

# O protagonismo do estudante no Ensino Médio por meio da investigação com a metodologia de Projetos

Clarissa de Assis Olgin <sup>a</sup>  
 Claudia Lisete Oliveira Groenwald <sup>a</sup>  
 Carmen Teresa Kaiber <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, RS, Brasil

*Recebido para publicação 16 fev. 2021. Aceito após revisão 15 jul. 2021.  
 Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald*

## ABSTRACT

**Background:** Developing autonomy, the ability to solve problem situations, make decisions and act for the benefit of your social environment are skills of modern life and can be developed in the school environment, along with mathematical content, and can be viable through the methodology of project using active methodologies and the resources of digital technologies.

**Objectives:** Discuss the Mathematics Curriculum or the work projects as a pedagogical proposition based on the development of three projects with the thematic Cryptography, Music and Projectile Launching applicable in the High School. **Design:** Qualitative research that sought to investigate work with projects in High School was used. **Setting and Participants:** Experiments developed with two classes of high school students in Rio Grande do Sul. **Data collection and analysis:** Data collection took place during the development of the project stages, through students' written records and questionnaires. **Results:** It is considered that the Work Projects developed constituted a possibility to modify the role of the student and the teacher, allowing students to become active, participative and committed to the development of their knowledge. **Conclusions** It is understood that students, their learning and development must be the focus of the educational process. Therefore, the school curriculum must enable students to assume the role and responsibility for their learning.

**Keywords:** Mathematics Curriculum; Active Methodologies; Work Projects; Digital Technologies; Skills of modern life.

## RESUMO

**Contexto:** Desenvolver a autonomia, a capacidade de resolver situações problemas, tomar decisões e atuar em benefício do seu meio social são competências da vida moderna e podem ser desenvolvidas no ambiente

Corresponding author: Clarissa de Assis Olgin. Email: clarissa\_olgin@yahoo.com.br

escolar, juntamente com os conteúdos matemáticos, podendo ser viável por meio da metodologia de projetos de trabalho, utilizando-se metodologias ativas e os recursos das tecnologias digitais. **Objetivo:** Discutir no Currículo de Matemática os projetos de trabalho como proposta pedagógica a partir do desenvolvimento de três projetos com as temáticas Criptografia, Música e Lançamento de Projéteis aplicáveis no Ensino Médio. **Design:** Foi utilizada a pesquisa qualitativa que buscou investigar o trabalho com projetos no Ensino Médio. **Ambiente e participantes:** Experimentos desenvolvidos com duas turmas de estudantes do Ensino Médio, no Rio Grande do Sul. **Coleta e análise de dados:** A coleta de dados ocorreu ao longo do desenvolvimento das etapas dos projetos, por meio de registros escritos dos estudantes e questionários. **Resultados:** Considera-se que os Projetos de Trabalho desenvolvidos se constituíram em uma possibilidade de modificar o papel do estudante e do professor, possibilitando aos estudantes tornarem-se sujeitos atuantes, participativos e comprometidos com a elaboração de seu conhecimento. **Conclusões:** Entende-se que os estudantes, suas aprendizagens e desenvolvimento devem ser o centro processo educativo. Para tanto, é preciso que o currículo escolar possibilite aos alunos assumir o protagonismo e a responsabilidade sobre suas aprendizagens. **Palavras-chave:** Currículo de Matemática; Metodologias Ativas; Projetos de Trabalho; Tecnologias Digitais; Competências da vida moderna.

## INTRODUÇÃO

As condições impostas pela vida moderna, quando somos chamados a atuar em um mundo em constante transformação, cada vez mais dependente das tecnologias e que, a todo momento, nos apresenta novos desafios, tanto individuais como coletivos, exigem que os indivíduos desenvolvam autonomia, capacidade de resolver situações-problema, tomar decisões, atuando em benefício do seu meio social. Nesse contexto, a Educação, e particularmente a Educação Matemática, têm a responsabilidade de desenvolver um trabalho que possibilite aos estudantes, desde muito cedo, atuarem em ambientes que contribuam para sua formação como cidadãos atuantes nesse mundo cada vez mais exigente.

Porém, uma educação centrada no protagonismo dos estudantes, onde tenham a oportunidade de participar ativamente e de assumir a responsabilidade sobre suas aprendizagem e desenvolvimento, exige um planejamento curricular que permita essa ação e protagonismo. Nesse contexto, entendemos que a utilização de metodologias ativas, incluindo

aí um trabalho com projetos, aliadas a recursos das tecnologias digitais têm muito a contribuir.

Os projetos são considerados uma metodologia ativa, que estão alicerçados no princípio teórico, que consideramos significativo, que é a formação da autonomia, de um sujeito crítico, com condições para atuar no mundo moderno. As ideias de Freire (2014) fundamentam essa teoria rompendo com a ideia de que os estudantes são, somente, recipientes passivos de informação. Muito além de serem sujeitos passivos, são pessoas inquietas, que podem refletir sobre diferentes temáticas e desenvolver estratégias de solução para enfrentar situações-problema de certa complexidade (Mora & Rivera, 2004). A metodologia de projetos permite a utilização de diferentes temas de interesse que são importantes para a formação do estudante, oportunizando não apenas um trabalho com os conteúdos escolares, mas uma formação que relacione os mesmos aos aspectos sociais, culturais e políticos.

Assim, neste artigo, apresentamos três projetos de trabalho, desenvolvidos com estudantes do Ensino Médio. O primeiro, com o tema Criptografia e Funções, o segundo com o tema Música, envolvendo Trigonometria e o terceiro, sobre Lançamento de Projéteis e o estudo de Funções, Movimento Retilíneo Uniforme e Uniformemente Variado e Lançamento Oblíquo.

## **CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E OS TEMAS CONTEMPORÂNEOS E DE INTERESSE PARA A FORMAÇÃO DE UM CIDADÃO**

Segundo Pacheco (2005), o Currículo Escolar precisa ser organizado em função dos objetivos e das finalidades educacionais, considerando as crenças e os saberes da comunidade escolar, visto a partir de uma perspectiva política da Educação; precisa estabelecer as relações entre escola e sociedade, ponderando a respeito dos interesses individuais, coletivos, políticos e ideológicos.

Pesquisas como a de Olgin (2015) salientam a necessidade de abordar os conhecimentos definidos no Currículo de Matemática, do Ensino Médio, utilizando temas de interesse, que irão abordar assuntos contemporâneos e relevantes para a formação dos estudantes, que visem potencializar as trilhas curriculares de forma a possibilitar os

conhecimentos necessários para o desenvolvimento dos conteúdos expressos no Currículo, integrados a situações da vida profissional, pessoal e social dos sujeitos.

Entendemos que trabalhar com temas de interesse, onde os estudantes investigam situações em diferentes contextos, pode proporcionar, a eles, além dos conhecimentos advindos da própria disciplina, outros conhecimentos referentes aos contextos sociais, culturais, políticos e econômicos, sendo um caminho para a formação de um futuro cidadão atuante e comprometido.

Segundo Olgin (2015), os conhecimentos matemáticos podem ser desenvolvidos interligados a oito temáticas: Contemporaneidade, Político-Social, Cultura, Meio Ambiente, Conhecimento Tecnológico, Saúde, Temáticas Locais e Temáticas Intramatemáticas. Esse conjunto de temáticas visa contemplar, no Currículo de Matemática, uma educação crítica, transformadora, reflexiva, rica em contextos, indo além de uma organização curricular fragmentada e sem conexão com a realidade (Skovsmose, 2008, 2013, 2014). Olgin (2015) pondera que, ao trabalhar com temas de interesse, se faz necessário refletir sobre: o que ensinar, como ensinar e por que ensinar, seguindo os princípios de Coll et al. (1998). O que ensinar refere-se ao desenvolvimento de atividades didáticas integrando as temáticas aos conhecimentos matemáticos; o como ensinar está relacionado ao processo de desenvolvimento do trabalho interdisciplinar por meio de projetos de investigação; por que ensinar utilizando temáticas e a metodologia de projetos interdisciplinares está relacionado à potencialização do processo de ensino e aprendizagem, por meio de temas importantes para a formação dos estudantes.

Encontramos nos documentos curriculares brasileiros, a necessidade de tratar, ao longo do Currículo, assuntos do mundo atual, que gerem impactos na vida em sociedade (Brasil, 2017, 2019a). Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2017), aponta para a importância de relacionar os conhecimentos escolares e extraescolares para a formação de estudantes aptos a lidar com diferentes situações-problema, indicando a necessidade de se desenvolver no Currículo Escolar propostas pedagógicas que contemplem a abordagem de distintos temas que permeiam a vida humana.

