebe-se que o conhecimento comum do conteúdo se constitui nas possibilidades de conexões matemáticas que os conhecimentos da Análise Matemática têm para alicerçar o conhecimento específico do professor em suas práticas na sala de aula para os níveis em que atua. Já o conhecimento ampliado do conteúdo, refere-se ao desenvolvimento de competências para identificar, significar e relacionar os conhecimentos matemáticos da Análise Matemática com os do Ensino Médio, bem como

a outros contextos que podem estar envolvidos na prática profissional dos professores de Matemática.

Tendo-se elencado as características teóricas que orientam esta investigação, a seção a seguir direciona-se aos aspectos metodológicos que são utilizados para justificar os materiais de análise, assim como a constituição desta pesquisa.

## **ASPECTOS METODOLÓGICOS**

Este artigo toma como objetivo apresentar uma análise sobre potencialidades que conhecimentos advindos da Análise Matemática, particularmente em Noções de Conjuntos, apresentam para o desenvolvimento de conhecimentos didático-matemáticos requeridos para a prática docente no Ensino Médio, e é em torno desse objetivo que os pressupostos metodológicos se entrelaçam. Esse estudo parte, como já apontado, de uma análise sobre o capítulo de “Números Reais – Parte I”, no contexto das Noções de Conjuntos, do livro de Análise Matemática para licenciatura, relacionando-se com conhecimentos pertinentes às práticas docentes no nível do Ensino Médio, com base em Dante (2013). Além disso, é adotado um assunto matemático comum entre os materiais de análise: noções da utilização da teoria de conjuntos.

Os livros utilizados como referentes matemáticos, os quais servem como fonte de dados para a análise, são considerados com base em dois argumentos. Primeiro, justifica-se o uso do livro de Análise Matemática para licenciatura por ser, segundo Napar (2018), bibliografia básica comum entre cinco cursos de Licenciatura em Matemática da região metropolitana de Porto Alegre/RS. Além disso, é um referente escrito por um autor renomado na área da Matemática com substanciais tentativas em direcionar a Análise para os cursos de Licenciatura. Segundo, justifica-se o uso do livro do Ensino Médio de Dante (2013) por ter sido o livro didático mais escolhido por professores da Educação Básica para o componente de Matemática do Ensino Médio no ano de 2015 (Napar, 2018), período em que se desenvolveu a investigação principal.

Para conduzir a análise são utilizados os critérios de avaliação da Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica, já apresentada. Parte-se do livro de Análise Matemática e evidencia-se elementos do estudo com base nos pressupostos da ferramenta, indo ao encontro de uma articulação com potencialidades do conhecimento trabalhado em atividades do livro de Ensino Médio. Utiliza-se, ainda, da noção epistêmica dos Conhecimentos Didático-Matemático, buscando apontar características do conhecimento comum e ampliado do conteúdo, conduzindo os aportes teóricos de forma articulada com uma abordagem para atender ao objetivo proposto neste trabalho. Para estabelecer as relações com os diferentes níveis de ensino, considera-se, ainda, uma inter-relação do componente de relações com os demais componentes da ferramenta teórica, destacando, assim, as potencialidades de articulações e aproximações entre a Análise Matemática e o Ensino Médio no contexto das situações-problema, regras, linguagem e argumentos.

Com base nesse desenho metodológico, a seção a seguir apresenta a análise conduzida e realizada a partir dos pressupostos teóricos emergentes do Enfoque Ontossemiótico.

## **APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DA ANÁLISE REALIZADA**

A seção do livro de Análise Matemática denominado “Números Reais – parte I” (trecho em que são apresentadas as Noções de Conjuntos) argumenta sobre objetos matemáticos que contribuem para reflexões e noções iniciais em torno da formação dos Números Reais. Envolve, de modo organizado, aspectos dos (1) Números Racionais e Irracionais; (2) Noções sobre conjuntos (o que é esse objeto, operações e tipos de representação); (3) enumerabilidade de conjuntos, assim como ideias de (4) conjuntos finitos e infinitos e (5) notas históricas e complementares sobre Teoria dos Conjuntos. No estudo que está sendo apresentado neste trabalho, particularmente, busca-se discutir sobre os elementos indicados em (2) Noções sobre conjuntos, considerando os componentes e indicadores da Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica.

