ISSN: 2178-7727
DOI: 10.17648/acta.scientiae.6183

Características de Problemas Matemáticos Formulados por Professores

Neila Tonin Agranionih[a]
Alina Galvão Spinillo[b]
Sintria Labres Lautert[b]

[a] Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino, Curitiba, PR, Brasil.
[b] Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Recife, PE, Brasil

Recebido para publicação 12 out. 2020. Aceito, após revisão, 11 nov. 2020
Editor designado: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMO

Contexto: No campo das ciências formular problemas é considerado tão importante quanto resolver problemas, entretanto, a formulação de problemas tem sido um tema pouco explorado nas atividades escolares. **Objetivo:** Examinar características de problemas matemáticos formulados por professores do Ensino Fundamental, analisando aspectos relativos à construção do enunciado e aos tipos de problemas elaborados. **Design:** Pesquisa descritiva, qualitativa. **Ambiente e participantes:** Oitenta e sete professoras (45 lecionavam no 1º e 2º anos e 42 no 3º, 4º e 5º anos de escolas municipais de Curitiba) que, de forma voluntária, participaram da pesquisa. As professoras participavam de um curso de formação de professores promovidos pela Secretaria Municipal de Educação de Curitiba. **Coleta e análise de dados:** As professoras foram solicitadas a formular um problema matemático para cada operação: adição, subtração, multiplicação e divisão. Foram analisadas a natureza das quantidades envolvidas, a presença das informações necessárias, o número de passos requeridos para a resolução e os tipos de problemas a partir da Teoria dos Campos Conceituais. **Resultados:** Os problemas apresentavam linguagem sem ambiguidades, informações necessárias para a resolução, uma única operação, quantidades discretas e poucos desafios para a resolução. Os problemas de adição e subtração envolviam situações de composição e transformação, os de multiplicação de proporção simples e os de divisão situações de partição. **Conclusões:** Os resultados sugerem a necessidade de promover processos de formação docente que permitam maior compreensão sobre propriedades do conceito envolvido nos problemas a serem formulados e procedimentos de resolução a serem adotados.

Palavras-chave: Formulação de problemas; Problemas matemáticos; Características de problemas; Tipos de problemas; Construção de enunciados.

Autor correspondente: Neila Tonin Agranionih. Email: ntagranionih@gmail.com

Characteristics of Mathematical Problems Posed by Teachers

ABSTRACT

Background: In science, posing problems is considered as important as solving them, however, school has explored little this type of activity. **Objective:** To examine the features of mathematical problems posed by elementary school teachers, analysing aspects related to the statement of the problems and the types of problems formulated. **Design:** Descriptive, qualitative research. **Setting and participants:** Eighty-seven teachers (45 teaching 1st and 2nd grades, and 42 teaching 3rd, 4th, and 5th grades of elementary school) attending a teacher education course promoted by the Municipal Secretary of Education of Curitiba. **Data collection and analysis:** The teachers were asked to formulate four problems involving addition, subtraction, multiplication, and division. The types of the quantities involved, the necessary information, the number of steps required for solving the problems, and the types of problems from the theory of conceptual fields were analysed. **Results:** The problems presented a clear language, sufficient information, required a single operation for their solution, involved discrete quantities, and presented few challenges. The problems of addition and subtraction involved situations of composition and transformation, those of multiplication were of simple proportion, and those of division were of partitive problems. **Conclusions:** The results suggest that the teachers have a limited conception about the formulation of problems, emphasising the need to promote teacher training courses that develop a greater understanding of the properties of the mathematical concept involved in the problems to be formulated and about resolution procedures to be adopted

Key words: Problem posing; Mathematical problems; Teachers; Problem characteristics; Problem types.

INTRODUÇÃO

A formulação de problemas é tema antigo no campo das ciências. Singer, Ellerton e Cai (2013) comentam que Eistein e Infeld em 1938 já afirmavam que a formulação de um problema pode ser mais essencial do que sua resolução, por se tratar de um processo que possibilita levantar novas questões, novas alternativas, encarar velhos problemas sob um novo ângulo, marcando avanços reais na ciência. De forma semelhante, no campo educacional, formular problemas é considerado tão importante quanto a capacidade de resolvê-los, sendo ressaltado seu valor didático para a aprendizagem de conceitos matemáticos e de estratégias de resolução de problemas, assim como propicia o desenvolvimento do raciocínio lógico (Kilpatrick, 1987; Bonotto, 2013; Singer, Ellerton, & Cai, 2013) e estimula a criatividade, a motivação e a autonomia dos estudantes frente à aprendizagem de maneira geral (Bonotto, 2013; Brown & Walter, 2005; Sengul & Katranci, 2014). Este tema tem interessado estudiosos no campo da Educação Matemática e da Psicologia (Polya, 1995; Freudenthal, 1973; Silver, 1994; Stoyanova & Ellerton, 1996; Singer, Ellerton, & Cai, 2013; Spinillo, Lautert, Borba; Santos, & Silva*,* 2017).

Formular problemas, de acordo com Silver (1994), se refere tanto à geração de novos problemas quanto à reformulação de problemas que já foram solucionados. O autor comenta acerca das diferentes facetas da formulação de problemas: (i) uma instância associada à criatividade e a habilidades matemáticas excepcionais; (ii) uma atividade típica dos matemáticos; (iii) um método de ensino de conceitos matemáticos e de resolução de problemas; e (iv) um meio de motivar e criar uma atitude positiva dos estudantes frente à Matemática.

A importância da atividade de formular problemas é reconhecida em políticas públicas, estando presente em propostas curriculares de diversos países como Estados Unidos, China, Itália e Coreia. No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (Brasil, 1997) recomendavam a formulação de problemas no ensino de operações com números naturais e racionais no Ensino Fundamental, juntamente com a análise, interpretação e resolução de situações-problema. Nos PCN do Ensino Médio, esta atividade era mencionada como uma competência a ser desenvolvida, sugerindo a elaboração de questões a partir da identificação de um problema e compreensão de seu enunciado pelos estudantes (Brasil, 2000).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017, p. 471) reitera essas recomendações, ao indicar que no Ensino Fundamental o ensino de Matemática deve centrar-se "na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos". No Ensino Médio, a BNCC recomenda que a formulação de problemas seja considerada uma ferramenta para a aprendizagem da Matemática, acrescentando que: "No caso da resolução e formulação de problemas, é importante contemplar contextos diversos (relativos tanto à própria Matemática, incluindo os oriundos do desenvolvimento tecnológico, como às outras áreas do conhecimento)" (Brasil, 2018, p. 535). A despeito dessas recomendações, formular problemas ainda é uma prática pouco frequente em sala de aula e assunto raramente tratado na formação de professores, como comenta Gonzales (1994).

Ressalta-se que os comentários até então tecidos versam sobre a realização desta atividade por parte dos alunos. Contudo, há outro aspecto igualmente relevante que é a formulação de problemas por parte dos professores, como discutido adiante.