Tais temáticas são apresentadas na BNCC nas habilidades de cada componente curricular, indicando um trabalho de forma contextualizada, transversal e integradora do currículo, por meio de assuntos como, educação ambiental, educação alimentar e nutricional, educação em direitos humanos, educação para o consumo, educação financeira e fiscal, trabalho, ciência e tecnologia, entre outros (Brasil, 2017).

De acordo com o documento que apresenta os Temas Contemporâneos Transversais (TCT) (BRASIL, 2019a) buscam relacionar os diferentes componentes curriculares, estabelecendo conexões entre as situações já vivenciadas pelos estudantes em seus contextos, bem como contribuir para a contextualização dos objetos do conhecimento das diferentes áreas elencadas na BNCC (Brasil, 2019a).

O desenvolvimento de TCT no Currículo Escolar almeja garantir que, na Educação Básica, sejam abordadas temáticas que possibilitem aos estudantes uma formação ampla, voltada para o trabalho, para a cidadania e para a democracia, atendendo às peculiaridades regionais e locais. Esses temas são apresentados em seis macroáreas temáticas, sendo o Meio Ambiente, Economia, Saúde, Cidadania e Civismo, Multiculturalismo e Ciência e Tecnologia (Brasil, 2019a). A metodologia de trabalho proposta para o desenvolvimento dos TCT está pautada em quatro pilares: problematizar a realidade e as situações de aprendizagem; superar a concepção fragmentada do conhecimento para uma visão sistêmica; integrar as habilidades e competências curriculares à resolução de problemas; promover um processo educativo continuado e do conhecimento como uma construção coletiva (Brasil, 2019b). Assim, esses pilares fundamentam a elaboração de estratégias que conectem os diferentes componentes curriculares aos TCT, de forma a oportunizar que o “estudante ressignifique a informação procedente dos diferentes saberes disciplinares e transversais, integrando-os a um contexto social” (Brasil, 2019b, p. 9).

Nesse sentido defendemos que a metodologia de projetos de trabalho, abordando temas de interesse e com um trabalho interdisciplinar, se constitui em uma das metodologias que estão adequadas a uma Educação que levem a formação integral do estudante, com o desenvolvimento das competências necessárias para viver na sociedade moderna.

## **PROJETOS DE TRABALHO: INVESTIGANDO O PROTAGONISMO DO ESTUDANTE**

As metodologias de ensino estão em transformação, sempre com o objetivo de motivar, estimular e estabelecer condições para que os estudantes assumam a responsabilidade da sua aprendizagem, para que possam atuar como agentes ativos e comprometidos com seu aprender. Essas reflexões levam à possibilidade de um planejamento didático para o desenvolvimento de competências, com o apoio nas denominadas Metodologias Ativas, as quais valorizam a participação efetiva dos estudantes na construção do conhecimento e no desenvolvimento de competências. Assim, abre-se a possibilidade que os estudantes aprendam em seu próprio ritmo, tempo e estilo, por meio de diferentes formas de experimentação e compartilhamento, dentro e fora da sala de aula, com mediação dos professores, incorporando os recursos digitais (Bacich & Moran, 2020).

Para Bastos (2006, p. 10) as Metodologias Ativas são “processos interativos de conhecimento, análise, estudos, pesquisas e decisões individuais ou coletivas, com a finalidade de encontrar soluções para um problema.”. Os autores Mitre *et al.* (2008) salientam que as Metodologias Ativas utilizam a problematização como estratégia para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, com o objetivo de alcançar e motivar o estudante, pois diante do problema, ele se detém, examina, reflete, relaciona aos conhecimentos que já possui e passa a ressignificar suas descobertas, entendendo que a problematização pode levar o aluno ao contato com as informações e à produção do conhecimento.

Concordamos com Berbel (2011) quando afirma que aprender por meio da problematização e/ou da resolução de problemas, nesse caso, problemas que envolvam os conhecimentos matemáticos, possibilita o envolvimento ativo dos alunos no seu processo de formação. Se é importante que os alunos sejam proativos, é necessário adotar metodologias em que estes se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de atividades, materiais e recursos relevantes.

Ramos, Teodoro e Ferreira (2011) destacam que uma das características da sociedade contemporânea é uma nova relação das

pessoas com a Ciência, onde os conhecimentos científicos, tecnológicos e sócio-históricos, com destaque para as formas de comunicação e de gestão dos processos sociais e produtivos, seriam pressupostos da própria vida em sociedade, em que as relações sociais são cada vez mais mediadas pela tecnologia e pela informação. Entendemos que a metodologia de Projetos de Trabalho pode favorecer o desenvolvimento dos aspectos mencionados, pois propicia a interação entre os alunos, o trabalho em equipe, a relação entre os conhecimentos de diferentes áreas, pois é uma atividade eminentemente de construção do conhecimento (Barbosa & Moura, 2013) onde cabe aos estudantes, durante sua realização, solucionar problemas, ter novas experiências e construir novos conhecimentos.

Para Groenwald, Silva e Mora (2004), esse método pode ser definido como uma busca organizada de respostas a um conjunto de interrogações em torno de um problema ou tema relevante do ponto de vista social, individual ou coletivo, o qual pode ser trabalhado dentro ou fora da sala de aula com o trabalho colaborativo e cooperativo envolvendo toda a comunidade escolar.

Hernandez e Ventura (2017) apontam que, durante o desenvolvimento de um projeto de trabalho, pode-se verificar que ele contribui para a formação dos alunos, auxiliando na aprendizagem, visto que passam a organizar um planejamento; buscar, selecionar e interpretar as informações pesquisadas; realizar um dossiê de síntese; e avaliar todo processo em grupo e com o professor. Nesse movimento, “formam um anel contínuo de significações no processo de aprendizagem” por meio do projeto desenvolvido (Hernandez & Ventura, 2017, p. 73).

Barbosa e Moura (2013) complementam que participar do desenvolvimento de um projeto, pode enriquecer as experiências, os conhecimentos e as habilidades dos alunos, pois um projeto, por ser único, depende da aplicação de conhecimentos específicos e metodologias apropriadas para organizar, interpretar e analisar os dados obtidos para responder o problema.

Para Groenwald, Silva e Mora (2004), a metodologia de projetos é uma concepção de ensino que considera os alunos pessoas inquietas que podem refletir sobre diferentes temáticas e desenvolver estratégias de solução para enfrentar situações-problema de certa complexidade, de forma que desenvolvam competências e conhecimentos ao trabalharem

na busca de soluções aos problemas propostos, integrando teoria e prática, que busque o desenvolvimento de competências, que levem à formação de estudantes flexíveis e adaptáveis à realidade contemporânea, sem detrimento de um base sólida dos conhecimentos escolares sistematizados.

Em um projeto de trabalho pode-se identificar quatro pilares, sendo “a liberdade de escolha do tema” por parte dos alunos, a partir da negociação com o professor; “a formação de grupos de alunos” para o desenvolvimento do projeto em equipe; “a visão de um laboratório aberto, sem fronteiras”, no qual os alunos se utilizam de diferentes recursos e espaços para a realização do projeto; e a “socialização dos resultados”, onde os alunos apresentam os dados obtidos e as respostas encontradas no desenvolvimento do projeto (Barbosa & Moura, 2013).

Segundo Mora (2003), existem diferentes formas de organização das fases de um projeto de trabalho, sendo a mais usual apresentada na Figura 1.

**Figura 1**

*Fases de um Projeto de Trabalho (Adaptado de Mora, 2003)*



A fase “Iniciativa” está relacionada a elaboração do projeto, podendo surgir diferentes ideias para a determinação do tema. Com certa frequência, as ideias e iniciativas que precedem o trabalho pedagógico mediante o método por projetos surgem dos professores, porém a iniciativa pode vir dos estudantes ou dos pais e demais membros da comunidade escolar e extraescolar como impulsionadores de temáticas que devem ser desenvolvidas.

A fase “Discussão” refere-se à interação entre professores e alunos a respeito do tema escolhido, os integrantes do projeto decidem o que fazer e como fazer. Cada participante deve ter a possibilidade de expressar sua opinião ou ponto de vista em torno das características do projeto e cada aluno deve estar consciente do seu papel no projeto, apontando suas ideias, conhecimentos e experiências.

