Erros na resolução de inequações: consequências de dificuldades relativas a conteúdos dos Ensinos Fundamental e Médio

Maria Luisa Perdigão Diz Ramos
Edda Curi

RESUMO

Este artigo foi originado a partir de dados analisados e utilizados na elaboração de instrumentos investigativos que compõem uma pesquisa de doutorado desenvolvida com alunos do 1º ano da educação profissional tecnológica de nível médio na modalidade integrada de uma escola pública de Minas Gerais. Ele tem por objetivo classificar, analisar e identificar as dificuldades e erros cometidos em Matemática por esses alunos na resolução de inequação-quociente e inequação exponencial. A investigação de cunho qualitativo foi realizada por meio da análise de conteúdo, empregando categorias de erros, em duas questões de uma avaliação somativa de Matemática aplicada a esses alunos no 1º semestre letivo de 2013. Como resultado, foi possível perceber que os alunos apresentaram dificuldades e erros provenientes de lacunas do Ensino Fundamental na resolução de função quadrática, prejudicando, consequentemente, o aprendizado de inequações no Ensino Médio. Tal análise revelou ainda dificuldades encontradas pelos alunos quanto ao conteúdo atual de inequação. Consideramos como necessária a realização da análise de erros na produção escrita do aluno, por meio da qual o professor define estratégias que possam auxiliar o aluno a superar suas dificuldades. Isso é fundamental, pois o aprendizado de novos conteúdos é prejudicado em função de erros recorrentes.

Palavras-chave: Dificuldade. Erro. Análise de Erros. Inequação. Ensino Médio.

Errors in Solving Inequalities: consequences of difficulties concerning the contents of Primary and Secondary Education curriculum

ABSTRACT

This article came from data analyzed and used in the preparation of investigative tools that are part of a doctoral research developed with junior year students from a public High School focused on professional and technological education in Minas Gerais / Brazil. It aims to classify, analyze and

Maria Luisa Perdigão Diz Ramos é Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática – UNICSUL. Atualmente, é professora do curso Técnico de Eletrotécnica – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais/ Cefet-MG. Endereço para correspondência: Cefet-MG, Coordenação de Eletrotécnica, Av. Amazonas, 5253, Nova Suíça, Belo Horizonte, MG, Brasil. E-mail: mlperdigao@yahoo.com.br
Edda Curi é Doutora em Educação Matemática – PUCSP. Atualmente, é Professora da Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Cruzeiro do Sul/UNICSUL. Endereço para correspondência: Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL, Programa de Pós-Graduação na área de Ensino de Ciências e Matemática, Rua Galvão Bueno, 868, Liberdade, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: edda.curi@gmail.com
Recebido para publicação em 7/10/2013. Aceito, após revisão, em 1/07/2014.

identify the difficulties and errors made by these students in Mathematics, specifically in solving ratio and exponential inequalities. Qualitative research was conducted through content analysis, employing categories of errors in two questions of a Mathematics Cumulative Test applied to these students in the 1st semester of 2013. As a result, it was revealed that students had difficulties and make errors due to shortcomings of Elementary School education in solving quadratic function, which consequently impairs learning inequalities in High School. Such analysis also revealed the difficulties faced by these students on the current content of inequality. We consider it is necessary to perform an analysis of errors in students' written production, through which teachers can define strategies that can help students overcome their difficulties. This is crucial since learning of new content is impaired due to recurring errors.
Keywords: Difficulty. Error. Analysis of Errors. Inequality. High School.

INTRODUÇÃO

Ao analisar os erros cometidos pelo aluno, o professor tem condições de verificar se são provenientes de conteúdos estudados em anos anteriores, além de averiguar se o aluno apresenta dificuldades no conteúdo atual. Sem essa verificação, o erro pode se tornar recorrente e se transformar em um obstáculo para novas aprendizagens.

No Ensino de Matemática centrado na aprendizagem do aluno, ou seja, um ensino que procura entender como o aluno compreende o conteúdo, o erro é percebido como uma ferramenta. Assim, o aluno não é visto como um ser passivo na aprendizagem, pois nesse contexto ele tem atitudes de um ser ativo, criativo e capaz de contribuir com a construção do seu saber.

Porém, nem todos os professores enxergam o erro como um mecanismo importante para aquisição do conhecimento. Muitos consideram o erro "como o elemento responsável pelas limitações dos alunos, demonstrando sua incapacidade de aprender" (LIMA, 2010, p.44). Partindo desse ponto de vista, podemos destacar diferentes concepções de ensino e aprendizagem.

Três dessas concepções são descritas e denominadas por Lima (2011) como transmissiva, behaviorista, construtivista. Na concepção transmissiva, o conhecimento é tratado como uma aquisição do mundo exterior e nela o erro é visto da seguinte forma: ou o professor não ensinou direito ou o aluno não compreendeu o que ele disse. Nesse caso, o professor deve explicar tudo novamente e propor muitos exercícios para garantir a aprendizagem.

A concepção behaviorista recompensa o sucesso e sanciona o fracasso. O trabalho do professor se faz antes da interação com o aluno. Ele deve decompor o saber em unidades e apresentá-lo ao aluno. Por sua vez, o aluno não deve tomar iniciativas, e sim seguir as instruções do professor. Nessa concepção, o erro acontece pelo fato de o aluno não ter estudado ou não ter compreendido o professor. Sendo assim, o aluno deverá fazer exercícios individuais, trabalhos suplementares, entre outras atividades extras.