Pesquisas com alunos versam sobre experiências conduzidas no contexto de sala de aula e em situações mais controladas de investigação (Altoé & Freitas, 2019; Chica, 2001; English, 1997; Lowrie, 2002; Medeiros & Santos, 2007; Zunino, 1995). Além de fornecerem exemplos de atividades didáticas, esses estudos revelam que: (i) formular problemas é atividade pouco familiar, sobretudo para alunos em anos iniciais do Ensino Fundamental; e (ii) os alunos tendem a reproduzir problemas simples e muito semelhantes àqueles presentes nos livros didáticos. Contudo, ao dominarem esta atividade e se familiarizarem com a linguagem matemática dos enunciados, eles passam a elaborar problemas mais complexos e mais apropriados.

Muitas das pesquisas com professores e futuros professores são estudos de intervenção que buscam desenvolver nos participantes a capacidade de formular problemas e a compreensão de conceitos matemáticos, enquanto outras analisam as caracteristicas dos problemas elaborados. A presente pesquisa se insere neste segundo grupo de investigações, dando continuidade e ampliando estudo anterior acerca da formulação de problemas de estrutura multiplicativa por professores do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental (Spinillo *et al*., 2017).

PESQUISAS DE INTERVENÇÃO COM PROFESSORES

Lavy e Shriki (2007) investigaram o impacto de uma intervenção voltada para a formulação de problemas sobre os conhecimentos matemáticos e habilidades de resolução de problemas de futuros professores. A intervenção se baseava em uma estratégia de ensino denominada "*What if not?*" (WIN) proposta originalmente por Brown e Walter (1993) que consistia em uma sequência didática que envolvia a resolução do problema, análise de suas características, formulação de um novo problema e sua resolução. Apesar do avanço quanto aos conhecimentos matemáticos dos participantes, não foi observado o mesmo progresso em relação à capacidade de resolução de problemas.

Crespo (2003) solicitou que futuros professores propusessem atividades de formulação de problemas nas salas de aula em que realizavam estágios. Os dados mostraram que no início da experiência didática, os participantes tendiam a elaborar problemas que deveriam ser resolvidos individualmente por seus alunos e que requeriam para sua resolução apenas uma simples computação numérica. Ao final da experiência, a dinâmica adotada passou a se caracterizar por ser colaborativa e por promover discussões entre os alunos, sendo mais efetiva que a dinâmica individualizada inicialmente proposta.

Pelczer, Singer e Voica (2014) analisaram o efeito de um programa de formação de professores na capacidade de formularem e resolverem problemas de múltipla escolha. A intervenção consistia na formulação, análise e discussão acerca de problemas de múltipla escolha apropriados, sobretudo quanto à elaboração das alternativas que envolvessem distratores pertinentes a um determinado conceito. As atividades realizadas ao longo da intervenção foram postadas em uma plataforma *e-learning* e analisadas pelos pesquisadores. Os resultados revelaram que a principal dificuldade dos participantes foi em elaborar as alternativas de modo a adequá-las às possíveis interpretações dos alunos. Contudo, observou-se um avanço quanto à capacidade de analisar problemas matemáticos e de focalizar os aspectos essenciais para sua formulação.

Há pesquisadores, como Elwan e Sultan (2016), para quem a formulação é parte da resolução de problemas e por isso essas atividades não deveriam ser tratadas separadamente. A partir desta premissa, o autor investigou se o desenvolvimento da habilidade de formular problemas teria um impacto positivo na resolução de problemas. Para isso, dois grupos de participantes foram comparados: futuros professores que foram ensinados a usar estratégias para formulação de problemas e outro que não tiveram esta experiência. O principal resultado foi que as habilidades de formulação de problemas promoveram um melhor desempenho na resolução de problemas.

De modo geral, programas de intervenção e as experiências com a formulação de problemas parecem ampliar o conhecimento matemático do professor ou do futuro professor, assim como sua capacidade de formular e resolver problemas. A ideia subjacente nesses estudos é que isso repercutiria na promoção de atividades didáticas mais proveitosas que facilitariam a aprendizagem dos alunos desses professores.

PESQUISAS SOBRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO DE PROFESSORES E AS CARACTERÍSTICAS DOS PROBLEMAS QUE FORMULAM

Mais frequentes que estudos de intervenção são as pesquisas que analisam a capacidade dos professores e futuros professores em formular problemas e as características desses problemas. Os resultados dessas investigações trazem informações importantes acerca das possibilidades e das dificuldades que eles apresentam ao realizar essa atividade.

Um exemplo, é a pesquisa realizada por Leung e Silver (1997) em que o teste TAPP (*Test of Arithmetic Problem Posing*) foi administrado a futuros professores do Ensino Fundamental em duas versões: uma com e outra sem informações numéricas. Os dados revelaram que os participantes tinham um melhor desempenho na versão quantitativa do que na versão qualitativa do teste. Observou-se, também, que embora a maioria dos problemas formulados apresentasse as informações necessárias e envolvesse múltiplos passos para sua resolução (sendo considerados problemas complexos), quase um terço dos problemas não continham todas as informações necessárias para que pudessem ser solucionados ou eram problemas simples que requeriam uma única operação para sua resolução.

Şengül e Katranci (2014) solicitaram que futuros professores realizassem três tarefas: (i) formular problemas a partir de um problema apresentado que versava sobre os conceitos de razão e proporção; (ii) descrever o processo de formulação, relatando as dificuldades enfrentadas; e (iii) sugerir estratégias de resolução que auxiliassem a superar as dificuldades identificadas. Os problemas formulados eram claros, adequados aos princípios relativos aos conceitos envolvidos, sendo possíveis de serem solucionados, apesar de serem problemas simples. As dificuldades encontradas residiam em decidir acerca da expressão numérica apropriada, elaborar um problema diferente do modelo apresentado, associar o problema ao nível de conhecimento dos alunos para os quais os problemas se destinavam e relacionar os problemas à vida cotidiana. Para superar essas dificuldades, as principais sugestões apresentadas foram:

solucionar o problema formulado antes de elaborar sua última versão, analisar as características dos problemas que serviam de modelo e obter experiência em resolução de problemas.

A formulação de problemas de divisão inexata foi objeto de uma pesquisa conduzida por Ribeiro e Amaral (2015) com futuros professores que consistia em três tarefas: (i) resolver operações de divisão inexata; (ii) formular e resolver um problema que poderia ser solucionado por meio de tais operações, indicando a que nível de ensino o problema se destinaria; e (iii) analisar um conjunto de procedimentos de resolução adotados por alunos ao realizarem problemas de divisão inexata. Devido ao foco do presente estudo, apenas os dados referentes às duas primeiras tarefas são considerados. Observou-se que a maioria das respostas corretas para a operação de divisão não garantia a formulação de um problema apropriado, pois em muitos problemas era comum o enunciado não conter informações suficientes que permitissem sua resolução. A conclusão foi que os professores, apesar de dominarem a divisão inexata, tinham dificuldades em elaborar problemas que envolvessem esse conceito.

Além de futuros professores, professores que já atuam no Ensino Fundamental e no Ensino Médio também têm sido investigados, como ilustram os estudos a seguir.