A fase “Planificação” é o desenvolvimento de um plano de ação, no qual serão decididos: os prazos; as responsabilidades de cada membro do grupo; os recursos materiais, humanos e técnicos necessários à realização do projeto. É importante que todos os participantes assumam uma conduta ativa e tenham presente qual o seu papel em cada uma das atividades do projeto. Importante salientar que essa fase pode ser revisitada ao longo de todo o projeto, podendo ser reformulada a qualquer momento.

A fase “Realização” caracteriza-se pelo envolvimento dos alunos na investigação, sendo a fase mais rica e ativa, pois os alunos manifestam a sua criatividade e habilidades frente aos problemas que vão surgindo na execução do projeto. Os participantes passam a execução detalhada de cada aspecto do projeto e os professores além de auxiliar os alunos, precisam preparar adequada e sistematicamente aqueles conhecimentos específicos próprios das disciplinas integradas ao projeto, e consolidar tais conteúdos, cuidando para não haver um descuido dos conteúdos das áreas específicas.

O “Fechamento” é a fase que corresponde a apresentação dos resultados, podendo ter duas orientações: existem projetos que estão centrados no processo e outros cujo objetivo fundamental é a obtenção de um produto. Em cada caso deve-se levar em consideração se os participantes conseguiram alcançar os objetivos previstos na realização do projeto.

A fase “Avaliação” envolve a análise das fases de construção e realização do projeto, considerando tanto o trabalho escrito e apresentado, quanto o envolvimento dos estudantes ao longo de cada fase. O método de projetos exige uma avaliação formativa permanente, complementada com a apresentação final dos resultados. A avaliação deve acontecer de forma grupal, coletiva e com autoavaliação.

Insistimos que os estudantes devem ser o centro do processo de ensino e aprendizagem e os professores se constituem, junto com outros participantes, em moderadores e facilitadores do processo. Isto permite à participação ativa dos estudantes por meio da, investigação, discussão e decisões sobre os temas investigados, podendo levar ao desenvolvimento da criatividade e a independência dos alunos, possibilitando maior motivação e interesse na realização do projeto.

Entendemos que a metodologia de projetos visa promover um ensino apoiado na participação ativa, reflexiva e crítica do aluno, no trabalho autônomo e coletivo, no qual ele esteja fortemente comprometido com a construção do seu conhecimento, por meio do trabalho com problemas ou temas de interesse para a sua formação integral e o desenvolvimento de competências de forma que se formem cidadãos ativos e comprometidos com forte atuação na sociedade.

## **PROJETOS DE TRABALHO E O PROTAGONISMO DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**

Serão apresentados três projetos de trabalho, desenvolvidos com estudantes do Ensino Médio, envolvendo as temáticas Música, Criptografia e Lançamento de Projéteis. No que se refere à organização do trabalho com projetos, nos três projetos, a opção foi por seguir orientações e fases apontadas por Mora (2003): Iniciativa, Discussão, Planificação. Realização e Fechamento.

### ***1º Projeto – Matemática, Física e Música: uma proposta de investigação interdisciplinar***

Esse projeto está em desenvolvimento no âmbito de uma dissertação de mestrado, no Programa de Pós-graduação em Ensino de

Ciências e Matemática (PPGECIM), na Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), de autoria de Lucas Teixeira<sup>1</sup>, orientado pela professora Claudia Lisete Oliveira Groenwald.

O objetivo é integrar os temas Matemática, Física e Música, com atividades contextualizadas, integrando a cultura brasileira musical no currículo de Matemática no Ensino Médio. Apresenta-se uma proposta para uma turma do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola estadual da cidade de Canoas, no estado do Rio Grande do Sul.

Justificamos a escolha desse tema porque entendemos que a Matemática é uma disciplina que desenvolve conhecimentos abstratos e que, em muitas situações de sala de aula, os estudantes não encontram utilidade para o que está sendo proposto, sendo importante para a aprendizagem que os estudantes possam relacionar teoria e prática.

Segundo Nunes (2018), os conhecimentos, para serem válidos e que possam sentido para os alunos, devem passar pela contextualização e a globalização, sem o qual corremos o risco de trabalhar elencando apenas conteúdos, sem usá-las como instrumentos para pensar o espaço no qual estamos inseridos.

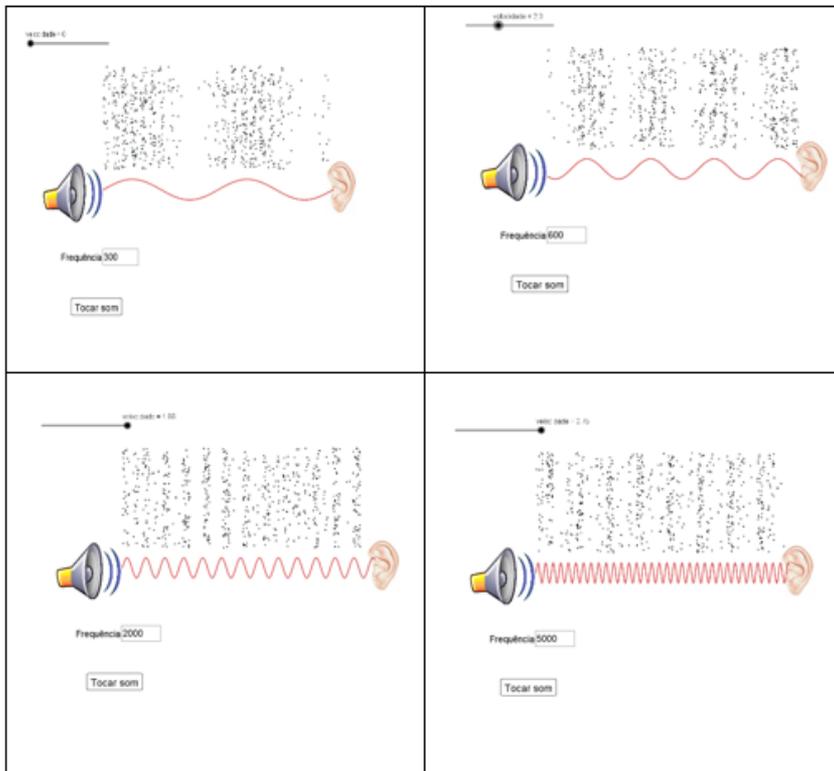
Buscamos relacionar o estudo das funções trigonométricas com as características físicas do som na execução e elaboração de sons musicais. Além das funções trigonométricas serem associadas ao fenômeno sonoro, as frações também são relacionadas ao andamento musical, assim como, o conceito de múltiplos pode ser usado para as distintas escalas musicais. Na Figura 2 observamos, por meio de um objeto de aprendizagem, desenvolvido no *software* GeoGebra, a relação entre a função seno, a frequência e o som produzido.

---

<sup>1</sup> Estudante de mestrado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil, bolsista pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES).

## Figura 2

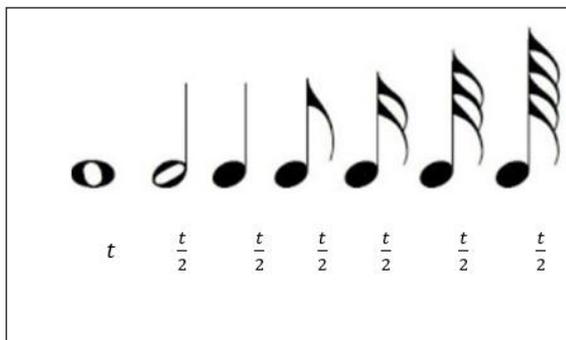
Objeto de aprendizagem no software GeoGebra  
(<http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio>)



Na Figura 3 observamos a relação entre as frações e as notas musicais.

### Figura 3

#### *Notas musicais e as frações*



Percebemos a interdisciplinaridade (Matemática, Física e Música) compondo aspectos interdisciplinares do conhecimento a ser desenvolvido. Salientamos, também, o fator cultural que visamos abordar nesse projeto. Sarti (2001) discorre sobre a forma que a cultura impacta nas formas de expressão, pois os sentimentos regem-se por códigos culturais, constituídos pela coletividade, que sanciona as formas de manifestação, revelando a cultura como uma poderosa influenciadora da expressão social, seja de sensações ou de sentimentos. Esta expressão se dá de distintas formas, não acontecendo apenas na forma de arte, mas também nas crenças e valores de uma civilização.