A concepção construtivista se apoia na construção do conhecimento feita pelo aluno, pois ele já possui na sua estrutura cognitiva esquemas que são necessários a sua aprendizagem. A partir dessa concepção, acredita-se que, ao cometer um erro, o conhecimento do aluno não deve ser simplesmente ignorado, e sim usado como referencial de partida no processo de construção do saber discente (PINTO, 2000; DE LA TORRE, 2007; CURY, 2008).

Logo, é importante que o professor compreenda os erros, pois eles revelam o pensamento do aluno sobre o que foi supostamente aprendido. Dessa forma, torna-se possível ao professor redesenhar "o processo de aprendizagem, proporcionando ao aluno os meios necessários para que possa tomar consciência de suas incorreções, identificar suas origem e transpô-las" (OLIVEIRA; FERNANDES, 2010, p.551).

Baseando-se na concepção construtivista, apresentamos a análise de erros em duas questões sobre o conteúdo de inequações. As questões aqui analisadas fazem parte de uma avaliação semestral de Matemática, sendo a 14ª questão referente a uma inequação-quociente e a 20ª questão uma inequação exponencial. A análise realizada tem a finalidade de verificar se os erros cometidos são decorrentes somente de conteúdos lecionados no Ensino Médio ou se tratam também de dificuldades provenientes de conteúdo do Ensino Fundamental.

Portanto, o objetivo deste trabalho é classificar, analisar e identificar erros cometidos por 37 alunos do 1º ano do curso técnico integrado de uma escola pública de Minas Gerais no conteúdo de inequações, além de verificar se tais erros também são procedentes do Ensino Fundamental.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA SOBRE ERRO

Para Rico (1998), o professor não pode ignorar a capacidade do aluno nem tão pouco desprezar os erros que ele comete. Ele descreve que a maioria das investigações considera as seguintes características predominantes nos erros cometidos pelos alunos: os erros permanecem ocultos para o professor durante algum tempo; os erros são persistentes e, para serem retificados, é necessário que haja uma reorganização do conhecimento do aluno; os erros podem ser sistemáticos ou podem acontecer por engano; e, por último, os erros acontecem por falta de conhecimento de conceitos.

De La Torre (2007) descreve que o erro não é uma meta a ser perseguida, nem um resultado que deve ser ignorado sem antes analisar o processo utilizado na resolução da questão, pois, após a constatação do erro, devemos buscar a eliminação de sua reincidência. Diante disso, podemos adotar diversos enfoques sobre o erro, em especial na aprendizagem escolar. O autor apresenta três enfoques que proporcionam um referencial epistemológico do erro: o erro como falha punível e como efeito a ser evitado; o erro como sinal de progresso; e, finalmente, o erro como processo interativo.

No primeiro caso, o erro é visto como um resultado negativo, gerando inclusive punição quando cometido. Essa consequência negativa não é vista somente nos tempos atuais; há algum tempo, as pessoas eram punidas com a palmatória ou por outros tipos de repreensão. Hoje, uma das punições mais comuns é a exercitação, isto é, acredita-se que, se o aluno realizar uma enorme lista de exercícios sobre um determinado assunto de qualquer disciplina, ele conseguirá aprender o conteúdo desejado e não correrá o risco de cometer novos erros. Dessa forma, valoriza-se mais a quantidade do que a qualidade das tarefas realizadas.

O erro caracterizado pelo segundo enfoque – como sinal de progresso – apresenta uma conotação positiva. Por meio dele, pode-se verificar que os resultados apresentados sobre conjecturas ou suposições levantadas sobre um determinado conteúdo não são os esperados. Então, a partir disso, novas hipóteses e investigações deverão ser formuladas. Nessa situação, o erro indica que o caminho que estava sendo seguido não é o correto, portanto, um novo caminho deverá ser definido. Podemos afirmar que nessa situação o erro funciona como um termômetro, ou seja, um instrumento que nos apresenta um sinal de alerta.

No terceiro enfoque, o erro é tratado como processo interativo, isto é, como resposta da interação sociocognitiva. O erro não está somente vinculado ao desenvolvimento mental do aluno, mas também faz parte das normas culturais definidas em cada sociedade. Assim sendo, em determinadas sociedades, os professores se preocupam mais com o resultado, ao passo que, em outras sociedades, eles enfatizam mais o processo, dando ao resultado uma importância relativa.

Ponderando esses enfoques, percebemos que os erros não devem ser ignorados. Conforme apontado por Cury (2008), os erros devem sim ser classificados e analisados para que possam ser identificadas as possíveis causas e dificuldades encontradas pelos alunos ao descreverem seu raciocínio nas respostas dadas. Logo, o erro deve ser visto com muita atenção, pois ele indica a existência de problemas que devem ser tratados.

ALGUMAS PESQUISAS SOBRE O CONTEÚDO DE EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

Antes de descrevermos a metodologia de pesquisa adotada e fazermos a apresentação e análise dos dados das questões, faremos referências a alguns trabalhos científicos que investigaram o conteúdo de equações e inequações, tendo como proposta a identificação de erros em questões indicadas a partir de teste investigativo ou de sequência didática, com ou sem o uso de software.