Por meio da formulação de problemas, Cunha (2015) examinou o conhecimento de professores do Ensino Médio referente ao raciocínio combinatório. Os participantes foram solicitados a: (i) elaborar problemas de combinação, permutação, arranjo e produto cartesiano; (ii) identificar semelhanças e diferenças entre eles; e (iii) formular problemas a partir dos invariantes relativos a cada tipo de problema. Nem todos os problemas elaborados eram de combinatória. Dentre aqueles que eram, o enunciado continha equívocos, especialmente em relação aos problemas de produto cartesiano. Os participantes também demonstraram dificuldade em diferenciar os tipos de problemas de combinatória. A principal conclusão foi que apesar da experiência docente, os participantes apresentavam um conhecimento limitado quanto às propriedades que caracterizam cada tipo de problema combinatório.

Souza e Magina (2017) solicitaram que professores do Ensino Fundamental formulassem problemas de multiplicação e de divisão. Observou-se que a maioria deles apresentava as seguintes características: os números do enunciado estavam associados a quantidades discretas, eram de multiplicação e aqueles que eram de divisão eram do tipo partição. De modo geral, a autora aponta para a pouca variabilidade dos problemas formulados pelos professores.

Spinillo *et al.* (2017) investigaram como professores do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental elaboravam problemas inseridos no campo conceitual das estruturas multiplicativas. Semelhante a Souza e Magina (2017), os autores solicitaram aos participantes que elaborassem problemas cuja solução envolvesse a multiplicação e a divisão. Os resultados mostraram que os professores, apesar de formularem problemas de multiplicação e de divisão de forma adequada, apresentam uma visão limitada, pois os problemas eram simples, requerendo apenas um passo para sua resolução, e pouco variados, se caracterizando como problemas de proporção simples (operação de multiplicação) e de partição (operação de divisão). Outras situações próprias do campo multiplicativo, tais como as de proporção múltipla e produtos de medidas, não foram identificadas nos problemas elaborados. Um dado relevante foi que o ano escolar em que os participantes lecionavam não influenciou as características dos problemas. Os autores atribuem esta concepção limitada a possíveis lacunas nos cursos de formação de professores e à alta frequência que problemas de proporção simples nos livros didáticos e nas orientações curriculares voltadas para os anos iniciais. Isso parece gerar uma representação prototípica dos problemas de multiplicação e de divisão que é bastante simplista.

Lee, Capraro e Capraro (2018) investigaram os conhecimentos em relação ao conteúdo e ao conhecimento pedagógico necessários para a atividade docente em quatro professores de Matemática por meio da formulação de problemas. Foram realizadas entrevistas e aplicada duas situações: uma em que os participantes eram solicitados a criar um problema a partir de uma história e outra relativa a um problema matemático que tinha que ser reformulado. Os resultados revelaram que os participantes estavam cientes da importância da formulação de problemas e sabiam a diferença entre criar e reformular um problema, e que consideravam a reformulação como sendo uma atividade mais fácil do que a formulação. Foi identificada uma discrepância entre o conhecimento que apresentavam sobre formulação de problemas (revelado na entrevista) e os problemas efetivamente elaborados, evidenciando pouca articulação entre conhecimento e prática docente. Os professores relataram dificuldades em incorporar a formulação de problemas em suas aulas devido ao pouco tempo disponível e por não estarem familiarizados com esta atividade.

De modo geral, os resultados desses estudos indicam que os professores encontram dificuldades para criar problemas apropriados, diversificados e desafiadores para quem os solucionam; assim como encontram dificuldades práticas para introduzir a formulação de problemas na sala de aula. As discussões acerca desses resultados apontam para a pouca familiaridade que professores e futuros professores têm com esta atividade, visto que este tema é pouco tratado em cursos de formação inicial e continuada.

Diante deste cenário e da relevância do tema para a Educação Matemática, a presente pesquisa tem por objetivo examinar as características de problemas matemáticos formulados por professores do Ensino Fundamental, analisando aspectos relativos à construção do enunciado e a natureza dos tipos de problemas elaborados. A investigação dá continuidade e aprofundamento a um estudo anterior acerca deste mesmo tema que versava sobre problemas de multiplicação e divisão (Spinillo *et al.*, 2017), bem como amplia as análises realizadas por incluir a formulação de problemas de adição e de subtração. Por envolver os campos conceituais aditivo e multiplicativo, o estudo busca investigar se as características dos problemas elaborados variariam em função do fato de o professor lecionar em anos escolares iniciais, em que a ênfase recai sobre o ensino de conceitos aditivos, e de o professor lecionar em anos escolares mais avançados, em que a ênfase recai sobre o ensino de conceitos multiplicativos.

MÉTODO

Participantes

Oitenta e sete professoras[1] que atuam no Ensino Fundamental de escolas da Rede Municipal de Ensino de cidade, estado, divididos em dois grupos: Grupo 1 (G1) formado por 45 professores que lecionam no 1º e 2º anos

[1] Os dados aqui apresentados e discutidos foram coletados com o devido consentimento dos professores por assinatura de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e com autorização da instituição envolvida, não sendo responsabilidade da Acta Scientiae quaisquer consequências e/ou danos resultantes aos participantes da pesquisa que originou o trabalho. O fato de serem participantes do sexo feminino decorreu da disponibilidade das instituições e das pessoas que se voluntariaram para participar da pesquisa.

e Grupo 2 (G2), formado por 42 professores que lecionam nos 3º, 4º e 5º anos. Considerando os objetivos do presente estudo, os grupos foram assim constituídos uma vez que nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental há uma ênfase maior no ensino de conceitos aditivos, enquanto do terceiro ano em diante a ênfase recai sobre o ensino de conceitos multiplicativos.

Material e Procedimento

Todas as professoras foram solicitadas a formular, individualmente e por escrito, quatro problemas matemáticos, em uma aplicação coletiva a partir da seguinte instrução: "Elabore um problema matemático de adição, um de subtração, um de multiplicação e um de divisão". A ordem de formulação dos problemas era livre, assim como o tempo alocado para a realização da tarefa que foi aplicada em uma única sessão.

O material utilizado consistia em lápis, borracha, caneta e folhas de papel ofício em que estava impressa a instrução acima mencionada. Abaixo dessa instrução havia espaço em branco suficiente para a escrita de cada um dos quatro problemas.

RESULTADOS

Inicialmente foram analisadas as características do enunciado dos problemas, considerando-se os seguintes aspectos: clareza, presença das informações necessárias para sua resolução, natureza das quantidades envolvidas e número de passos requeridos para a resolução. Em seguida foram analisadas questões de natureza conceitual relativas aos tipos de problemas formulados. Em ambas as análises foram realizadas comparações entre os grupos de participantes e comparações entre as operações que haviam sido solicitadas para a elaboração dos problemas.