A música consiste em uma forma de expressão cultural muito popular no mundo, e que, com certeza, faz parte do mundo jovem. Contudo, além de aproximar a Ciência e a Arte, objetivamos avaliar os impactos de uma abordagem na perspectiva cultural na Matemática, aliando os aspectos da interdisciplinaridade e das tecnologias digitais.

O Brasil possui uma grande variedade musical, representando o peso da cultura e das principais características das regiões brasileiras. Para uma exemplificação desta diversidade, basta analisarmos os estilos musicais característicos de cada região. Na região Sul tem-se como principal destaque cultural, a música tradicional gaúcha, ou Música Nativista. Até mesmo para um músico experiente, não conhecer a cultura gaúcha traria dificuldades para ele interpretar as composições musicais desta região, uma vez que a música nativista é construída em um andamento mais lento, com arranjos e letras rimadas, no geral

conotativas e metafóricas, principalmente referindo-se ao campo, ao amor pelo Estado do Rio Grande do Sul, ao cavalo (um dos símbolos gaúchos) e a mulher, a prenda.

Nas etapas de iniciativa e discussão foi discutido, no grupo de pesquisa e na escola de desenvolvimento do projeto, a importância de introduzir a metodologia de projetos para o desenvolvimento de competências que são consideradas importantes para os estudantes do Ensino Médio. Também foram discutidas qual ano do Ensino Médio e quais estudantes teriam interesse em participar. Foi decidido a organização de uma sequência didática com atividades que explorem as relações entre os temas, com constante reconstrução de significados, envolvendo conhecimentos, atividades práticas e recursos tecnológicos, buscando relacionar teoria e prática. Devido às adversidades vividas no ano de 2020, em função da pandemia do vírus Sars-Cov-2, foi proposto uma adaptação das atividades para a plataforma Google *Classroom*. A escolha desta plataforma vem ao encontro das estratégias adotadas pelo Estado do Rio Grande do Sul na continuidade das aulas do Ensino Médio com aula a distância. Na etapa de planejamento organizou-se a sequência de atividades e os recursos que seriam possíveis de serem trabalhados com os estudantes. Apresentamos as atividades na Tabela 1.

## **Tabela 1**

### *Atividades desenvolvidas no Projeto*

<b>Atividade</b>	<b>Ações do projeto</b>
<b>Atividade 1</b>	Revisitar os conceitos de Funções Trigonométricas, uma vez que, ao se trabalhar a organização de sons, é importante que esta ferramenta de modelagem seja de fácil compreensão, para que seja possível relacionar aos conceitos Físicos. Em seguida, está proposto a relação entre os conceitos Matemáticos e os Físicos, dentro do fenômeno sonoro. Os conceitos de frequência estão associados a percepção de sons agudos e graves, por exemplo.
<b>Atividade 2</b>	Introduzir o universo musical, tratando a Música como a Ciência e a Arte de combinar sons. Neste ponto é explorado toda a história do desenvolvimento da Música Ocidental, desde o experimento do “monocórdio”, realizado pelos pitagóricos, até a atual musical digital, passando, ainda, pelas principais escalas musicais. O enfoque deste momento fica em analisar, matematicamente, como se dá a organização musical.

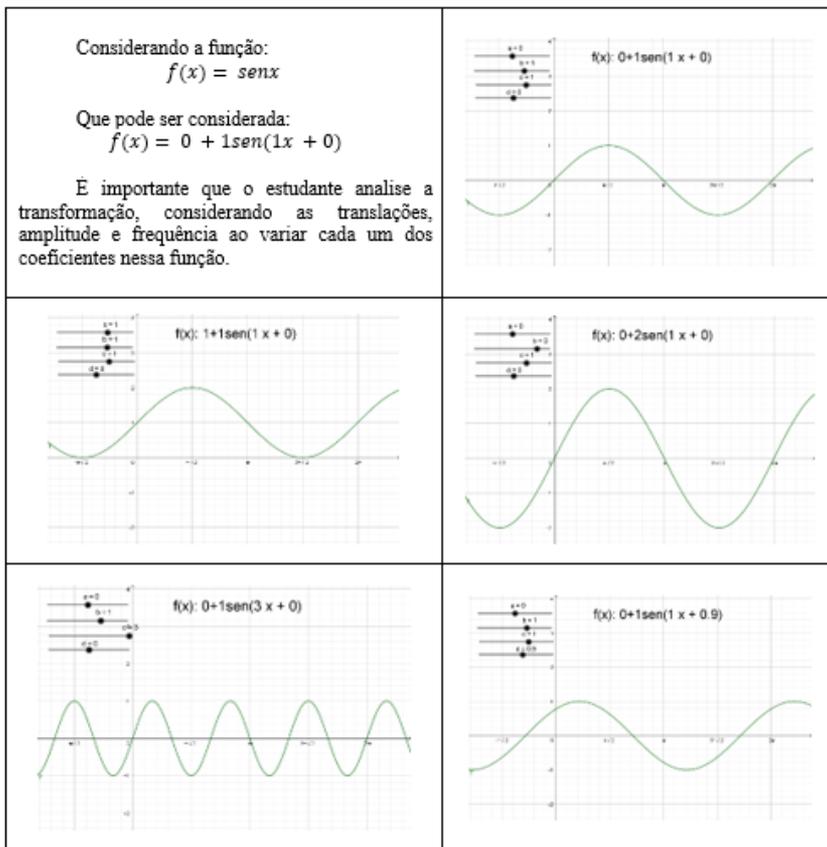
- Atividade 3** Estudo dos andamentos musicais, onde são analisados a velocidade de execução de determinadas Músicas e de que forma ocorre essa organização. Os conceitos de fração e decimais são explorados, pois as marcações e pulsos de uma música podem ser escritos musicalmente fazendo uso destes conceitos.
- Atividade 4** Análise dos estilos musicais brasileiros, estes, segmentados por região. Investigação sobre a variedade cultural brasileira no quesito “Música”. Também, os conceitos observados anteriormente na sequência de atividades podem ser utilizados para “analisar” as composições musicais típicas de cada região.
- Atividade 5** Espaço de criação, sem critérios ou recomendações, de uma música seguindo os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores. É utilizado a página *Chrome Music Lab*, para que os alunos possam criar suas próprias composições.
- 

Como exemplo de atividade, na parte inicial da sequência, que trata da revisão de funções trigonométricas e as características do som, é utilizado o *software* GeoGebra, para a realização do estudo da variação dos parâmetros das funções.

Para a execução de sons provenientes do gráfico de funções periódicas, na construção do objeto de estudo, é necessário a construção de uma função seno (Silva, Groenwald & Homa, 2017). Segundo os autores no campo Entrada na parte inferior do GeoGebra, insere-se a função  $f(x) = a + b * \text{sen}(c * x + d)$ , onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são controles deslizantes representando os parâmetros da função criada. Utilizando esta ferramenta, a atividade consiste em criar oportunidades aos alunos de relacionarem os parâmetros da função, não apenas à sua influência em seu gráfico, mas também de que forma estes parâmetros influem no som proveniente do mesmo (Figura 4).

## Figura 4

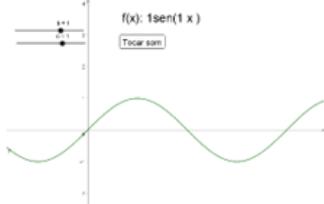
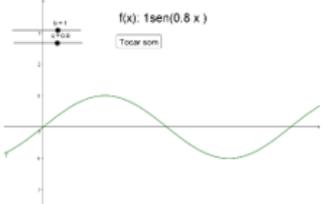
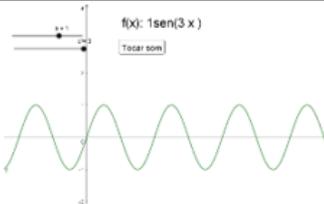
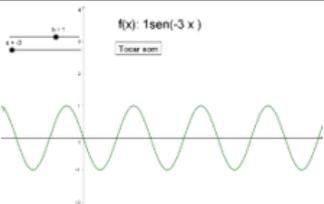
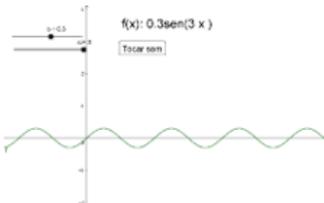
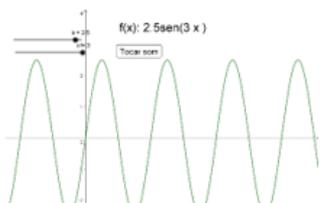
*Função seno e a variação dos coeficientes com o software GeoGebra (Silva, Groenwald & Homa, 2017)*



A seguir apresentamos o objeto de aprendizagem, onde é possível identificar o som de acordo com a variação da função seno (Figura 5).