Iniciamos pela pesquisa de mestrado realizada por Feltes (2007). A autora analisou qualitativamente erros em testes aplicados a alunos da 7ª e 8ª séries (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental e alunos do 1º ano do Ensino Médio ao resolverem questões sobre potenciação, radiciação e equações exponenciais. Os erros foram classificados em 17 categorias e assim foi possível verificar que as maiores dificuldades estavam relacionadas a operações numéricas e às propriedades da potenciação. Além disso, a autora aplicou um questionário aos professores de Matemática, que lecionavam nas escolas investigadas, sobre os erros cometidos por seus alunos. Com o resultado obtido por meio do questionário, a autora constatou que os professores investigados consideravam que os erros eram provenientes da falta de estudo e/ou de atenção.

Em sua pesquisa de doutorado, Lima (2007) aborda as concepções de equações apresentadas por alunos da 1ª e 2ª série do Ensino Médio. A autora utilizou-se de vários instrumentos de coleta de dados elaborados por meio de cooperação de cinco professores de Matemática que também participaram da pesquisa. Os resultados obtidos indicaram que a concepção de equação como conta é a mais evidente, sendo que o sinal de igual e a incógnita não parecem ser considerados como características importantes de uma equação. A fórmula de Bhaskara é o único método usado com sucesso na resolução de equação quadrática.

Dificuldades encontradas por alunos do 1º ano do Ensino Médio, em diferenciar equação do 1º grau e função afim, foram apontadas por Reis (2011) como questão motivadora para a realização de sua pesquisa. O autor menciona que, analisando os resultados de avaliações externas, tais como SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e Prova Brasil, fica a indicação de que essas dificuldades não são problemas pontuais e muito menos locais. Por esse motivo, ele propõe em sua pesquisa, aplicar uma sequência didática para registrar e analisar os erros cometidos pelos alunos no conceito de função afim.

Junior (2011) identifica, em seu trabalho, dificuldades dos alunos da 2ª série do Ensino Médio no conteúdo de inequações. Para isso, foram aplicadas duas sessões das mesmas atividades aos alunos: a primeira, com o auxílio do *software* GeoGebra e a segunda, sem o auxílio dessa tecnologia. O autor descreve que os alunos se utilizam de regras válidas para resolução de equações ao tentarem resolver inequações, mas, tais regras nem sempre são válidas para resolução das mesmas. Outras dificuldades também são apontadas por ele, tais como, dedução incorreta de sinais ao resolver inequação-quociente, erro no cálculo dos zeros de uma função e conversão da língua materna para o registro algébrico.

METODOLOGIA DA PESQUISA

Por se tratar de uma investigação na qual ocorreu um aprofundamento da compreensão dos tipos de erros e das dificuldades encontradas pelos alunos na disciplina de Matemática utilizando-se de suas produções escritas, o método adotado foi o de pesquisa qualitativa por meio da análise de conteúdo.

As questões aqui analisadas fazem parte de uma avaliação somativa (assim denominada pela Instituição investigada) da disciplina de Matemática aplicada aos alunos do 1º ano dos cursos técnicos de uma escola pública de Minas Gerais. Essa avaliação foi aplicada no final do 1º semestre letivo de 2013 para as turmas que cursavam o Ensino Médio no período da tarde e abrangia todo o conteúdo lecionado nesse semestre. A análise de conteúdo foi realizada nas avaliações de uma turma composta por 37 alunos de um dos cursos técnicos. Com a intenção de preservar a identidade de desses alunos, iremos referenciar cada um apenas pela letra A, seguida de um número.

A análise realizada nessa avaliação faz parte de um estudo preliminar para construção de um instrumento investigativo a ser utilizado na pesquisa de doutorado da primeira autora, sendo esses 37 alunos os participantes da pesquisa. Essa avaliação de Matemática foi escolhida por se tratar da única avaliação aplicada pela Instituição que engloba todo o conteúdo a ser investigado.

Em se tratando de uma avaliação de múltipla escolha, formato definido pela coordenação de Matemática da Instituição, verificou-se, inicialmente, se todos os alunos marcaram apenas uma das alternativas como resposta, sendo esse fato confirmado. Igualmente ao procedimento utilizado por Cury (2008), as questões analisadas foram fotocopiadas e organizadas de tal maneira a formar o *corpus* do qual será apresentada a análise.

A metodologia de pesquisa utilizada foi a análise de conteúdo da produção escrita dessas questões, por meio de categorização das respostas dadas. Inicialmente, foi realizada uma "leitura flutuante" sobre as respostas apresentadas por cada aluno que, segundo Bardin (1977), constitui o primeiro contato com os documentos a serem analisados; esse movimento teve como finalidade a verificação das respostas corretas e incorretas apresentadas nas questões.

Após a leitura, foram estabelecidos quatro grupos para um levantamento inicial do número de alunos que acertaram e erraram as questões analisadas, conforme definidos a seguir:

A) acertou a resolução das duas inequações;

B) errou a resolução da inequação-quociente e acertou a resolução da inequação exponencial;

C) acertou a resolução da inequação-quociente e errou a resolução da inequação exponencial;

D) errou a resolução das duas inequações.