No contexto deste trabalho, agrupou-se a análise em: situações-problema e relações; linguagens, argumentos e relações; regras e relações. Diferentemente do que sugere a Ferramenta de Análise Didática: Dimensão Epistêmica, a análise é conduzida aqui de forma inter-relacionada, pois percebeu-se que a forma como se apresentavam os objetos matemáticos da seção do livro sugeria diversas relações que deveriam ser levadas em conta, como: das relações das situações-problema da Análise com situações-problema do Ensino Médio; das linguagens e argumentações que se relacionam com os mesmos elementos no nível do Ensino Médio; e as regras que, apesar de serem apresentadas em nível de linguagem mais elevado, ainda tratam do mesmo objeto matemático. Nesse sentido, entendeu-se como necessário realizar os agrupamentos para melhor discutir a análise e destacar as evidências de conhecimento que atendem o objetivo deste artigo. No que segue, apresenta-se a análise realizada.

### **Das situações-problema e das relações**

A apresentação das Noções de Conjuntos começa com a ideia do que seria um conjunto que “[...] pode ser definido pela simples listagem de seus elementos entre chaves ou pela especificação de uma propriedade que caracterize seus elementos” (Ávila, 2006, p. 29). Segue-se, a partir daí, para a utilização do conceito de pertencimento ou não de um elemento  $x$  a um conjunto  $A$ , da relação de contido ou não entre dois conjuntos  $A$  e  $B$ , operação união (conjunto de elementos que se encontram em pelo menos um dos conjuntos), operação interseção (conjunto de elementos que se encontram em ambos os conjuntos) e operação diferença entre conjuntos (conjunto dos elementos restantes após serem retirados do primeiro conjunto os elementos comuns com o segundo conjunto).

É justificado por Ávila (2006) que a abordagem apresentada é tomada somente para ser utilizada pelo estudo que está sendo proposto na seção e, em uma nota, é destacada uma crítica acerca de como a noção de conjuntos é conduzida no âmbito do Ensino Médio. A crítica apontada pelo autor se refere ao tratamento supostamente longo abordado em livros do Ensino Médio, indicando que a noção de conjuntos nesse nível de ensino, geralmente, se refere somente a utilização desse objeto enquanto linguagem e notação. Nesse caso, sua utilização diz respeito apenas a utilização como ferramentas auxiliares, devendo, portanto, serem introduzidas em momentos que forem necessários para o objeto de estudo em questão (Ávila, 2006).

Sobre essa questão, concorda-se, em parte, com o autor, já que a ideia de conjuntos no Ensino Médio transcende uma simples relação simbólica para ser utilizada em objetos matemáticos. Por exemplo, esse objeto matemático pode ser utilizado como uma forma de raciocínio nomeada por silogismo. Dante (2013) destaca que os silogismos seriam relações fundamentais de dedução matemática que emergem de situações envolvendo a noção de conjuntos. Por exemplo, com base nesse autor, seria viável ou pertinente, no nível do Ensino Médio, a utilização de situações como:

Sejam os conjuntos definidos a seguir:

I: conjunto dos canoenses<sup>3</sup>

J: conjunto dos sul-rio-grandenses

K: conjunto dos brasileiros

A partir das informações contidas na área de conhecimentos gerais sobre o Brasil, é possível inferir que:

Todo canoense é sul-rio-grandense.

Todo sul-rio-grandense é brasileiro.

A implicação lógica decorrente dessas afirmações permite garantir que todo canoense é brasileiro. Em termos de linguagem de conjuntos, diz-se que se o conjunto *I* está contido em *J*, assim como *J* está contido em *K*, logo *I* está contido em *K*, por transitividade dedutiva.