Características do enunciado dos problemas

Um total de 347 enunciados foram formulados pelos professores, dos quais 95,7% eram problemas verbais, 2,9 % eram descrições de procedimentos didáticos que poderiam ser adotados em sala de aula e 1,4% eram exercícios[2] , como exemplificado a seguir[3]:

> **Exemplo 1 (problema verbal)**: A escola foi convidada para uma visita ao museu. Participarão o 2º A com 22 estudantes e o 2º B com 25 estudantes. Quantos estudantes irão participar da visita? (operação solicitada: adição)
>
> **Exemplo 2 (procedimento didático)**: Construção de conjuntos através de materiais manipulativos para entender a tabuada. Construção da tabuada através de conjunto de materiais manipulativos. (operação solicitada: multiplicação)
>
> **Exemplo 3 (exercício)**: Resolva as adições e a cada acerto ganhe uma peça do quebra-cabeça. (operação solicitada: adição)
>
> 3+2 5+4
>
> 0+3 8+2

Como mostra a Tabela 1, a grande maioria dos enunciados formulados pelos professores em ambos os grupos eram problemas verbais, sendo isso observado em relação a cada uma das operações solicitadas.

Tabela. 1

Número e percentual (entre parênteses) de enunciados em cada grupo e em cada operação.

	GRUPO 1			
Enunciado	**Operação solicitada**			
	Adição (n=45)	**Subtração** (n=45)	**Multiplicação** (n=45)	**Divisão** (n=45)

[2] Consultar Dante (2009) acerca da distinção entre problema e exercício matemático.
[3] Na apresentação dos exemplos foi mantida a escrita dos participantes.

Problema verbal	**42** (93,3)	**43** (95,5)	**41** (91,1)	**41** (91,1)
Procedimento didático	**2** (4,4)	**1** (2,2)	**2** (4,4)	**3** (6,6)
Exercício	**1** (2,2)	**1** (2,2)	**1** (2,2)	**1** (2,2)

	GRUPO 2			
Enunciado	**Operação solicitada**			
	Adição (n=42)	**Subtração** (n=42)	**Multiplicação** (n=42)	**Divisão** (n=42)
Problema verbal	**39** (92,8)	**42** (100)	**42** (100)	**42** (100)
Procedimento didático	**2** (4,8)	**0** (0)	**0** (0)	**0** (0)
Exercício	**1** (2,4)	**0** (0)	**0** (0)	**0** (0)

Nota: Grupo 1: professoras do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental; Grupo 2: professoras do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

Dos 321 problemas formulados, 96,7% atendiam às operações solicitadas, enquanto apenas 3,3% deles equivocadamente envolviam o uso de operação diferente daquela que havia sido requerida. Considerando esses 321 problemas verbais, examinou-se se eles eram passíveis ou não de serem solucionados. Dois critérios foram adotados para esta análise: a presença de informações necessárias para a resolução do problema e informações sobre as relações entre os dados do enunciado. Os problemas formulados que não atendiam esses critérios foram considerados impossíveis de serem resolvidos, como ilustrado nos exemplos a seguir:

Exemplo 4 (problema impossível de ser resolvido): Para o chá de Alice, o chapeleiro maluco preparou a mesa com 16 xícaras, sabendo que o jogo de xícaras tem 3 peças. Quantas peças terá que colocar na mesa? (operação solicitada: multiplicação)

Exemplo 5 (problema impossível de ser resolvido): Pedro ganhou 4,00. Ele comprou um pastel. Quanto recebeu de troco? (operação solicitada: subtração)

Verificou-se que 94,7% dos problemas eram possíveis de serem resolvidos cuja distribuição não variava em função do grupo de participantes e nem tampouco em função da operação solicitada, como consta na Tabela 2.

Tabela. 2

Número e percentual (entre parênteses) de problemas verbais possíveis e impossíveis de serem resolvidos em cada grupo e em cada operação.

	GRUPO 1			
Problemas	**Operação solicitada**			
	Adição (n=45)	**Subtração** (n=45)	**Multiplicação** (n=45)	**Divisão** (n=45)
Possíveis	**39** (86,7)	**39** (86,7)	**39** (86,7)	**40** (95,2)
Impossíveis	**1** (2,2)	**2** (4,4)	**2** (4,4)	**1** (2,2)
	GRUPO 2			
Problemas	**Operação solicitada**			
	Adição (n=42)	**Subtração** (n=42)	**Multiplicação** (n=42)	**Divisão** (n=42)
Possíveis	**34** (81)	**37** (88,1)	**38** (90,1)	**38** (90,1)
Impossíveis	**3** (7,3)	**4** (9,5)	**2** (4,8)	**2** (4,8)

Nota: Grupo 1: professoras do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental; Grupo 2: professoras do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

A exemplo de Spinillo *et al.* (2017), analisou-se também se o problema era adequado ou inadequado. Problemas adequados eram aqueles que forneciam uma contextualização ou um referente para as informações numéricas, continham explicitamente a pergunta a ser respondida e apresentavam uma linguagem sem ambiguidades. Os problemas inadequados, por sua vez, consistiam em enunciados que não continham as informações necessárias para sua resolução e apresentavam imprecisões linguísticas que dificultavam sua interpretação. Verificou-se que todos os problemas considerados impossíveis de serem resolvidos apresentavam limitações quanto a esses aspectos, como se observa nos exemplos a seguir:

> **Exemplo 6 (linguagem ambígua)**: Pedro comprou 6 pirulitos e deu para seus 3 primos. Quantos pirulitos cada primo ganhou? (operação solicitada: divisão)
>
> **Exemplo 7 (falta de clareza em relação à questão a ser respondida)**: Embaixo do cobertor estava o barco com 5 duendes. Com o passar do tempo chegaram a locomotiva, o urso, o ovo e o palhaço. Janice contou todos eles. Que número que ela encontrou? (operação solicitada: adição)
>
> **Exemplo 8 (informações numéricas incoerentes com o contexto do problema; tempos verbais inadequados)**: Na festa junina da Escola haverá a dança da quadrilha na qual dançaram 43 meninas e 36 meninos. Quantas crianças dançaram no total? (operação solicitada: adição)
>
> **Exemplo 9 (falta de informações e linguagem ambígua)**: Temos 3 flores, duas delas são vermelhas. Quantas são amarelas? (operação solicitada: subtração)

O que se percebe é que, de fato, os professores de ambos os grupos elaboravam problemas cujos enunciados permitiam que fossem solucionados.