Na apresentação e análise dos dados, foram criadas as categorias de erros cometidos pelos alunos em cada questão. A criação dessas categorias teve como base as respostas apresentadas pelos alunos dos grupos B, C e D no desenvolvimento de suas questões.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Antes da análise dos dados, apresentamos o Quadro 1 contendo o número de ocorrências e a lista de alunos por grupo. Esse quadro evidencia as questões nas quais os alunos apresentaram maiores dificuldades em sua resolução, além de contribuir para a análise em sequência.

Quadro 1 – Número de ocorrências/alunos por grupo.

Grupos	Nº de ocorrências	Alunos
A	12	A2, A6, A7, A8, A11, A13, A17, A18, A20, A33, A34, A36
B	5	A9, A22, A23, A24, A31
C	15	A1, A4, A5, A10, A14, A15, A16, A19, A21, A25, A27, A28, A30, A32, A35
D	5	A3, A12, A26, A29, A37

Fonte: elaborado pela pesquisadora.

Analisando os dados apresentados no Quadro 1, somente 12 alunos se encontram no grupo A, isto é, 32% dos alunos marcaram a alternativa correta em cada questão. No grupo B, encontram-se os cinco alunos que apresentaram a alternativa incorreta na resolução da inequação-quociente, mas marcaram a alternativa correta na resolução da inequação exponencial.

No grupo C, encontra-se o maior número de erros cometidos, ou seja, 15 alunos identificaram corretamente a alternativa da resolução da inequação-quociente, mas marcaram a alternativa incorreta na resolução da inequação exponencial.

Por fim, o grupo D apresenta cinco alunos que marcaram as alternativas incorretas na resolução dos dois tipos de inequação. Ao todo, observamos que 25 (68%) dos 37 alunos marcaram como resposta pelo menos uma das alternativas incorretas.

O Quadro 2 tem como objetivo apresentar as alternativas de respostas e o total de alunos que assinalaram cada alternativa, contribuindo para a análise sequencial.

Quadro 2 – Distribuição de respostas apresentadas por questão.

Resposta	Questões			
	14		20	
	Nº	%	Nº	%
Letra a	27	73%	16	44%
Letra b	0	0%	2	5%
Letra c	8	22%	17	46%
Letra d	2	5%	2	5%

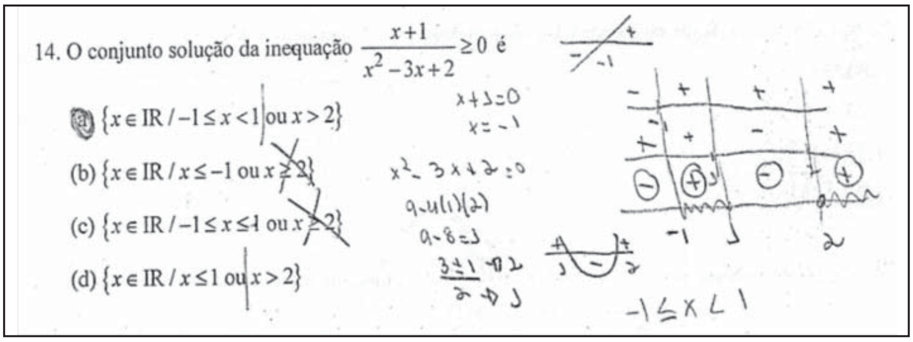
Fonte: elaborado pela pesquisadora.

As alternativas corretas de cada questão são letra a para a questão 14 e letra c para a questão 20. Nota-se que 73% dos alunos assinalaram a alternativa correta (letra a) na questão 14, ao passo que na questão 20, que tem como alternativa correta a letra c, 46% dos alunos assinalaram essa alternativa. Logo, a questão que apresentou um maior índice de erros foi a questão 20. Discutiremos, a seguir, os erros que ocasionaram os maiores índices de respostas incorretas nas duas questões, além dos erros identificados nas demais alternativas.

A apresentação e a análise de cada questão serão expostas na seguinte ordem: enunciado do item junto com a apresentação da resolução correta (para exibição dessas resoluções foram utilizadas respostas dadas pelos próprios alunos); apresentação e análise dos dois principais erros cometidos nas resoluções incorretas, acompanhadas de exemplos tirados do *corpus* do trabalho.

Na Figura 1, é exibida a questão 14 e a resolução correta apresentada por A34. Observa-se que A34 achou o zero da função afim e os zeros da função quadrática, além de apresentar o quadro de sinais. Também foi esboçada pelo aluno a reta referente à função afim e à parábola, com concavidade para cima, referente à função quadrática, além da indicação dos sinais em cada um dos esboços. O aluno se preocupou em destacar no quadro de sinais os valores 1 e 2, além de eliminar as respostas das letras b e c, como não pertencentes à solução da inequação. Isso se deve ao fato da função quadrática se encontrar no denominador da inequação-quociente.

Figura 1 – Resposta apresentada por A34.



Fonte: dados da pesquisa.