O contexto apresentado se refere a uma atividade de potencial situação-problema que pode ser utilizada por professores que lecionam no nível do Ensino Médio. Destaca-se como importante, nesse sentido, que esses profissionais tenham propriedade desse conhecimento e sobre suas possibilidades para serem implementadas na prática docente. Entende-se que essa abordagem configure-se como um caminho de ensino pertinente ao conhecimento comum do conteúdo de professores, sendo um conhecimento necessário para ser trabalhado no contexto do nível de Ensino Médio. Tão logo, ainda, o aprofundamento do estudo de Conjuntos, tal como é apontado nas propostas de atividades em Análise Matemática de Ávila (2006), poderia indicar questões de vínculo do conhecimento

<sup>3</sup> O termo "canoense" se refere ao conjunto de pessoas que tem como naturalidade o município de Canoas situado na região metropolitana de Porto Alegre no estado do Rio Grande do Sul no Brasil.

matemático da prática do professor, corroborando para um trabalho contínuo sobre como esse estudo seria importante na constituição de seus conhecimentos. Além disso, à medida que o conhecimento fosse contextualizado e relacionado, o mesmo estaria atrelado a uma visão de conhecimento ampliado do conteúdo, não atendo-se somente as práticas comuns do conhecimento matemático ali destacado, mas também as ações necessárias ao conjunto de conhecimentos e competências profissionais do professor de Matemática para a atuação na sala de aula (Napar, 2018).

Apesar de ser possível haver um tratamento “excessivo” na noção de conjuntos, como é indicado por Ávila (2006), entende-se que quando bem conduzida tal abordagem pode corroborar para que o professor possa refletir sobre outros métodos e caminhos para ensinar a noção de conjuntos, buscando enriquecer suas práticas na sala de aula. Nessa perspectiva, trazendo contraponto ao argumento de Ávila (2006), de que livros do Ensino Médio trazem uma abordagem exaustiva sobre conjuntos, entende-se que não necessariamente seja tarefa do livro didático do Ensino Médio em sintetizar a utilização dos conhecimentos apresentados. Isso, com base em Godino et al. (2017), caberia ao professor, dentro do conjunto de suas competências, que teria como tarefa selecionar e transpor os objetos matemáticos que são necessários para o conhecimento do educando, conforme apontar o currículo.

No âmbito dos possíveis problemas de contextualização para inserir a abordagem do conhecimento no estudo indicado, Ávila (2006) propõe situações de uso do objeto matemático em um contexto inserido dentro da própria Matemática (conhecimentos intramatemáticos, conforme Godino et al. (2008)). Uma das situações propostas, por exemplo, se refere a identificação do conjunto solução para o trinômio “ $x^2 - 4x + 3 > 0$ ”.

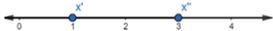
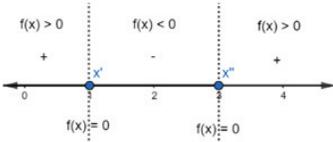
Para encontrar a solução do referido trinômio, é indicado pelo autor que se pense nas possibilidades de valores reais para “ $x$ ” em que o referido trinômio assuma valores positivos, ou seja, o conjunto solução é “ $S = \{x \in \mathbb{R}; x < 1\} \cup \{x \in \mathbb{R}; x > 3\}$ ”. Percebe-se, em um primeiro momento, que a resolução presume, afinal, que o leitor já conheça as estratégias necessárias para localizar a solução para a referida inequação. De fato, por se tratar de um livro de estudos no âmbito da Análise Matemática, é esperado que o licenciando já tenha desenvolvido, ao longo da integração dos diferentes componentes curriculares da Licenciatura em Matemática, um conjunto de competências que o levem a ter conhecimento suficiente para lidar com essa Matemática, sendo assim, por um lado, dispensável uma abordagem do conhecimento que está na base do que está sendo apresentado (Napar, 2018). Porém, entende-se que a abordagem desse tipo de procedimento, no que se refere a busca pela solução da inequação, poderia apresentar conexões do conhecimento da Análise com situações didáticas inerentes ao Ensino Médio, situações essas, que são abordadas por Dante (2013).