Outro aspecto analisado foi o número de passos requeridos para a resolução que se refere ao número de operações envolvidas no processo de resolução que, em última instância, está relacionado ao nível de complexidade do problema. No corpus analisado, os problemas requeriam um passo, dois passos, três ou mais passos. Exemplos:

> **Exemplo 10 (problema de um passo)**: Carlos comprou um pacote que tinha 15 bombons para que seus 3 filhos repartissem entre eles. Quantos bombons cada filho receberá? (operação solicitada: divisão)

> **Exemplo 11 (problema de dois passos)**: Vamos jogar o jogo da Joaninha. Temos 10 joaninhas e hoje vieram 18 alunos, quantas duplas vamos formar para que todos consigam jogar ao mesmo tempo? Sobrou alguma Joaninha? Quantas? (operação solicitada: divisão)

> **Exemplo 12 (problema de três ou mais passos)**: Maria Luiza é apaixonada por maquiagem, todos os meses ela compara itens para sua coleção. No mês passado ela comprou 1 dúzia e meia de batons, neste mês ela comprou meia centena de pinceis descartáveis. No próximo mês ela irá comprar duas dezenas e meia de mini sombras. Quantos itens ela terá no final de três meses? (operação solicitada: adição)

Como pode ser visto na Tabela 3, a maioria dos problemas em ambos os grupos requeria um único passo para sua resolução (G1: 92% e G2 88,7%). Problemas que requeriam dois, três ou mais passos obtiveram percentuais inexpressivos nos dois grupos.

Tabela. 3

Número e percentual de problemas (entre parênteses) que requeriam um, dois e três ou mais passos para sua resolução em cada grupo.

Grupos	**Número de passos**		
	Um	Dois	Três ou mais
Grupo 1	**150**	**8**	**5**
(n = 163)	(92)	(5)	(3)
Grupo 2	**140**	**8**	**10**
(n = 158)	(89)	(5)	(6)

Nota: Grupo 1: professoras do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental; Grupo 2: professoras do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

Este resultado indica que, independentemente do ano escolar em que lecionam, os professores tendem a pensar em termos de uma única operação para cada problema, de forma que os problemas eram muito simples, não trazendo qualquer desafio para aquele que o soluciona. Esses aspectos serão retomados nas discussões finais.

Em relação à natureza das quantidades mencionadas nos problemas analisou-se se elas eram discretas ou contínuas[4]. Na maioria dos problemas as quantidades eram discretas, tanto no Grupo 1 (89%) como no Grupo 2 (84%). Na Tabela 4 é possível observar que não havia diferenças entre problemas com quantidades contínuas e discretas que pudessem ser atribuídas ao tipo de operação solicitada ou aos grupos de participantes.

Tabela. 4

Número e percentual (entre parênteses) de problemas com quantidades discretas e contínuas em cada grupo e em cada operação.

GRUPO 1				
Quantidades	**Operação solicitada**			
	Adição	**Subtração**	**Multiplicação**	**Divisão**
Discreta	**35**	**36**	**37**	**37**
(n= 145)	(24,2)	(24,8)	(25,5)	(25,5)
Contínua	**5**	**6**	**3**	**4**
(n=18)	(27,8)	(33,3)	(16,7)	(22,2)

GRUPO 2

[4] Quantidades discretas são aquelas decorrentes de contagem realizada por meio de números naturais, que são expressas por um inteiro. Quantidades contínuas são determinadas tanto por contagem, como também por meio de uma medição, sendo expressas por inteiros, fracionários ou decimais, através de números racionais (Morais & Teles, 2014).

Quantidades	Operação solicitada			
	Adição	**Subtração**	**Multiplicação**	**Divisão**
Discreta	**32**	**31**	**37**	**34**
	(76)	(74)	(88)	(81)
Contínua	**5**	**10**	**3**	**7**
	(12)	(24)	(7)	(17)

Nota: Grupo 1: professoras do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental; Grupo 2: professoras do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

De modo geral, o padrão de resultados é o mesmo nos dois grupos. Em outras palavras, os grupos não se diferenciam em relação a nenhum dos aspectos considerados na análise das características do enunciado dos problemas formulados, assim como também não variam em função das operações solicitadas.

Os tipos de problemas

A partir da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983, 1990, 2003), a análise dos tipos de problema foi realizada em dois blocos em função da instrução fornecida aos participantes: um bloco relativo aos problemas do campo aditivo e outro relativo aos problemas do campo multiplicativo. A tipologia adotada em relação aos problemas aditivos baseou-se em Vergnaud (2009) e, aos problemas multiplicativos tomou por base a classificação proposta por Magina, Santos e Merlini (2014) e por Lautert, Castro-Filho e Santana (2017) que, por sua vez, também têm como alicerce teórico a classificação de Vergnaud.

Problemas verbais do campo conceitual aditivo

Os problemas de adição e de subtração formulados foram classificados em quatro tipos: composição; transformação; comparação e composição de transformações. Exemplos:

> **Exemplo 13 (problema de composição)**: Marina ganhou uma dezena de lápis coloridos e 5 lápis de escrever. Quantos lápis ela ganhou? (operação solicitada: adição)

Exemplo 14 (problema de composição): Na sala do 3º ano A tem 31 alunos. Destes, 18 são meninas. Quantos são os meninos? (operação solicitada: subtração)

Exemplo 15 (problema de transformação): Nessa semana teremos nossa festa junina. Para que seja uma festa muito legal a direção pediu prendas e a turma que mais trouxer prendas vão ganhar um passeio. A turma do 1º ano B havia trazido 15 prendas, na nossa última contagem, agora a turma trouxe mais 7 prendas. Quantas prendas foram trazidas até o momento? (operação solicitada: adição)

Exemplo 16 (problema de transformação): Maria foi pescar com o seu pai no feriado. Eles conseguiram pescar 24 peixes. Porém ao pegá-los na caixa, 12 peixes pularam para o rio novamente. Quantos peixes ficaram na caixa? (operação solicitada: subtração)

Exemplo 17 (problema de comparação): Carolina faz coleção de bonecas Dol e sua amiga Maria também. Carolina tem 15 bonecas e Maria tem 10. Quantas bonecas Carolina tem a mais que Maria? (operação solicitada: subtração)

Exemplo 18 (problema de comparação): João tem 4 anos, sua irmã Mariana tem 12 anos a mais que ele. Quantos anos ela tem? (operação solicitada: adição)

Exemplo 19 (composição de transformações): Uma concessionária tem em seu pátio, 120 carros para vender/ou a venda. No mês de maio, esta mesma concessionária vendeu na primeira semana, 7 carros. Na segunda semana, vendeu 2. Na terceira vendeu o dobro da primeira semana, e na última, não houve vendas. Com quantos carros a concessionária terminou o mês de maio se não adquiriu nenhum carro a mais na sua frota? (operação solicitada: subtração)

Exemplo 20 (composição de transformações): Nas semanas antecedentes à festa junina da escola, a diretora propôs uma gincana. A turma do 3º ano fez 150 pontos na 1ª semana, 320 pontos na 2ª semana e 225 pontos na última semana. Qual o total de pontos obtidos pela turma do 3º ano? (operação solicitada: adição)

A classificação dos problemas foi definida por meio de discussão entre dois juízes. Como indicado na Tabela 5, tanto na operação de adição como na de subtração, os problemas se concentravam nos tipos composição e transformação, sobretudo composição. Isso foi observado em ambos os grupos. Problemas de comparação eram raros, estando ausentes no Grupo 1.