## Figura 5

### *O som conforme a função seno*

Som de referência, com frequência padrão.	Som com 0.8 da frequência, mais grave que a referência.
	
Som com o triplo da frequência, mais agudo que os anteriores.	O coeficiente da frequência é negativo, mas o que importa é o valor absoluto que continua o triplo do som de referência.
	
Amplitude menor que a referência, som com baixa intensidade.	Amplitude maior que a referência, som com alta intensidade.
	

Ressaltamos que os conceitos matemáticos de amplitude e frequência são facilmente contextualizados analisando as propriedades físicas do som. A amplitude de uma função trigonométrica equivale ao conceito de intensidade sonora (conhecido como “volume”), quanto maior a intensidade de um som, maior a quantidade de decibéis emitidos pela fonte sonora. No caso da frequência de uma função trigonométrica, temos a relação de som agudo versus som grave caracterizado pela altura do som. Quanto maior a frequência, o som resultante é cada vez mais agudo e quanto menor a frequência, mais grave é este som. Em

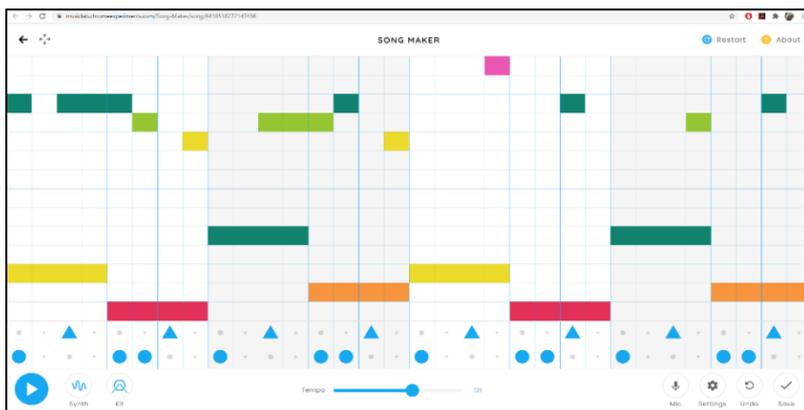
linguagem usual utilizamos os termos “alto” e “baixo” para caracterizar os sons agudos e graves, porém esta descrição deve ser evitada, pois alto e baixo são comumente utilizados para referir-se à intensidade sonora.

Na parte “musical” da sequência, as atividades propostas consistem em análise dos andamentos musicais de músicas da atualidade, solicitando aos alunos uma breve descrição das sensações sentidas ao ouvir determinada música e como o andamento musical, adotado pelo artista, influi neste quesito.

Na finalização, foi solicitado aos grupos que criassem músicas de maneira livre. A página Chrome Music Lab permite que se crie, de maneira intuitiva e lúdica, músicas a partir de instrumentos pré-definidos (Figura 6).

### Figura 6

*Música no Song Maker do Chrome Music Lab*  
(<https://musiclab.chromeexperiments.com/Song-Maker/song/6410518272147456>)



No módulo Song Maker, os usuários podem criar músicas com distintos andamentos e combinações de notas musicais apenas preenchendo quadrinhos coloridos. Também há a opção de diferentes instrumentos melódicos e percussivos para aumentar a variedade de possibilidades. O que se espera dos alunos neste ponto é analisar se as notas musicais escolhidas nas composições pertencem a uma mesma escala (objeto de estudo da sequência didática que retrata a combinação harmoniosa entre distintas notas) bem como verificar se a divisão 4/4 é respeitada na organização musical.

Na avaliação optou-se por acompanhar todo o processo de forma constante e contínua, durante o trabalho nos grupos. A observação e análise das produções dos alunos é a principal ferramenta de extração de dados do projeto.

Os resultados esperados seguem dois questionamentos principais:

1. Os estudantes conseguem associar as relações existentes entre Matemática e Música?

2. Quais são os aspectos educacionais considerados positivos para o desenvolvimento de projetos utilizando a perspectiva cultural?

Esperamos que os alunos possam compreender as relações diretas entre Matemática e Música e de que forma a Ciência está presente na arte. Além disso, o protagonismo do estudante será avaliado nos momentos em que solicitamos a análise musical de diferentes estilos musicais e em suas composições, uma vez que a descrição dos sentimentos/sensações é um fator com alta subjetividade e com característica cultural bem marcante. Salientamos que buscamos possibilitar momentos de reflexão nos grupos de trabalho, sobre o impacto que a cultura tem no seu meio e que os fenômenos musicais estão relacionados aos conhecimentos de Matemática e Física.

## **2º Projeto – *Criptografia no ensino de funções polinomiais do 1º grau***

O projeto “Criptografia no ensino de funções polinomiais do 1º grau” teve como objetivo abordar, no Ensino Médio, um tema atual que faz parte da vida em sociedade e que permite o desenvolvimento de situações didáticas com os conteúdos matemáticos. Foi desenvolvido com 18 estudantes de uma turma do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede privada do município de Farroupilha, no Rio Grande do Sul.

A Criptografia é um tema Contemporâneo, presente em diversas situações da vida cotidiana, como nas autenticações de pagamentos, comunicação via internet, verificação de códigos de barra, nos navegadores de internet, nas transações financeiras online, entre outras. Segundo Groenwald e Franke (2007) esse tema pode auxiliar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, por meio de atividades

didáticas de codificação e decodificação envolvendo os conteúdos matemáticos.

Complementa Olgin (2011) que essa temática quando desenvolvida de forma organizada e planejada pode possibilitar: o aprimoramento dos conhecimentos dos estudantes; o enriquecimento das aulas de Matemática, com atividades e jogos de codificação e decodificação com os conteúdos que são trabalhados no Ensino Médio; a contextualização dos conteúdos abordados; o trabalho com a resolução de problemas, onde os estudantes realizam o levantamento das informações relevantes, elaboração de hipóteses, verificação e validação das mesmas; a ressignificação dos conteúdos matemáticos.

O projeto introduziu o tema com uma abordagem histórica, buscando identificar o surgimento da necessidade de se utilizar métodos para manter as informações seguras. Objetivou apresentar atividades para revisão e aprofundamento do conteúdo de funções.

Nas etapas de “Iniciativa” e “Discussão” foram realizadas as ações: apresentação da temática Criptografia, determinação dos grupos de estudantes (4 grupos, denominados Grupo A, Grupo B, Grupo C e Grupo D); pesquisa sobre o tema e a discussão entre os membros de cada grupo a respeito da temática pesquisada, sendo que esse momento foi mediado pelo professor.

A etapa de “Planejamento” foi a elaboração e organização das atividades didáticas para o desenvolvimento do projeto (Tabela 2).

**Tabela 2**

*Modelo de planejamento e desenvolvimento das atividades*

Nº	Atividades	Objetivos
1	Apresentação da pesquisa realizada pelos estudantes, na <i>Internet</i> , sobre o conceito de Criptografia.	Investigar o conceito e as aplicações do tema Criptografia, visando a compreensão da sua importância para a vida no mundo moderno.
2	Apresentação do histórico de Criptografia e discussão	Compreender a evolução do tema Criptografia ao longo da história.

	de exemplos de situações criptografadas.	Conhecer e aplicar os diferentes métodos utilizados para codificar e decodificar mensagens.
3	Decifrar mensagens criptografadas com uso de funções do 1º grau.	Perceber a relação entre o tema Criptografia e o conteúdo de função do 1º grau, decifrando mensagens.
4	Desafio direcionado aos grupos para decodificação de mensagens criptografadas.	Explorar os conteúdos imagem da função do 1º grau e resolução de sistemas de equações lineares de duas variáveis.
5	Desenvolvimento de uma mensagem criptografada e endereçada aos grupos.	Aplicar os conhecimentos desenvolvidos durante o projeto para a elaboração de uma mensagem a ser desvendada por outro grupo.

---

Como exemplo da atividade 2, apresentamos na Figura 7 a Cifra de César, a Cifra do Chiqueiro, a Cifra de Playfair e a Cifra ADFGVX.