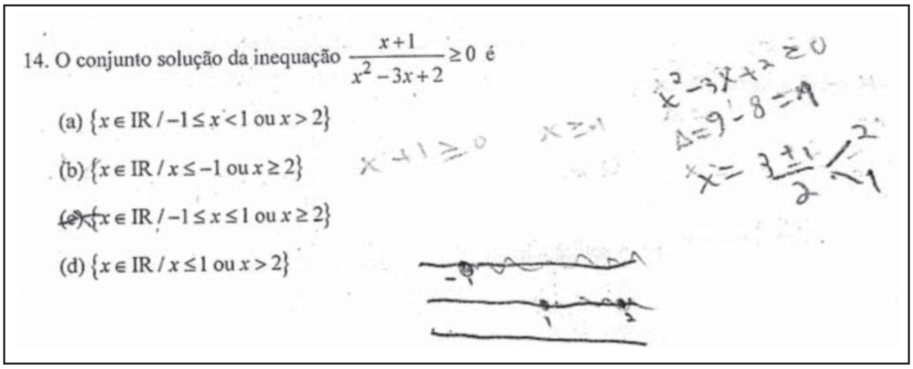
Na resolução da questão 14, os erros mais frequentes foram categorizados como:

Erro I: presença dos zeros da função quadrática do denominador na solução final da inequação-quociente.

Erro II: ausência do zero da função afim do numerador na solução final da inequação-quociente.

Dentro da categoria Erro I, encontram-se os alunos que marcaram como resposta a letra c. Esses alunos apresentaram a resolução parcialmente correta, mas não se atentaram para o fato de a função quadrática se encontrar no denominador da inequação-quociente. A Figura 2 apresenta a resposta dada por A24, exemplificando a resolução dada por 22% dos alunos.

Figura 2 – Resposta apresentada por A24.

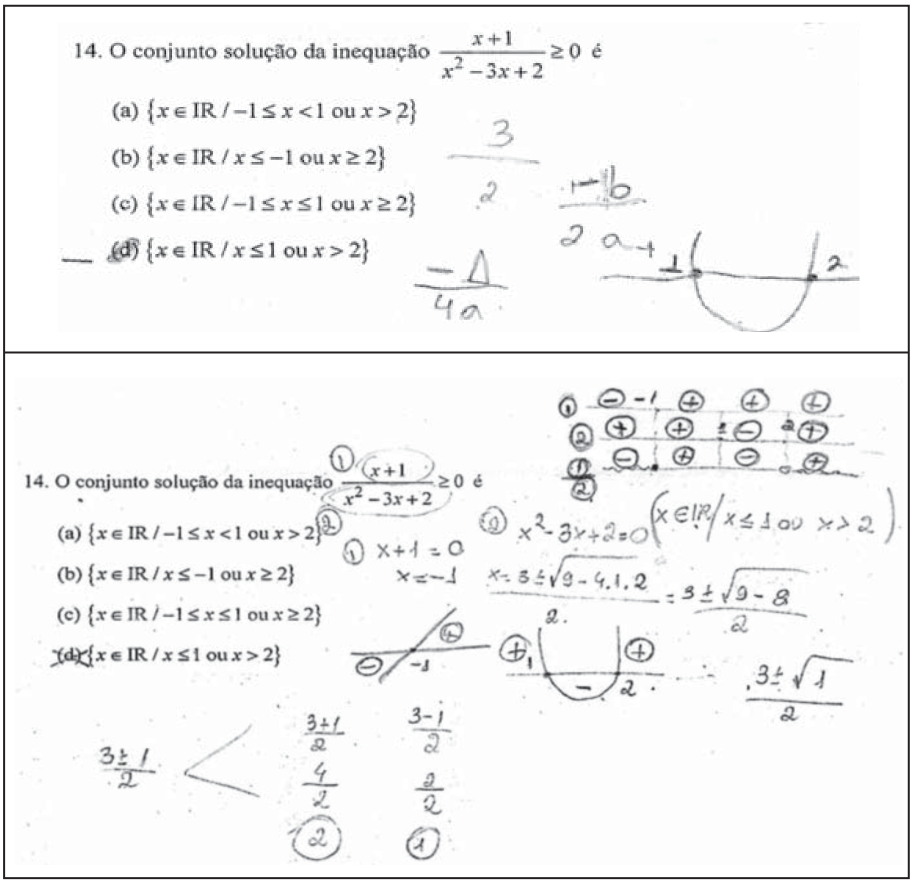


Fonte: dados da pesquisa.

Nota-se no quadro de sinais que os valores 1 e 2 referentes aos zeros da função quadrática foram indicados como pertencentes à solução da inequação. Por se tratar de uma questão de múltipla escolha, provavelmente A24 não tenha se preocupado em demonstrar a resolução completa da questão, apresentando o quadro de sinais inacabado, indicando então a resposta considerada como correta.

Na segunda categoria, denominada por Erro II, A37 indicou como resposta a letra d, pois não levou em consideração na resolução da inequação a função afim que se encontra no numerador da inequação-quociente, realizando somente o estudo dos sinais da função quadrática do denominador. Diferentemente de A37, A9 encontrou o zero da função do numerador, mas errou ao marcar incorretamente a resposta no quadro de sinais, apresentando assim solução incorreta. Tanto A37 quanto A9 não se preocuparam com o sinal '≤' 1 apresentado na solução da resposta. Ambos perceberam que o valor 2 dos zeros da função quadrática não pertence à solução, mas não compreenderam que o valor 1 estava incluso na solução apresentada pela letra d (Figura 3).