Tabela. 5

Número e percentual (entre parênteses) de problemas de adição e de subtração em função do tipo em cada grupo

Operação Solicitada	**GRUPO 1**			
	Composição	**Transformação**	**Comparação**	**Composição de Transformações**
Adição (n=40)	**20** (50)	**12** (30)	**0** (0)	**8** (20)
Subtração (n=41)	**13** (32)	**18** (44)	**6** (14)	**4** (10)
	GRUPO 2			
Operação Solicitada	**Composição**	**Transformação**	**Comparação**	**Composição de Transformações**
Adição (n=37)	**17** (46)	**7** (19)	**1** (3)	**12** (32)
Subtração	**20** (49)	**13** (32)	**7** (17)	**1** (2)

(n=41)

Nota: Grupo 1: professoras do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental; Grupo 2: professoras do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

Problemas verbais do campo conceitual multiplicativo

Diferentemente dos problemas do campo aditivo que eram classificados com uma mesma tipologia tanto em relação à operação de adição como de subtração, os problemas do campo multiplicativo foram classificados em função de duas tipologias: uma relativa aos problemas de multiplicação e outra aos de divisão.

Os problemas de multiplicação foram classificados nos seguintes tipos: proporção simples um para muitos, produtos de medidas (configuração retangular e combinatória) e comparação multiplicativa, como exemplificado a seguir:

> **Exemplo 21 (proporção simples, um para muitos)**: Se em cada dia Mariana lê 3 páginas do livro, quantas páginas ela lê em uma semana? (operação solicitada: multiplicação)
>
> **Exemplo 22 (problema de produto de medida: configuração retangular)**: Hoje nossa sala está completa. Temos 6 fileiras de carteiras com 5 alunos em cada fileira. Quantos alunos temos na sala hoje? (operação solicitada: multiplicação)
>
> **Exemplo 23 (problema de produto de medida: combinatória)**: Mariana tem uma festa para ir. Separou, como opção de look, 4 saias e 3 blusas. De quantas maneiras ela poderá combinar suas roupas para arrasar na festa? (operação solicitada: multiplicação)
>
> **Exemplo 24 (problema de comparação multiplicativa)**: Carlos tem 6 carrinhos. Pedro tem 2 vezes mais essa quantidade. Quantos carrinhos tem Pedro? (operação solicitada: multiplicação)

A Tabela 6 mostra que proporção simples um para muitos era o tipo de problema de multiplicação mais frequentemente formulado em ambos os grupos (Grupo 1: 68% e Grupo 2: 65%). Ressalta-se que apenas um problema de multiplicação envolvia a combinatória.

Tabela. 6

Número e percentual (entre parênteses) de problemas de multiplicação em função do tipo em cada grupo.

	Tipos de problemas de multiplicação			
Grupos	**Proporção simples um para muitos**	**Produto de medidas Configuração retangular**	**Produto de medidas Combinatória**	**Comparação multiplicativa**
Grupo 1 (n= 41)	**28** (68)	**8** (20)	**0** (0)	**5** (12)
Grupo 2 (n= 40)	**26** (65)	**6** (15)	**1** (2,5)	**7** (17,5)

Nota: Grupo 1: professoras do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental; Grupo 2: professoras do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

Os problemas em que a operação solicitada era de divisão foram classificados em apenas dois tipos: partição e quota[5]. Exemplos:

> **Exemplo 25** (divisão por partição): Em outro jogo de quebra-cabeça a professora trouxe 12 figurinhas para jogar com três crianças. Quantas figurinhas cada criança irá ganhar, sendo que devem ganhar a mesma quantidade de figurinhas?

[5] Nos problemas de partição "é dada uma quantidade inicial e o número de vezes (número de partes) em que esta quantidade deve ser distribuída, devendo-se encontrar o tamanho de cada parte (número de elementos). Nos problemas de divisão por quotas é dada uma quantidade inicial que deve ser dividida em quotas preestabelecidas (tamanho das partes)" (Lautert & Spinillo, 2002, p.238).

Exemplo 26 (divisão por quota): Mariana tem 15 folhas e quer formar livrinhos com 5 folhas cada um. Quantos livrinhos ela poderá formar?

Conforme ilustrado na Tabela 7, a grande maioria dos problemas que envolviam a operação de divisão era de partição (Grupo 1: 90,2% e Grupo 2: 90%).

Tabela. 7

Número e percentual (entre parênteses) de problemas de divisão em função do tipo em cada grupo.

Grupos	**Tipos de problemas de divisão**	
	Partição	**Quota**
Grupo 1	**37**	**4**
(n = 41)	(90,2)	(9,8)
Grupo 2	**36**	**4**
(n = 40)	(90)	(10)

Nota: Grupo 1: professoras do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental; Grupo 2: professoras do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

De modo geral, mais uma vez, os grupos de professoras não se diferenciavam quanto aos tipos de problemas que formulavam, uma vez que os problemas inseridos no campo conceitual aditivo se concentravam no tipo proporção simples um para muitos e aqueles inseridos no campo conceitual multiplicativo se concentravam, em quase sua totalidade, como sendo problemas de partição.

DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Por que investigar a formulação de problemas matemáticos por professores? Antes de responder esta pergunta é necessário responder uma outra questão: Qual a importância da formulação de problemas matemáticos por professores? Do ponto de vista do conhecimento, como evidenciado pelas pesquisas na área, formular problemas tem papel importante na compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos no problema a ser elaborado, contribuindo, portanto, com o conhecimento daquele que pretende desenvolver tais conceitos em seus alunos. Como a formulação é, em última instância, parte da resolução de problemas, como enfatizado por Elwan e Sultan (2016), outro conhecimento adquirido pelo professor é aprender a solucionar problemas matemáticos de modo geral. Ambas as aquisições, conhecimento sobre conceitos matemáticos e conhecimentos sobre resolução de problemas, são ganhos que beneficiam todo e qualquer indivíduo, e não apenas professores.

Todavia, a formulação de problemas por professores se torna crucial para esses profissionais porque problemas matemáticos são essenciais para a formação de conceitos (Vergnaud, 1990, 2003, 2017, 2019) e possuem um valor didático inquestionável (Onuchic & Allevato, 2004; Pais, 2006). O valor didático dos problemas pode ser estendido para além de sua resolução, envolvendo sua formulação, como ressaltam Spinillo *et al.* (2017). Além de ser uma estratégia de ensino, formular problemas é, também, uma ferramenta que contribui para que o professor se torne capaz de analisar criticamente os livros didáticos, identificando seus limites e elaborando problemas que complementem, reformulem e aprofundem as atividades neles apresentadas, aproximando-as dos objetivos que pretende alcançar e de situações que façam sentido para seus alunos (Chapman, 2011). Ressalta-se aqui que não se deseja em nenhum momento defender a ideia de que o professor deva substituir o livro didático por problemas que ele próprio venha a elaborar. Deseja-se, sim, estreitar as relações entre ele e o livro (e outros recursos e instrumentos didáticos) em prol de práticas de ensino cada vez mais eficientes.