## Figura 7

*Exemplos de atividades envolvendo aplicações da história da Criptografia (Adaptado de Olgin, 2011)*

**CIFRA DE CÉSAR**

A cifra utilizada por Júlio César consistia em substituir cada letra da mensagem original por outra que estivesse três casas à frente no mesmo alfabeto, conforme o quadro a seguir. César utilizava o alfabeto normal para escrever a mensagem e o alfabeto cifrado era utilizado para codificar a mensagem que seria enviada.

ALFABETO NORMAL	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
ALFABETO CIFRADO	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Exemplo de codificação, utilizando a Cifra de César.

TEXTO NORMAL	ALEGRE
TEXTO CODIFICADO	DOHJUH

**CIFRA DO CHIQUEIRO**

Cifra de substituição monoalfabética, é a Cifra do Chiqueiro, utilizada pelos maçons livres, para guardar seus segredos (SINGH, 2003). A cifra consiste em substituir uma letra por um símbolo, seguindo o padrão apresentado na figura a seguir.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

J	K	L
M	N	O
P	Q	R

S	
T	U
V	

W	
X	Y
Z	

Padrão utilizado pela Cifra do Chiqueiro.

A codificação da Cifra do Chiqueiro é realizada encontrando a posição da letra em uma das quatro grades da figura 6 e desenhando a porção da grade que representa a letra a ser codificada.

Exemplo de codificação, utilizando a Cifra.

TEXTO NORMAL	CASAL
TEXTO CODIFICADO	└┐┘┑┒┓

**CIFRA DE PLAYFAIR**

Outro tipo de cifra é a de Playfair, criada por Charles Babbage e seus amigos Sir Wheatstone e o barão Lyon Playfair. Essa cifra substitui cada par de letras da mensagem a ser codificada por outro par de letras. Para codificar, primeiramente, escolhe-se uma palavra-chave, por exemplo, ULBRA. Antes da cifragem, as letras do alfabeto são escritas em um quadrado 5X5,

começando com a palavra-chave e combinando as letras I e J em um único elemento, conforme a figura a seguir.

U	L	B	R	A
C	D	E	F	G
H	I/J	K	M	N
O	P	Q	S	T
V	W	X	Y	Z

Quadro da Cifra de Playfair.

A mensagem original é escrita em pares de letras, ou dígrafos. As duas letras, em qualquer dígrafo, devem ser diferentes, o que se consegue inserindo, por exemplo, uma letra x, caso apareçam letras iguais ou se o número de letras for ímpar. A cifragem começa da seguinte forma: se as duas letras estiverem na mesma linha, elas são substituídas pela letra imediatamente à direita de cada uma delas, se uma delas estiver no final da linha, é substituída pela letra que está no começo da linha. Se ambas as letras estiverem na mesma coluna, serão substituídas pela letra que está imediatamente abaixo de cada uma e, neste caso, se uma das letras for a última letra da coluna, será substituída pela que está no topo da coluna.

Se as letras, no dígrafo, não estiverem nem na mesma linha, nem na mesma coluna, usa-se a seguinte regra: para cifrar a primeira letra, olha-se ao longo de sua linha até chegar à coluna em que está a segunda letra; a letra que estiver nessa intersecção irá substituir a primeira letra. Para cifrar a segunda letra, utilize o mesmo raciocínio.

A seguir apresenta-se um exemplo de codificação utilizando a cifra referida.

TEXTO NORMAL	VIDA
TEXTO ORIGINAL EM PARES	VI – DA
TEXTO CODIFICADO	WH – GL

CIFRA ADFGVX

A Cifra ADFGVX, para codificar utiliza uma grade 6x6, preenchida com 36 quadrados, onde se colocam as 26 letras do alfabeto e 10 algarismos. Na primeira linha e coluna, colocam-se as letras A, D, F, G, V e X, conforme figura a seguir.

	A	D	F	G	V	X
A	8	P	3	D	1	N
D	L	T	4	O	A	H
F	7	K	B	C	5	Z
G	J	U	6	W	G	M

V	X	S	V	I	R	2
X	9	E	Y	0	F	Q

Quadro da Cifra ADFGVX.

Inicia-se a codificação, pegando-se cada letra da mensagem a ser enviada, localizando a sua posição na grade e substituindo-se pelas letras da linha e da coluna. Por exemplo, d será substituído por AG. Uma mensagem codificada por essa cifra ficará conforme a figura a seguir.

TEXTO NORMAL	LAGO
TEXTO CODIFICADO	DADVGVDG

Codificação da Cifra ADFGVX.

Para cifrar a letra L, localiza-se sua posição na grade e se substitui pelas letras que estão na sua linha e coluna, como mostra a figura.

	A	D	F	G	V	X
A	8	P	3	D	1	N
D	L					
F	7	K	B	C	5	Z
G	J	U	6	W	G	M
V	X	S	V	I	R	2
X	9	E	Y	0	F	Q

→ L=DA

Um exemplo de código com função do 1º grau apresentamos na Figura 8. As atividades têm por objetivo revisar e aprofundar o conceito de função, imagem da função, cálculo de função inversa, de forma a permitir que o aluno amplie seus conhecimentos referentes a esses conteúdos.

### Figura 8

*Exemplo de atividade com função do 1º grau (Adaptado de Olgin, 2011)*

#### Código com Função do 1º Grau

Considere a figura a seguir que, para cada letra do alfabeto, associa um número inteiro de 1 a 26 e codifique a mensagem “A vida é bela.”, utilizando o Código com Função Linear, sabendo que a função codificadora é  $f(x) = 5x + 1$ .

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Quadro do valor numérico de cada letra.

Sabe-se que:  $A = 1, B = 2, C = 3, \dots$  e  $f(x) = 5x + 1$

O texto normal é: A vida é bela.

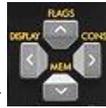
A sequência numérica do texto normal é: 1 – 22 – 9 – 4 – 1 – 5 – 2 – 5 – 12 – 1.

Para codificar, calcula-se a imagem da função para cada algarismo da sequência numérica do texto normal:

$$\begin{aligned}
 f(1) &= 5 \cdot 1 + 1 = 6 & f(22) &= 5 \cdot 22 + 1 = 111 & f(9) &= 5 \cdot 9 + 1 = 46 \\
 f(4) &= 5 \cdot 4 + 1 = 21 & f(5) &= 5 \cdot 5 + 1 = 26 & f(2) &= 5 \cdot 2 + 1 = 11 \\
 f(12) &= 5 \cdot 12 + 1 = 61
 \end{aligned}$$

Nessa atividade, pode-se orientar os alunos a utilizar os recursos de uma calculadora ou das planilhas eletrônicas para os cálculos.

Na calculadora, espera-se que o estudante a utilize da seguinte forma: digite  $5 \times 1 + 1$  e tecele *enter*, obtendo 6. Para os demais algarismos, espera-



se que eles utilizem as teclas de cursor



a tecla “clear”, para apagar o algarismo que desejam modificar, com isso, modificando apenas a variável  $x$ . Esse exemplo utiliza a calculadora 35S da HP.

No *software Excel*, espera-se que se digite na célula correspondente ao  $f(x)$  a fórmula para a determinação da imagem da função, sendo “ $=5*K3+1$ ”. A representação “K3”, significa a posição do elemento de  $x$  que corresponde ao “1”, veja a imagem a seguir.

Letra	Nº da letra	x	f(x)
a	1	1	6
v	22	22	111
i	9	9	46
d			

Send o texto codificado, a imagem de cada algarismo encontrado na função: 6 – 111 – 46 – 21 – 6 – 26 – 11 – 26 – 61 – 6

Para decodificar a mensagem: realiza-se o cálculo da função inversa, para verificar se os resultados encontrados estão corretos.

A função inversa de  $f(x) = 5x + 1$  é:

$$f(x) = 5x + 1$$

$$f(x) - 1 = 5x$$

$$\frac{f(x) - 1}{5} = x$$

Logo, a função inversa corresponde a  $f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{5}$ .

Na etapa de “desenvolvimento” foram realizadas as atividades didáticas com o tema Criptografia. Na Figura 9, apresentamos um exemplo de situação envolvendo a decodificação de uma mensagem, utilizando o conteúdo de função do 1º grau.

**Figura 9**

*Exemplo de atividade desenvolvida no projeto*

**Código com Função do 1º Grau**

**Atividade 1** - Decodifique a mensagem: “8/63/28/38/93/48/8/148/153/18/78/68/83/8/93/103/48/63/3/28/153/18/78/68/153/103/78/78/23/78/98/143”.