Destaca-se como exemplo, aqui, um método para encontrar a solução de uma inequação de segundo grau, pensando-se, em um contexto do Ensino Médio, pela análise do comportamento da inequação a partir do “sinal” de intervalos da mesma. Com referência a Dante (2013), professores do primeiro ano do Ensino Médio devem trabalhar procedimentos aritméticos e geométricos relacionados ao estudo do conjunto solução de

inequações. No caso da inequação destacada anteriormente, essa poderia ser trabalhada com educandos do nível Médio da seguinte maneira indicada na tabela 5.

**Tabela 5**

Método para encontrar a solução da inequação com base em estudo de sinal (Os autores)

Toma-se como pressuposto a inequação: $x^2 - 4x + 3 > 0$	
Procedimentos	Representações
<p>Considera-se a inequação como uma função do tipo</p> <p><math>f(x) = x^2 - 4x + 3</math>.</p> <p>Nesse caso, localiza-se, primeiramente, os "zeros da função" (quando <math>f(x) = 0</math>) por meio de método conveniente (fórmula resolvente de equações de segundo grau, soma e produto, fatoração e etc.).</p> <p>Aqui, utiliza-se do método da soma e produto, que, nesse caso, sendo "a = 1; b = -4; c = 3", se refere a considerar que a soma das raízes da equação resulta em "-b" e o produto resulta em "c". Toma-se, na representação: x as possibilidades de raízes (<math>x'</math> e <math>x''</math>)</p>	$x = \begin{cases} x' + x'' = -(-4) \\ x' \cdot x'' = 3 \end{cases}$
<p>A partir do sistema estruturado em (1), determina-se que as raízes sejam <math>x' = 1</math> e <math>x'' = 3</math>, uma vez que esses valores satisfazem as equações do sistema, sendo que o conjunto solução S é composto pelas mesmas.</p>	$x = \begin{cases} 1 + 3 = 4 \\ 1 \cdot 3 = 3 \end{cases}$ $S = \{x', x''\} = \{1, 3\}$
<p>Representa-se as raízes encontradas em (2) numa reta real.</p>	 <p>A horizontal number line with tick marks at 0, 1, 2, 3, and 4. Blue dots are placed at 1 and 3, representing the roots <math>x'</math> and <math>x''</math>.</p>
<p>Utilizando-se de valores aleatórios que antecedam, estejam entre e sucedam as raízes, verifica-se o que ocorre com o sinal da função. Sabe-se que, como <math>x'</math> e <math>x''</math> são "zeros da função", então nesses pontos <math>f(x) = 0</math>. Outrossim, inspeciona-se os valores da função em <math>x = 0</math>, <math>x = 2</math> e <math>x = 4</math>, por exemplo.</p>	<p>Se <math>x = 0</math>, <math>f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3</math>;            Se <math>x = 2</math>, <math>f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1</math>;            Se <math>x = 4</math>, <math>f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 3</math>;            Se <math>x = 1</math>, <math>f(1) = 0</math>;            Se <math>x = 3</math>, <math>f(3) = 0</math>.</p>
<p>A partir da inspeção utilizada em (4), constata-se que:</p> <p><math>f(x) &gt; 0</math>, se <math>x &lt; 1</math>;  <math>f(x) &lt; 0</math>, se <math>1 &lt; x &lt; 3</math>  <math>f(x) &gt; 0</math>, se <math>x &gt; 3</math></p>	 <p>A sign chart on a number line from 0 to 4. Vertical dashed lines are at <math>x=1</math> and <math>x=3</math>, labeled <math>f(x)=0</math>. The regions are: <math>x &lt; 1</math>: <math>f(x) &gt; 0</math> (marked with '+'); <math>1 &lt; x &lt; 3</math>: <math>f(x) &lt; 0</math> (marked with '-'); <math>x &gt; 3</math>: <math>f(x) &gt; 0</math> (marked with '+').</p>
<p>Conclui-se que os valores da função são positivos para quando <math>x &lt; 1</math> ou <math>x &gt; 3</math>. Analogamente, pode-se afirmar que o conjunto solução para a inequação inicial se refere ao intervalo, que pode ser escrito em notação algébrica de conjuntos, em que os valores de x tornam <math>f(x)</math> positiva.</p>	$S = \{x \in \mathbb{R}; x < 1\} \cup \{x \in \mathbb{R}; x > 3\}$