Feitas essas reflexões, cabe então, responder à pergunta que iniciou esta sessão: Por que investigar a formulação de problemas matemáticos por professores? Uma possível resposta, dentre outras plausíveis, é: porque precisamos saber mais acerca do que sabe o professor a respeito de problemas matemáticos, sobretudo em relação à formulação de problemas. A capacidade de elaborar problemas pode ser um indicador da concepção que o professor possui sobre o que é um problema e sobre o que significa fazer matemática com seus alunos, de maneira geral, e, especificamente, sobre o conceito que nele é tratado, pois todo problema matemático versa sobre um ou mais conceitos que estão imbricados em sua resolução (Vergnaud, 1990, 2003, 2017, 2019). Outra razão, é que este tema, apesar de sua relevância, é negligenciado na formação de professores. No Brasil, a formulação de problemas é brevemente mencionada nos documentos que regem as propostas curriculares oficiais, mas não se materializa, efetivamente, em um tópico a ser tratado em cursos de preparação para a atividade docente.

Com o objetivo de contribuir com novas informações e dar continuidade a estudos anteriores (Souza & Magina, 2017; Spinillo *et al.,* 2017), a presente investigação analisou as características de problemas aditivos e multiplicativos formulados por professores. Como objetivo adicional, examinou se as características dos problemas variariam em função do ano escolar em que lecionavam. Para isso, dois grupos de participantes foram comparados: professores que ensinavam em anos escolares iniciais do Ensino Fundamental, em que a ênfase do ensino recai sobre conceitos aditivos; e professores que ensinavam em anos escolares mais avançados, em que a ênfase do ensino recai sobre conceitos multiplicativos.

Diversos parâmetros foram considerados na análise dos problemas elaborados pelos participantes. Os resultados mostraram sistematicamente que nem o ano escolar em que lecionava a professora e nem tampouco o tipo de operação solicitada nas instruções foram fatores que diferenciassem os problemas por elas elaborados que apresentavam características bastante semelhantes.

A primeira semelhança se refere ao enunciado dos problemas que eram formulados de maneira clara, sem ambiguidades, apresentando as informações necessárias à sua resolução. Na maioria deles as informações numéricas eram contextualizadas e a pergunta estava explicitada, sendo possível saber exatamente o que deveria ser buscado. A conclusão foi que as professoras de ambos os grupos, em relação às quatro operações, formulavam problemas adequados e possíveis de serem solucionados por outra pessoa. Importante comentar que as informações numéricas eram quantidades discretas.

A segunda semelhança reside no esforço cognitivo a ser empregado por aquele que possivelmente viesse a solucionar os problemas formulados. Verificou-se que os problemas eram muito simples, pois requeriam apenas um passo para sua resolução, ou seja, apenas uma única operação. Assim, independentemente da operação a ser adotada, os problemas eram elementares, sem trazer qualquer desafio para o solucionador. Parece que a concepção de problema matemático das professoras expressava a ideia de que para cada problema existe apenas uma operação a ser empregada. Spinillo e Magina (2004) comentam a respeito desta noção, referindo-se a ela como um dos mitos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática nos anos iniciais. Essa concepção, segundo as autoras, permeia as práticas de sala de aula, levando os alunos a tecerem comentários como "Este problema é de menos", "Este problema é de vezes". Essa concepção se opõe ao que é proposto por Vergnaud (1990, 2003, 2017, 2019) de que uma dada situação-problema envolve diversos conceitos.

Uma terceira semelhança observada foi quanto aos tipos de problemas elaborados. Como revelaram os dados obtidos na segunda análise realizada, os problemas de adição e subtração se caracterizavam como sendo fundamentalmente do tipo composição e transformação; enquanto os de multiplicação eram do tipo proporção simples um para muitos; e os de divisão eram do tipo partição que está associado à noção elementar de distribuição. Dois comentários merecem ser feitos a respeito desses resultados. O primeiro está em estreita relação com o fato de os problemas serem elementares e pouco desafiadores, como discutido anteriormente. O segundo comentário se refere ao fato de que havia pouca variabilidade quanto aos tipos de problemas. Este resultado foi também observado no estudo realizado por Spinillo *et al.* (2017) em que os problemas formulados abrangiam um número restrito de situações. Mais uma vez, as concepções dos professores sobre problemas matemáticos parecem se distanciar do que é proposto por Vergnaud (1983, 1990, 2003, 2017, 2019) que afirma que o domínio dos conceitos matemáticos ocorre por meio de uma grande variedade de situações, uma vez que uma única situação seria insuficiente para abarcar todas as propriedades dos conceitos.

De modo geral, o que se observa é que o padrão de resultados é o mesmo nos dois grupos, confirmando o que foi observado em estudos anteriores com professores que lecionavam do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental de que mesmo atuando em anos escolares mais avançados os professores não elaboram problemas mais complexos e mais diversificados do que aqueles que lecionam em anos iniciais. Conclui-se que a atividade de formular problemas é limitada e não se altera em função do ano em que os professores lecionam. Para que haja uma mudança, parece ser necessário promover intervenções que tratem especificamente deste tema, como aquelas mencionadas no início deste artigo em que progressos foram identificados entre professores e futuros professores.

As limitações observadas parecem decorrer da pouca familiaridade que professores têm com a atividade de elaborar problemas e da concepção que possuem acerca de problemas matemáticos de modo geral. Para superar tais limitações, é necessário que os professores tenham uma compreensão ampla do que vem a ser um problema matemático, conheçam as propriedades do conceito matemático envolvido nos problemas a serem formulados e os possíveis procedimentos de resolução que podem ser adotados. Esses pontos fazem parte do conhecimento docente que precisa ser considerado nos cursos de formação.

Para concluir, cabe responder uma pergunta desafiadora que serviu de título ao capítulo de Kilpatrick (1987): "Formulação de problemas: de onde vêm os bons problemas?" A resposta seria: eles podem vir de diferentes fontes, inclusive, dos próprios professores.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

N. T. A. contribuiu na geração da ideia da pesquisa, na elaboração do instrumento de coleta de dados, na coleta e organização dos dados, na análise dos dados, na revisão da literatura e na redação do artigo. A. G. S. contribuiu na geração da ideia da pesquisa, na elaboração do instrumento de coleta de dados, na análise dos dados, na revisão da literatura e na redação do artigo. S. L. L. contribuiu na organização e tabulação dos dados, na elaboração das tabelas, na revisão da literatura e normatização do texto final submetido.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DOS DADOS

Os dados produzidos na investigação serão disponibilizados pela primeira autora mediante solicitação considerada razoável pelas autoras.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pelo apoio à pesquisa por meio de bolsa concedida à primeira autora para realização de Pós-Doutorado Sênior no Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva da UFPE.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível de Superior (CAPES) pelo apoio ao programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva.

A Julia Barros do Nascimento pela participação na organização, registro e análise parcial dos dados e à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) pela Bolsa de Incentivo Acadêmico (BIA) a ela concedida.

REFERÊNCIAS

Altoé, R. O & Freitas, R. C. (2019). Formulação de problemas no campo conceitual multiplicativo: uma proposta para o ensino de multiplicação e divisão no eixo de produto de medidas. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – Em Teia, 10*(3),1-23. http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p105-129

Elwan, A. & Sultan, R. (2016). Mathematics problem posing skills in supporting problem solving skills of prospective teachers. In: *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* (pp. 3-10). Szeged.

Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. Springer: *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 37–55. https://www.jstor.org/stable/23434195

Brasil. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. MEC/SEF. http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ttransversais.pdf

Brasil. (2000). *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio.* MEC. http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf

Brasil. (2020). *Base Nacional Comum Curricular. 2017.* http://basenacionalcomum.mec.gov.br

Brasil. (2020). *Base Nacional Comum Curricular.* Educação é a Base. MEC. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Brown, S. I. & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing*. Lawrence Erlbaum.

Brown, S. I. & Walter, M. I. (1993). *Problem posing: reflections and applications.* Lawrence Erlbaum.

Chapman, O. (2011). Prospective elementary school teachers' ways of making sense of mathematical problem posing. In: *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.209-216), Ankara, Turkey.

Chica, C. (2001). Por que formular problemas? In: K. Smole, K. & M. Diniz, M. (Orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática* (pp. 151-173). Artmed.

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: exploring changes in preservice teachers´ practices. Springer: *Educational Studies in Mathematics*, *52*, 243-270. https://doi.org/10.1023/A:1024364304664

Cunha, M. J. G. (2015). *Elaboração de problemas combinatórios por professores de matemática do ensino médio.* Recife: UFPE. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Dante, L. R. (2009). *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. Ática.

English, L. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. Springer: *Educational Studies in Mathematics, 34*, 183-217. https://doi.org/10.1023/A:1002963618035

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Reidel.

Gonzales, N. A. (1994). Problem posing: A neglected component in mathematics courses for prospective elementary and middle school teachers. *School Science and Mathematics, 94*(2), 78-84. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1994.tb12295.x

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In: A. H. Schoenfeld (Ed.). *Cognitive science and mathematics education* (pp. 123-147). Lawrence Erlbaum.

Lavy, I & Shriki, A. (2007). Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. In: *Proceedings of the 31th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.129-136). Seoul, South Korea.

Lautert, S. L., Castro-Filho, J. & Santana, E. R. S. (2017). *Ensinando multiplicação e divisão do 1º ao 3º ano.* Via Litterarum,

Lautert, S. L. & Spinillo, A. G. (2002). As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão [The Relations Between Performance on Division Problems and

Children’s Ideas About Division]. Brasília: *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 18*(3), 237-246.

Lee, Y., Capraro, R. M, & Capraro, M. M. (2018). Mathematics Teachers’ Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge in Problem Posing. *International Electronic Journal of Mathematics,13*(2), 75-90. https://doi.org/10.12973/iejme/2698

Leung, S. & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. Springer: *Mathematics Education Research Journal, 9*(1), 5-24. https://doi.org/10.1007/BF03217299

Lowrie, T. (2002). Young children posing problems: the influence of teacher intervention on the type of problems children pose. *Mathematics Education Research Journal, 14*(2), 87-98.

Magina, S. M. P., Santos, A. & Merlini, V. L. (2014). O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas [Primary students' reasoning in multiplicative structures problem solving]. Bauru: *Ciência e Educação, 20*, 517-533. https://doi.org/10.1590/1516-73132014000200016

Medeiros, K. & Santos, A. J. B. (2007). Uma experiência didática com a formulação de problemas matemáticos. [A Didactic Experience with the Formulation of Mathematical Problems] *Zetetiké, 15*(28), 87-118. https://doi.org/10.20396/zet.v15i28.8647027

Morais, M. D. & Teles, R. A. M. (2014). Grandezas e medidas no ciclo de alfabetização. *Cadernos da TV Escola: Um salto para o futuro. Grandezas e medidas no ciclo de alfabetização.* 8, 10-16. https://cdnbi.tvescola.org.br/contents/document/publicationsSeries/16532008_14_MedidaseGrandezasnociclodaalfabetizacao.pdf

Onuchic, L. R. & Allevato, N. S. G. (2004). Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V & Borba, M. C., (Orgs.). *Educação matemática: pesquisa em movimento* (pp. 213-231). Cortez.

Pelczer, I, Singer, F. M. E & Voica, C. (2014). Improving problem posing capacities through inservice teacher training programs: challenges and limits. In: *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (pp.401-408). Vancouver, Canada.

Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas.* Interciência.

Ribeiro, M. & Amaral, R. (2015). Early years prospective teachers‟ specialised knowledge on problem posing. In: *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 81-88).Hobart, Australia.

Sengul, S. & Katranci, Y. (2014). Structured problem posing cases of prospective mathematics teachers: experiences and suggestions. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications, 5*(4), 190-204. *http://www.ijonte.org/FileUpload/ks63207/File/17..sengul.pdf*

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of Mathematics, 14(1), 19–28.* http://www.jstor.org/stable/40248099

Singer, F. M., Ellerton, N. F. & Cai, J. (2013). *Mathematical problem posing. From research to effective practice.* Springer.

Singer, F. M., Ellerton, N. F. & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 1-7 https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2

Souza, E. I. R. S. & Magina, S. M. P. (2017). Concepção do Professor do Ensino Fundamental sobre Estruturas Multiplicativas. [The Conception of Elementary School Teachers Concerning Multiplicative Structures] *Perspectivas da Educação Matemática, 10*(24). 797- 815. https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2930/4163

Spinillo, A. G., Lautert, S., Borba, R. E. S. R., Santos, E. M. & Silva, J. F. G. (2017). Formulação de Problemas Matemáticos de Estrutura Multiplicativa por Professores do Ensino Fundamental. [The Posing of Mathematical Problems Involving Multiplicative Structures by Elementary School Teachers] Rio Claro: *Bolema, 31*(59) 928-946.

Spinillo, A. G. & Magina, S. (2004). Alguns ‘mitos’ sobre a educação matemática e suas consequências para o ensino fundamental. In: R. M. Pavanello (Org.). *Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula* (pp. 7-35). Biblioteca do Educador Matemático.

Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In: P. Clarkson (Ed.). *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In: R. A. Lesh & M. Landau (Eds.). *Acquisition of mathematics: concepts and process* (pp.127-174). Academic Press.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. Grenoble, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*, 133-171. http://www.numdam.org/article/PSMIR_1989___S6_47_0.pdf

Vergnaud, G. (2003). A gênese dos campos conceituais. In: E. P. Grossi (Org.). *Por que ainda há quem não aprende? A teoria* (pp.21-64). Vozes.

Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade.* UFPR.

Vergnaud,G. (2017). O que é aprender? Por que Teoria dos Campos Conceituais? E. P. Grossi (Org.). *O que é aprender? O Iceberg da Contextualização - Teoria dos Campos Conceituais.* GEEMPA. Coleção Teoria dos Campos Conceituais.

Vergnaud, G. (2019). Quais questões a teoria dos campos conceituais busca responder? *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online, 9*(1), 1-24.

Zunino, D. L. (1995). *A matemática na escola: aqui e agora.* Artes Médicas.