Utilizando o alfabeto a seguir e sabendo que a função codificadora é  $f(x) = ax + b$  e que a mensagem começa com um sinônimo para a palavra contentamento, por exemplo “euforia, alegria, felicidade, satisfação”.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C/C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>	<b>O</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
<b>R</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>U</b>	<b>V</b>	<b>W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>	<b>!</b>	<b>.</b>	<b>,</b>	<b>*</b>	<b>-</b>	<b>:</b>	<b>?</b>	
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	

**Observação:** o símbolo “\*” representa espaço entre as palavras.

O grupo A iniciou a resolução da atividade, tentando descobrir qual era a palavra-chave e a função cifradora, para decodificar a mensagem. Para isso, tomaram como palavra-chave “alegria” e a partir da função  $f(x)=ax+b$ , determinaram duas equações e encontraram os valores para “a” e “b”, resolvendo o sistema, conforme se pode observar na Figura 10.

## Figura 10

Resolução do grupo A (alunos do grupo A)

$f(x) = ax + b$   
 $f^{-1}(148) = \frac{148-3}{5} = \dots$   
 $f^{-1}(153) = \frac{153-3}{5} = 30$

ALEGRIA  $\rightarrow A=8$   $L=63$   
 $f(1)=8$   $f(12)=63$   
 $f(1)=a \cdot 1 + b$   $f(12)=a \cdot 12 + b$   
 $8 = a \cdot 1 + b$   $63 = a \cdot 12 + b$

**ALEGRIA, \* COMPARTILHE \*  
COM \* TODOS**

$8 = a \cdot 1 + b$	$8 = a \cdot 1 + b$
$63 = a \cdot 12 + b$	$8 = 5 + b$
$-8 = -a \cdot 1 - b$	$b = 3$
$63 = a \cdot 12 + b$	
$55 = a \cdot 11$	
$a = 5$	
$55$	
$a = 5$	

$f^{-1}(8) = 3$   $\leftarrow -5y = x + 3$   
 $5$   $5y = x - 3$   
 $f^{-1}(8) = 5$   $Y = X - 3$   
 $5$   $5$   
 $f^{-1}(8) = 1$   $\checkmark$

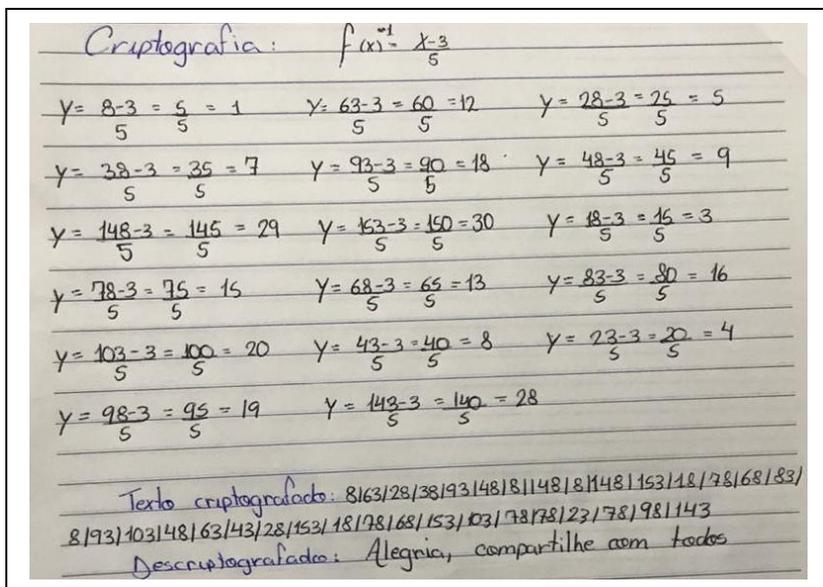
$Y = 5X + 3$   
 $X = 5Y + 3$

Os estudantes deste grupo verificaram se a função encontrada estava correta, realizando o cálculo da imagem da função.

O grupo B, na Figura 11, apresenta a inversa da função referente a atividade ilustrada na Figura C e os cálculos da imagem da função inversa realizados para decodificar a mensagem. Dessa forma, os membros do grupo conseguem decifrar a mensagem que havia no texto numérico, utilizando o alfabeto codificador e decodificador.

**Figura 11**

*Resolução do grupo B (alunos do grupo B)*



Nas etapas de “Finalização” e “Avaliação”, os estudantes criaram mensagens codificadas, envolvendo o conteúdo de funções do 1º grau, para se comunicarem entre os grupos. Cada grupo apresentou a mensagem que havia codificado e a mensagem recebida. Com relação a mensagem que recebeu era necessário mostrar as estratégias utilizadas, para decodificação. A avaliação foi realizada ao longo do desenvolvimento de cada etapa que compõe o projeto.

### **3º Projeto – Lançamento de Projéteis**

Apresentamos, aqui, o projeto “Lançamento de Projéteis”, realizado no âmbito de uma dissertação de Mestrado, no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), na Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), de autoria de Valmir Ninow<sup>2</sup> (Ninow, 2014), orientado pela professora Carmen Teresa Kaiber.

<sup>2</sup> Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil.

O projeto foi desenvolvido por um grupo de estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública, denominado de Grupo-A, cujo objetivo foi investigar o desenvolvimento de Projetos de Trabalho, considerando diferentes estratégias, procedimentos e recursos, visando a construção de conhecimentos matemáticos e habilidades e competências relacionados. O projeto fez parte de um conjunto de projetos a partir dos quais buscávamos oportunizar aos estudantes desenvolverem ações como trabalho em grupo, organização, planejamento, pesquisa, tomada de decisão e o enfrentamento e solução de situações tanto práticas quanto teóricas, tendo sido desenvolvido ao longo de oito semanas, com realização de tarefas tanto em sala de aula como em outros ambientes, fora período escolar.

O projeto Lançamento de Projéteis tinha por objetivo o trabalho com conhecimentos relacionados às áreas de Matemática e Física, tanto teóricos quanto práticos, com foco em aspectos referentes às Funções Afim e Quadrática, Movimento Retilíneo Uniforme e Uniformemente Variado e do Lançamento Oblíquo. Foram utilizados elementos advindos da Modelagem Matemática, bem como das tecnologias digitais (*software* SketchUp Excel) os quais foram para construir, modelar e analisar as situações que se apresentaram. Para além dos objetos do conhecimento tratados, tínhamos o objetivo de proporcionar aos estudantes um trabalho onde tivesse a oportunidade de assumir a responsabilidade sobre sua aprendizagem.

No contexto da primeira fase do trabalho, quando os grupos se formaram e passaram a discutir e decidir com o que trabalhar, o Grupo-A definiu o tema de seu projeto considerando interesses convergentes e curiosidade em aprender mais sobre temas já estudados na Física e na Matemática, mas que tinham interesse em aprofundar e “saber na prática”. A partir dessa tomada de decisão, passaram a elaborar uma proposta de desenvolvimento do trabalho, com definição de objetivos e das ações necessárias para alcançar o objetivo proposto, cronograma de ações e atribuições dos integrantes do grupo. Consideramos que essa fase foi muito produtiva pois os estudantes, além de se organizarem, distribuírem tarefas, pesquisarem sobre o tema, discutiram muito sobre a responsabilidade de cada componente do grupo para o êxito do trabalho.

O grupo, em seu planejamento, apresentou uma primeira organização das suas ações em etapas, o que é destacado na Tabela 3.

**Tabela 3**

*Planejamento do Grupo-A*

ETAPAS	DESCRIÇÃO
1	Estudar sobre o lançamento de projéteis.
2	Construir uma catapulta.
3	Fazer lançamentos.
4	Realizar cálculos matemáticos e físicos.
5	Estudar e utilizar um programa.
6	Fazer o trabalho final e apresentar.

As etapas foram sendo retomadas e ampliadas, pois cada uma demandou estudos, pesquisas, novos experimentos, mais estudos. A partir desse planejamento inicial o grupo estabeleceu um cronograma com as ações que seriam desenvolvidas e os prazos para cada etapa. Esse trabalho de estabelecer um tema de interesse, discussão e planejamento das ações, e as primeiras pesquisas e leituras se referem às três primeiras fases, tal como apontado em Mora (2003). Nesse período o professor assumiu um papel de orientador, fomentando a busca de materiais de estudo, motivando a partir de questionamentos e discussões.