De certo modo, entende-se que a utilização dos procedimentos e representações mencionadas destacariam potencialidades para uma visão didático-explicativa e que, conforme o contexto considerado, estaria de acordo com os pressupostos dos objetos matemáticos ali utilizados. Não só, tais procedimentos poderiam ser tomados como

objetos iniciais para contextualizar um cenário mais complexo, como o estudo da reta real e das noções de continuidade, que se mostra como conhecimento necessário para o estudo de funções, com base em Dante (2013). Nesse intuito, a abordagem e relação desses conhecimentos poderia atribuir tratamentos ao conhecimento comum do conteúdo, por ser um referente que, conforme indicado, é necessário estar em domínio conceitual por parte dos professores de Matemática para ensinarem no Ensino Médio. Ainda, possibilitaria potencializar as relações e situações-problema que refletem no processo de ensino utilizado e as relações com objetos matemáticos, fazendo emergir questionamentos e autorreflexões sobre o que está sendo tratado, elencando, assim, um caminho de conhecimento ampliado do conteúdo (Godino, et al., 2017; Napar, 2018).

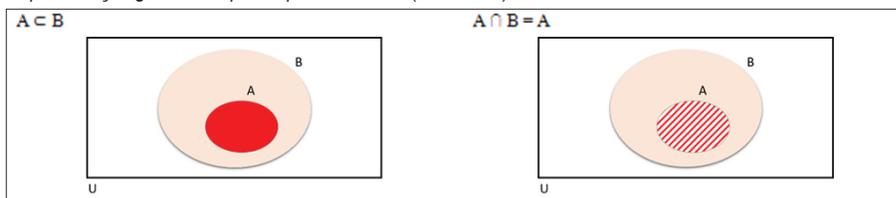
### Das linguagens, argumentos e relações

A análise permitiu perceber que a seção de Ávila (2006) sobre conjuntos possui uma variada quantidade de problemas (ou exercícios, seguindo como são denominados no livro) que requerem e exigem de quem os resolve o trato com demonstrações e provas matemáticas. Além disso, em todas as atividades são solicitadas a utilização de argumentos de prova que, potencialmente, podem perpassar formas de representação e resolução algébrica, aritmética, geométrica e linguagem natural. Destacam-se, ainda, que as diversas conversões de linguagem que se apresentam são solicitadas por meio da resolução de problemas, principalmente aqueles que requerem domínio em linguagem natural e geométrica.

Como exemplo a menção que está sendo apontada, destaca-se: “Prove que  $A \subset B \leftrightarrow A \cap B = A$ . Faça um diagrama ilustrativo” (Ávila, 2006, p. 32).

Para resolver a tarefa, considera-se um diagrama um ilustrativo, tal como é ilustrado na Figura 1. Na primeira coluna, é apresentada uma representação geométrica para o primeiro membro da dupla implicação e na segunda coluna para o segundo membro dessa. Em ambos os casos, A e B são conjuntos relacionados por uma operação (contido e interseção, respectivamente) e U se refere ao conjunto universo.

**Figura 1**  
Representação geométrica para a prova indicada (os autores)



Com referência à notação algébrica, é dada a informação de que o conjunto A (preenchido pela representação de menor dimensão na primeira coluna) está contido em

B, presumindo-se que os mesmos sejam diferentes (não há necessidade de se verificar quando A é igual a B, já que a hipótese é de que “A está contido em B” e não “A está contido ou é igual a B”). Tão logo, a representação denota uma informação visual em que A é um conjunto que está no interior do conjunto B e, sendo assim, todo elemento “x” pertencente a A pertence, também, a B. Além disso, verifica-se, com base no segundo membro da dupla implicação (coluna de número dois) que, considerando os mesmos conjuntos, a representação da interseção entre A e B (região hachurada) se refere a totalidade da representação do conjunto A. Nesse caso, constata-se que todo elemento “x” pertencente a A é elemento comum pertencente a B e, portanto, a interseção é o próprio conjunto A.