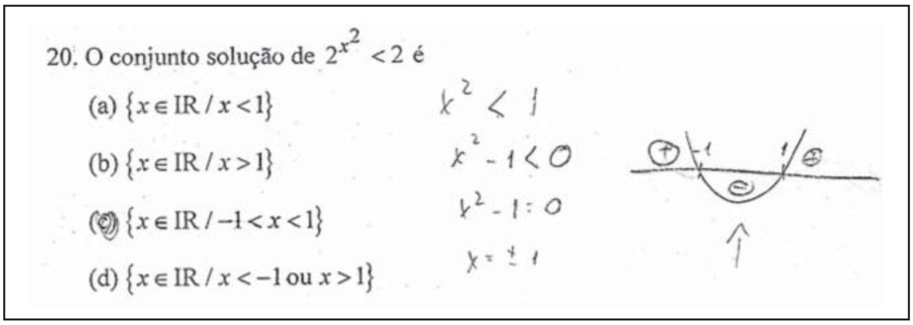
Figura 3 – Respostas apresentadas por A37 e A9, respectivamente.



Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 4, é mostrada a solução dada por A13 no desenvolvimento da questão 20. Podemos observar que A13 demonstrou conhecer a condição para se resolver uma inequação exponencial: para $a > 1$, então $a^{x2} > a^{x1} => x_2 > x_1$, ou seja, o sinal da inequação permanece o mesmo, não sofrendo inversão (BARROSO, 2010). Para achar a solução da inequação, A13 encontrou os zeros da função quadrática, isto é, os valores ±1, além de esboçar a parábola com a concavidade para cima e apresentar os sinais referentes à inequação solicitada.

Figura 4 – Resposta apresentada por A13.



20. O conjunto solução de $2^{x^2} < 2$ é

(a) $\{x \in IR / x < 1\}$

(b) $\{x \in IR / x > 1\}$

(c) $\{x \in IR / -1 < x < 1\}$

(d) $\{x \in IR / x < -1 \text{ ou } x > 1\}$

$x^2 < 1$

$x^2 - 1 < 0$

$x^2 - 1 = 0$

$x = \pm 1$

Fonte: dados da pesquisa.

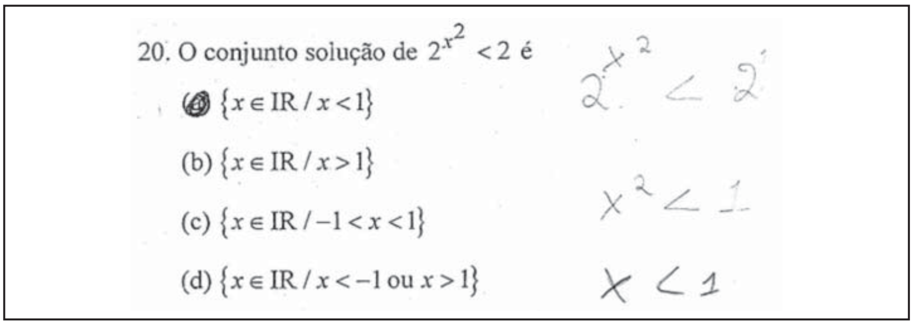
Na questão 20, os erros mais frequentes foram categorizados como:

Erro I: identificou somente um zero para a função quadrática.

Erro II: reescrita da função do expoente de maneira incorreta.

Diferentemente de A13, 16 alunos (44% do total) indicaram incorretamente a letra a como resposta. Dez deles, enquadrados na categoria Erro I, iniciaram a resolução da questão, e sem dar continuidade, assinalaram a letra a como resposta, portanto, não foi possível identificar o erro cometido por eles. Os erros cometidos pelos outros seis alunos demonstraram que eles possuem dificuldades em encontrar os zeros de uma função quadrática, quando o coeficiente b da função é zero. Assim, o resultado apresentado por esses alunos para os zeros da função é um único valor. Isso pode ser visto na resolução apresentada por A28 na Figura 5.

Figura 5 – Resposta apresentada por A28.



20. O conjunto solução de $2^{x^2} < 2$ é

(a) $\{x \in IR / x < 1\}$

(b) $\{x \in IR / x > 1\}$

(c) $\{x \in IR / -1 < x < 1\}$

(d) $\{x \in IR / x < -1 \text{ ou } x > 1\}$

$2^{x^2} < 2^1$

$x^2 < 1$

$x < 1$

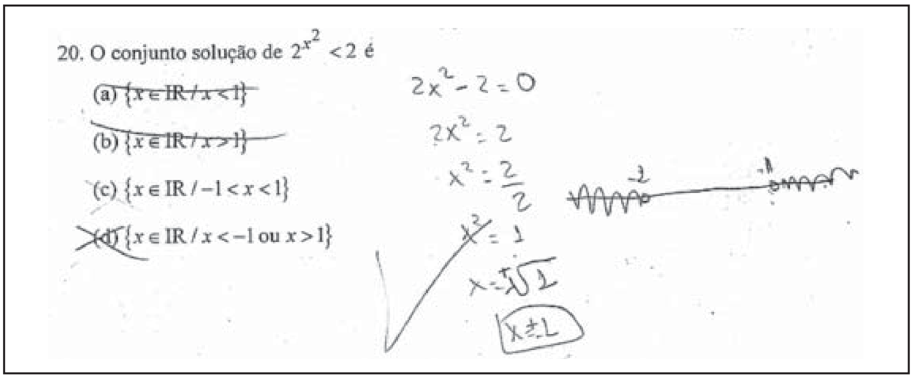
Fonte: dados da pesquisa.