Com base na representação utilizada e na argumentação tecida, garante-se que a sentença de dupla implicação é válida e verdadeira para o referido caso.

Entende-se que “[...] questões como essa possibilitem ao professor de Matemática articular potenciais e diferentes representações que envolvam provas matemáticas, as quais podem ser úteis na prática, enquanto conhecimento comum do conteúdo” (Napar, 2018, p. 133). Exigem, nesse sentido, que o professor pense, estude e organize o conjunto de linguagens e argumentos que possui em prol de encontrar uma resolução e solução para o referido problema. Outrossim, indicam um caráter de generalização, apresentando uma condição que não é resolvida por um algoritmo de caso particular, mas por um sequenciamento que requer argumentação e, por vezes, diferentes representações que podem ser construídas a partir de diferentes linguagens (Napar, 2018).

Nesse contexto, é requerido que o professor de Matemática tenha contato com um aprofundamento teórico que esteja em nível de rigor matemático adequado, abrangendo diferentes perspectivas matemáticas que o levem a desenvolver habilidades para refletir sobre os objetos matemáticos que ensina, sabendo analisar as justificativas matemáticas que esse solicitará e apresentará aos seus educandos, associando-se a noção de conhecimento ampliado do conteúdo.

### **Das regras e das relações**

As definições e procedimentos adotados na seção do livro de Ávila (2006) se mostram de forma clara e precisa, destacando as propriedades ao nível educativo dirigido. Além disso, em um primeiro momento, são apresentados conhecimentos elementares pertinentes, como: Teoria de Conjuntos, notação de conjuntos, relações de pertinência e inclusão, definição de conjuntos e definição entre operações união e intersecção.

Ao apresentar as propriedades das operações entre conjuntos, são destacadas igualdades que são indicadas como válidas e verdadeiras, mas ficam a cargo do leitor em prová-las matematicamente. Na Figura 2 as mesmas são indicadas.

**Figura 2**

*Propriedades gerais da noções de conjuntos, conforme Ávila (2006) (Ávila, 2006, p. 30)*

Propriedades gerais

Daremos a seguir uma série de igualdades entre conjuntos, as quais são demonstradas provando, em cada caso, que o primeiro membro está contido no segundo e que o segundo está contido no primeiro:

$$A \cup B = B \cup A; A \cap B = B \cap A; A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C;$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C; A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

As chamadas leis de Morgan, no caso de dois conjuntos  $A$  e  $B$ , afirmam que:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c;$$
$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c.$$

Ou seja, o complementar da união é a intersecção dos complementares e o complementar da intersecção é a união dos complementares.

Considera-se, com base em Dante (2013), que os conceitos e propriedades apresentadas na Figura 2 se relacionam diretamente a ideias do livro de Ensino Médio, pois verifica-se que ambos os livros, de Análise Matemática e Ensino Médio, destacam as mesmas características quanto as propriedades de conjuntos. Sendo assim, é possível perceber que há uma relação entre os dois contextos, inferindo em uma possibilidade de conexão direta. Outrossim, como destacado ao longo destas análises, percebeu-se que o livro de Análise, além de declarar as propriedades, solicita que o leitor/professor as demonstre, considerando justificativas matemáticas que mostrem que as mesmas são, de fato, válidas. Tal visão, denota a preocupação de que não haja somente o conhecimento sobre quais são as proposições, teoremas e propriedades, mas que, também, o leitor/professor movimente esforços para conduzir argumentos que as justifique e as demonstre.

Nesse contexto, destaca-se que o conhecimento matemático envolvido nessas regras possibilita dispor de uma visão que pode referenciar, enquanto conteúdo, o conhecimento envolvido no contexto da sala de aula do Ensino Médio (conhecimento comum do conteúdo). Ainda, relaciona-se com os objetos que são apresentados no referido nível de ensino, corroborando para uma atividade matemática em que os professores relacionem os conhecimentos desenvolvidos ao longo da Análise Matemática com as suas práticas matemáticas voltadas para o ensino (conhecimento ampliado do conteúdo).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na investigação realizada, as análises permitiram perceber que existem relações e articulações da Análise Matemática e do Ensino Médio que podem ser feitas com objetos matemáticos (Noções de Conjuntos) e que, ainda, dependendo da forma com o qual são conduzidas, podem apresentar elementos que discutem não só o conhecimento produzido como referência matemática, mas também seus entrelaçamentos com as práticas

docentes. Notou-se que os elementos relacionados a estruturas e noções de conjuntos, principalmente, no que se refere as situações-problema e operações com conjuntos, são elementos necessários para serem de domínio conceitual por parte dos professores de Matemática, pois entende-se que esses devam ser capazes de apresentar aos seus educandos uma visão da Matemática que não seja reduzida a verdades assumidas como únicas, mas como ideias que podem ser mostradas, argumentadas, discutidas, justificadas e construídas em conjunto.

As análises indicaram, ainda, o entendimento de que professores de Matemática conheçam a necessidade de utilizarem provas e demonstrações matemáticas no Ensino Médio, articulando-as com diferentes objetos matemáticos, variação entre linguagens (natural, algébrica e geométrica) e mediação lógica. Por um lado, as provas e demonstrações conduzidas na Análise Matemática mostram a necessidade de que o educador interprete e execute, principalmente, justificativas em linguagem natural. Por outro, há a necessidade de que esse conheça conversões para essa ou dessa linguagem, o que vai possibilitar não só melhor significar e se apropriar do que está sendo estudado, mas também irá ampliar o seu repertório de abordagens aos diferentes temas que são propostos no Ensino Médio.

Há o entendimento de que as relações apontadas nas análises indicam importantes movimentos de articulação para o conhecimento ampliado e comum do conteúdo matemático, o que estaria ofertando, assim, possibilidades para uma base sólida de conhecimentos para professores de Matemática. Ainda, que essas relações vão além de um respaldo matemático para significação da importância de se estudar esses objetos da Análise Matemática, mas, também, configuram um fundo didático que constitui Conhecimentos Didático-Matemáticos para reflexões da prática matemática e do próprio entendimento dos conhecimentos e competências matemáticas necessárias ao professor para ensinar.

Entende-se, baseando-se no Enfoque Ontossemiótico, que professores de Matemática precisam desenvolver adequadamente seu conhecimento especializado sobre o conteúdo Matemático: conhecimento comum do conteúdo (conhecimento mínimo para ensinar Matemática no nível em que o professor atua) e conhecimento ampliado do conteúdo (conhecimento relacionado a níveis posteriores ou a outros contextos, como é o caso do conhecimento sobre a Análise Matemática). Dando destaque ao conhecimento ampliado, que se relaciona intimamente com o que está sendo discutido neste artigo, considera-se que a Análise é constituída de elementos matemáticos de alto rigor, desenvolvendo tópicos com demonstrações, provas e justificativas matemáticas que se entende serem necessárias para que o professor conheça a visão na qual a essência do conhecimento matemático se mostra. Assim como o professor necessita dominar e conhecer a Matemática para ensinar no nível educativo que leciona, entende-se que esse também precisa conhecer as estruturas mais complexas do conhecimento para compreender a natureza dos objetos matemáticos e, conseqüentemente, deter conhecimento ampliado em relação ao que precisa ensinar. Entretanto, ao se tratar de uma Análise voltada para cursos de Licenciatura, considera-se

a necessidade de que os pressupostos trabalhados com os acadêmicos estejam aliados às questões da prática docente e ao contexto da sala de aula em que o professor terá de ensinar. Esse entendimento se dá pela razão de que o foco principal da Licenciatura está em formar professores para atuarem na educação básica e, assim, torna-se primordial que sejam feitas aproximações sobre aquilo que esse aprende na academia e o que ele ensina em seu cenário profissional.

Com base no contexto mencionado, defende-se como importante que o ensino de Análise incorpore elementos da prática do professor de Matemática que atua na educação básica, apresentando um olhar sobre a lógica, a justificativa, a formalização, a arguição na constituição de objetos e ideias matemáticas. Esses elementos estariam corroborando, assim, para o ato de pensar, ensinar e aprender Matemática, possibilitando que os professores em formação tenham contato com a contextualização desses conhecimentos, qualificando suas futuras práticas docentes. Entende-se, ainda, que não se trata de reduzir o nível de conhecimento que é abordado na Análise, mas sim de elencar as possibilidades das relações que essa tem com o contexto de atuação dos professores, possibilitando maior desenvolvimento de suas competências com seu conhecimento ampliado do conteúdo.