Junior (2011) também menciona esse erro em seu trabalho quando descreve a solução apresentada por alunos ao resolverem a inequação-quociente dada por $\frac{z(x)}{w(x)} < 0$

onde z (x) = x^2 - 1. O autor aponta que para a solução da função quadrática z, a qual possui dois zeros reais, o aluno "determinou apenas um desses zeros que foi x = 1 e interpretou que essa função para valores maiores que de x = 1 é positiva e para valores menores que x = 1 é negativa, como se a função fosse z (x) = x - 1, cujo gráfico é uma reta" (p.170). Ramos e Curi (2014) também identificaram em seu trabalho erro no cálculo dos zeros de uma função quadrática quando essa apresenta o coeficiente b igual a zero.

Os erros cometidos por A4 e A10, categorizados em Erro II, indicaram a letra d como resposta. A4 apresentou como resolução da questão a seguinte inequação: $2^{2x} < 2$, transformando o expoente x^2 em 2x. A resolução dada por A10 se encontra na Figura 6. A inequação exponencial foi reescrita por A10, que, logo em seguida, encontrou os zeros da nova função quadrática, mas também não se preocupou em esboçar a parábola para encontrar a solução. Assim, apresentou a solução da inequação de forma incorreta.

Figura 6 – Resposta apresentada por A10.



Fonte: dados da pesquisa.

A resposta indicada por A16 e A29 foi a letra b. Como não apresentaram a resolução para a questão, não foi possível saber se a dificuldade encontrada por eles se deu pelo fato de desconhecerem a condição necessária para se resolver uma inequação exponencial (valor de $a > 1$ conserva o sinal) ou se não tiveram tempo suficiente para resolver a questão, decidindo então "contar com a sorte" no acerto da questão, assinalando qualquer uma das alternativas apresentadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com relação às resoluções apresentadas na questão 14, foi possível perceber que os alunos não encontraram dificuldades em achar os zeros das funções pertencentes à inequação-quociente. Também não apresentaram dificuldades em esboçar a reta e a parábola referente às funções apresentadas. Portanto, nessa questão não foram detectadas dificuldades provenientes do Ensino Fundamental, mas sim dificuldades provenientes do conteúdo apresentado no Ensino Médio, conforme descrito a seguir.

A dificuldade exibida na categoria Erro I da questão 14 foi que os alunos não levaram em consideração, que na solução de uma inequação-quociente, os zeros da função que se encontra no denominador não fazem parte da solução. Isso faz $f(\mathrm{x}) = 0$, tornando, dessa maneira, o denominador inexistente. Assim, para solução de inequações-quociente, tem-se que $f(x) \neq 0$ para as funções que se encontram no denominador.

Os erros categorizados como Erro II na questão 14 ocorreram devido ao fato de os alunos não terem levado em consideração o estudo da função do numerador na resolução da inequação-quociente ou o consideraram de forma incorreta.

Na questão 20, seis alunos cometeram erros correspondentes à categoria Erro I. Os alunos que cometeram erros desse tipo demonstraram dificuldades ao encontrar os zeros de uma função quadrática, quando ela está escrita na forma $f(x) = ax^2 + c$ $(com\ a \neq 0)$. Ao encontrar os zeros da função, o aluno esqueceu que, no caso de $b = 0$ os zeros da função são dados por $x\frac{\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$, conteúdo esse apresentado desde o Ensino Fundamental. Erros semelhantes foram identificados por Junior (2011) na resolução de funções quadráticas. Lima (2007) também aponta erros análogos cometidos por alunos ao encontrarem as raízes das seguintes equações quadráticas: $\mathrm{r}^2 - \mathrm{r} = 2$ e $\mathrm{m}^2 = 9$. A autora descreve que uma única raiz é dada como resposta para cada equação.

Para compreender melhor as resoluções apresentadas por A4 e A10 na questão 20, categorizadas como Erro II, o professor tem que dialogar com eles, pois as respostas dadas demonstraram que esses alunos desconhecem as condições existentes para se resolver uma inequação exponencial, a qual é apresentada no Ensino Médio. Assim, a partir "de um questionamento a respeito do conteúdo ensinado, o professor pode perceber que o entendimento sobre o assunto abordado não ficou claro" (RAMOS; CURI, 2013, p.233). O mesmo vale para A16 e A29, sendo que esses alunos nem resolução apresentaram.

Analisando de uma forma geral as duas questões, é importante ressaltar que, quase sempre, A10 sinalizou com um visto (√ – Figura 6) quando considerou a resolução da questão como correta e com um ponto de interrogação a resolução que apresentou dúvidas. A resolução apresentada por A10 na questão 20 foi assinalada com um visto, demonstrando dessa maneira a certeza de que seu desenvolvimento estaria correto. Isso reforça a necessidade de se analisar o desenvolvimento elaborado pelo aluno e não somente a resposta assinalada, pois algumas vezes o aluno sozinho não consegue identificar seus erros. Segundo Ramos (2013), "Às vezes, o aluno tem dificuldade de superar ideias erradas" (p.13), necessita, portanto, da ajuda do professor ou de algum colega para retificar o erro (PINTO, 2000).