Por fim, destaca-se que nem sempre as relações dos conhecimentos matemáticos existentes entre a Análise Matemática e o Ensino Médio são triviais. Entretanto, destaca-se a necessidade de propostas, como a que se conduziu aqui, que estejam na convergência e relação entre a apresentação de uma matemática a rigor (que não se entende como dispensável na formação do professor de Matemática) e a elementos formativos necessários para a prática docente. Com isso, no âmbito de cursos de Licenciatura em Matemática, percebe-se a importância de um ensino de Análise que esteja articulado à visão de formar professores para atuarem na educação básica e, assim, é importante pensar e repensar nos moldes como são concebidos os conhecimentos ali empregados, tendo em vista a ação profissional desses educadores que ensinam Matemática.

## **AGRADECIMENTOS**

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## **DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÕES**

P.C.P.N e C.T.K conceberam a ideia deste artigo. O primeiro autor coletou e verificou os dados apresentados. Ambos os autores discutiram e colaboraram na estrutura das análises e da formulação final deste artigo.

## DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os autores concordam em disponibilizar seus dados mediante solicitação razoável de um leitor, sendo esses disponibilizados pelo correspondente P.C.P.N.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ávila, G. S. S. (2006). *Análise Matemática para Licenciatura*. Edgard Blucher.
- Batarce, M. S. (2013). *Um contexto histórico para Análise Matemática para uma Educação Matemática* [Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP]. Repositório Internacional UNESP.
- Bolognezi, R. A. L. (2006). *A disciplina de Análise Matemática na formação de professores de Matemática para o Ensino Médio*. [Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Educação – PUCPR]. Biblioteca PUC-PR.
- Dante, L. R. (2013). *Matemática: Contexto e Aplicações*. Ática.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13–31. [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/20/Union\\_020\\_007.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/20/Union_020_007.pdf).
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In: *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. (111-132). Costa Rica. Costa Rica. UCR. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720/13965>
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae*, 10(2), 7-37. <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/62>.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema*, 90–113. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Moreira, P. C., Cury, H. N., Vianna, C. R. (2005). Por que análise real na licenciatura?. *ZETETIKÉ*. [https://www.researchgate.net/publication/228618120\\_Por\\_que\\_analise\\_real\\_na\\_licenciatura](https://www.researchgate.net/publication/228618120_Por_que_analise_real_na_licenciatura)
- Ministério da Educação. (2001). *Parecer nº 1.302, de 6 de novembro de 2001*. <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>.
- Napar, P. C. P. & Kaiber, C. T. (2018). Contribuições da Análise Matemática no desenvolvimento de conhecimentos do professor de Matemática para a atuação no Ensino Médio. In: *XIII Encontro Gaúcho de Educação Matemática*. (746-756). Santa Maria, RS/Brasil. <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/index.html>.
- Napar, P. C. P. (2018). *A Análise Matemática na constituição de conhecimentos para a atuação do professor de Matemática no Ensino Médio: Uma análise na perspectiva epistêmica do Enfoque Ontosemiótico* [Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – ULBRA]. Teses e Dissertações PPGECIM.

Otero-Garcia, S., Baroni, R. L. S. & Martines, P. T. (2015). Uma trajetória da disciplina de Análise e o seu papel para a formação do professor de Matemática. *Educação Matemática e Pesquisa*, 15(3), 692-717. <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/16756/pdf>.

Pino-Fan, L. R. & Godino, J. D. (2015). Perspectiva Ampliada Del Conocimiento Didáctico-Matemático Del Profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109. <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/552/549>.

Reis, F. S. (2001). *A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise : a visão de professores-pesquisadores e autores de Livros Didáticos* [Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Educação – UNICAMP] Repositório da Produção Científica e Intelectual da UNICAMP.