Foi possível perceber que os alunos cometeram erros procedentes do Ensino Fundamental, ou seja, identificaram um único zero na função quadrática da questão 20 (categoria Erro I). Assim, notamos que, ao lidarem com uma função quadrática incompleta, os alunos cometeram erros no cálculo dos zeros da função. Para essa identificação, foi necessário analisar a produção escrita do aluno e, por meio dessa análise, "é possível que o professor perceba a linha de raciocínio utilizada pelo aluno e quais as dificuldades dele" (RAMOS; CURI, 2013, p.233). No entanto, essa análise só poderá ser feita se o aluno deixar registrado em sua avaliação o raciocínio utilizado para chegar à resposta apresentada.

Por esse motivo, ao se aplicar prova de múltipla escolha, é importante o professor deixar claro para o aluno que a resolução deve ser demonstrada, pois, somente assim, ele terá condições de analisar e identificar as dificuldades e erros cometidos. Uma prova, seja ela de múltipla escolha ou não, não deve ter como principal objetivo quantificar o conhecimento do aluno, mas sim verificar as dificuldades e os erros que esses alunos apresentam.

A respeito disso, Silva e Buriasco (2005) descrevem que a avaliação para o aluno "pode servir para regular sua aprendizagem, sendo subsídio capaz de orientá-lo para a autonomia de pensamento, para perceber suas dificuldades, analisá-las e descobrir caminhos para superá-las" (p.500); para o professor, a avaliação pode servir para "repensar e reorientar a sua prática pedagógica, além de possibilitar-lhe entender e interferir nas estratégias utilizadas pelos alunos" (p.500). Trevisan e Buriasco (2014), também apresentam, em seu artigo, algumas análises de pesquisas que envolvem a produção escrita de estudantes sob a perspectiva de se usar a avaliação como prática de investigação e como oportunidade de aprendizagem.

Segundo Ramos (2013), "Para superar as dificuldades ainda persistentes é importante fazer uso de recursos instrucionais" (p.13). Logo, ao analisar e identificar os erros cometidos pelos alunos (FELTES, 2007; REIS, 2011), o professor poderá usar de estratégias que ajudem o aluno a superá-los (JUNIOR, 2011). Isso é fundamental, pois o aprendizado de novos conteúdos é prejudicado em função de erros recorrentes.

Como se trata de alunos de curso técnico integrado, as dificuldades e os erros recorrentes não só prejudicarão as disciplinas do Ensino Médio, mas também as disciplinas do Ensino Técnico e, futuramente, as do Ensino Superior (CURY, 2008).

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. *Análise de Conteúdo*. Edições 70. São Paulo: Livraria Martins Fontes, 1977.

BARROSO, J. M. *Conexões com a Matemática*. v.1. São Paulo: Moderna, 2010, 408p.

CURY, H. N. *Análise de erros:* o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica. Coleção Tendências em Educação Matemática, 2008.

DE LA TORRE, S. *Aprender com os erros:* o erro como estratégia de mudança. Porto Alegre: Artmed, 2007.

FELTES, R. Z. *Análise de erros em potenciação e radiciação:* um estudo com alunos de ensino fundamental e médio. 2007. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática)-Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

JUNIOR, F. S. C. *Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no Ensino Médio.* 2011. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

KILPATRICK, J.; GOMES, P.; RICO, L. *Educación matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1998, p.69-108. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf >. Acesso em: 25 mar. 2014.

LIMA, D. T. *Erros no processo de resolução de equações do 1o grau*. 2010. 223 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

LIMA, I. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v.13, n.2, p.359-385, 2011.

LIMA, R. N. *Equações Algébricas no Ensino Médio:* uma jornada por diferentes mundos da matemática. 2007. 358 f. Tese (Programa em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

OLIVEIRA, G. P.; FERNANDES, R. U. O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v.12, n.3, p.547-577, 2010.

PINTO, N.B. *O erro como estratégia didática*. São Paulo: Papirus, 2000.

RAMOS, M. L. P. D. Detecção, identificação e retificação: as três fases no tratamento e na correção dos erros. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. *Anais*... Curitiba: ENEM-PR, p.1-14, 2013. 1 CD-ROM.

RAMOS, M. L. P. D.; CURI, E. Análise de erro em avaliação de sistemas digitais: uma questão com lógica AND e flip-flop. *Revista Eletrônica em Educação Matemática*, Florianópolis, v.8, n.1, p.232-247, 2013.

RAMOS, M. L. P. D.; CURI, E. Dificuldades e erros de alunos do 1º ano da educação profissional tecnológica de nível médio em matemática: reflexões e desafios. *Revista Produção Discente Educação Matemática,* São Paulo, v.3, n.1, p.67-81, 2014.

REIS, A. M. *Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio.* 2011. 171f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

RICO, L. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. In: SILVA, M. C. N.; BURIASCO, R. L. C. Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações. *Ciência & Educação*, Bauru, v.11, n.3, p.499-512, 2005.

TREVISAN, A. L.; BURIASCO, R. L. C. Avaliação em Matemática: ato de comunicação e espelho da ação. *Revista Acta Scientiae*, Canoas, v.16, n.1, p.43-56, 2014.