Na fase de desenvolvimento do projeto, os estudantes realizaram a construção do esboço do desenho de uma catapulta do tipo Trebuchet<sup>3</sup>, a ser utilizada como lançador de projéteis. Do primeiro esboço formulado passaram a uma representação utilizando o *software* SketchUp e, por fim, a construção<sup>4</sup> da catapulta em madeira, como ilustrados na Figura 12.

---

<sup>3</sup> A Trebuchet é uma catapulta que foi utilizada como instrumento de guerra, na Europa, durante o período Medieval e usa um contrapeso de grande massa para arremessar projéteis ligados à extremidade oposta (WIKIPÉDIA, 2014).

<sup>4</sup> A construção foi realizada com auxílio de um modelo criado por estudantes de engenharia e que está disponível no youtube ([http://www.youtube.com/watch?v=Q-\\_X81LPVwo](http://www.youtube.com/watch?v=Q-_X81LPVwo)).



lançamento, fizeram a marcação e as medições para cada um dos pesos, sendo que foram realizados 15 lançamentos para cada peso e os valores devidamente registrados. Essa organização demandou estudo, discussões no grupo com o professor, a previsão do que poderia ocorrer. Nessa fase buscaram ajuda junto ao professor de Física, que se disponibilizou a ajudá-los sempre que necessitassem.

Com os dados obtidos no experimento, o grupo passou a analisá-los frente as equações estudadas. Porém, o experimento mostrou, na prática, o que os estudantes já tinham aprendido com relação a catapulta: um dos princípios básicos é variar o ângulo de lançamento, a fim de que um determinado alvo, uma distância ou uma altura seja atingido, porém, o modelo físico criado pelo grupo, não permitia fazer as devidas variações, pois o ângulo de lançamento era fixo (por construção). Assim, o que teria que ser mudado era o peso a ser lançado e o contrapeso para que ocorressem variações na trajetória do móvel, fato percebido pelos estudantes nos primeiros testes, que buscaram realizar adaptações, não obtendo êxito. Todo esse processo se revelou de muito aprendizado para os estudantes que muito estudaram, contando com o auxílio dos professores de Física e Matemática.

Buscando uma alternativa para a questão surgiu a ideia de desenvolver outro lançador de projéteis, a partir de um protótipo de foguete de garrafa pet, água e ar comprimido<sup>5</sup>. A construção realizada pelos estudantes pode ser vista na Figura 13.

---

<sup>5</sup> Desenvolvido por um grupo de estudantes de Engenharia da Unisal de Lorena, São Paulo.

### Figura 13

#### *Lançador de foguete de garrafa pet*



O experimento como o novo lançador (sempre acompanhados pelo professor) permitiu as variações de ângulo desejadas, mantendo sempre a quantidade de água e mesma pressão.

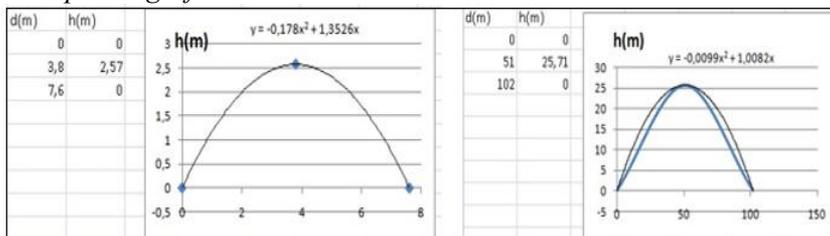
Durante os lançamentos, os alunos foram percebendo que, com o ângulo de lançamento de  $45^\circ$  o projétil atingia a maior distância. Já com um ângulo maior que  $45^\circ$ , o projétil atingia uma altura maior, mas diminuía sua distância e, com um ângulo de lançamento menor que  $45^\circ$ , diminuía a altura e a distância em relação ao lançamento com um ângulo de  $45^\circ$ , evidenciando que o grupo estava entendendo o que ocorria em cada variação do ângulo de lançamento. Calcularam, também, o tempo para o projétil de garrafa pet alcançar a altura máxima e o tempo total de sua trajetória.

Todos os cálculos até o momento haviam sido produzidos utilizando lápis, papel e calculadora, então o grupo decidiu, como previsto no cronograma, realizar os cálculos utilizando o *software* Excel, como o objetivo de modelar os dados obtidos e explorar a possibilidade de fazerem comparações entre o modelo criado no programa e o realizado com lápis e papel. Destacamos, porém, que o Excel não foi a primeira opção para o trabalho.

Assim, foram construídos os gráficos referentes aos dois lançamentos (catapulta e garrafa pet), apresentados na Figura 14.

## Figura 14

Exemplo de gráficos construídos no Excel

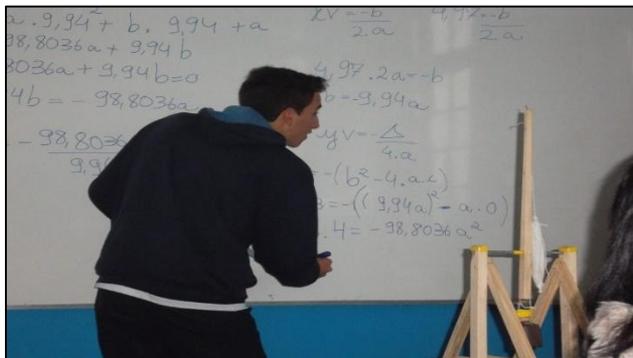


O primeiro gráfico representa um dos modelos (distância pela altura) trabalhados com a catapulta e o segundo, o lançamento do projétil de garrafa pet com um ângulo de  $45^\circ$ , também com a variação distância pela altura. Foram utilizadas a “linha de tendência” para a construção e encontrar o modelo matemático que representava o movimento e a construção por “dispersão”, a qual faz uma aproximação entre os pontos no gráfico.

Essa foi a última atividade realizada pelo grupo que passou a finalizar o relatório do projeto e organizar a apresentação do projeto em sala de aula, chegando o projeto a sua fase final. Na Figura 15 destaca-se um dos estudantes explicando o funcionamento da catapulta, representando e explicando o trabalho desenvolvido, inclusive apresentando toda a parte Matemática.

## Figura 15

*Estudante demonstrando um dos modelos matemáticos*



Consideramos que essa socialização dos conhecimentos é de fundamental importância dentro de um trabalho com Projetos, cabendo a cada grupo apresentar e promover discussões e reflexões em torno do conhecimento desenvolvido.

Ao longo do desenvolvimento do projeto percebemos que os estudantes utilizaram conhecimentos matemáticos e físicos prévios de forma adequada e quando se depararam com questões novas, fora do seu domínio, buscavam pesquisar, discutir no grupo e com os professores. Ademais, todas as situações que foram surgindo que demandavam a busca de soluções era enfrentada com muita seriedade pelo grupo. Porém, o trabalho teve momentos de tensão e desânimo, principalmente quando da constatação que a catapulta construída era fixa, não permitindo a mudança de ângulo, quando chegaram à conclusão que era o Modellus era “muito difícil” e quando pretendiam fazer uma filmagem que acabou não acontecendo.

Consideramos que independente do conhecimento da Matemática e da Física produzido, os Projetos de Trabalho desenvolvidos na turma, e particularmente o Projeto aqui apresentado, se constituíram em uma possibilidade de modificar o papel do estudante e do professor, possibilitando aos estudantes tornarem-se sujeitos atuantes, participativos, comprometidos com a elaboração de um conhecimento que não é só individual, mas de todo um grupo.

## **CONCLUSÃO**

Os apontamentos teóricos e os projetos que aqui apresentamos colocam em evidência uma visão que temos sobre o ensino e aprendizagem da Matemática: o entendimento que os estudantes, suas aprendizagens e desenvolvimento devem ser o centro processo educativo.

Para que essa visão e entendimento sejam postos em prática e que, de fato, se dê espaço na Escola para o aluno assumir protagonismo e a responsabilidade sobre suas aprendizagens, temos que trabalhar com metodologias, estratégias e lançar mão de recursos os quais criem ambientes com potencial para que os estudantes possam atuar, agir e protagonizar.

## **DECLARAÇÕES DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES**

C. de A. O., C. L. O. G. e C. T. K. discutiram sobre o referencial teórico de forma a contribuir para a produção deste artigo e participaram coletivamente na construção do mesmo.

## **DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS**

Os dados que embasam os resultados deste estudo serão disponibilizados pela autora para correspondência, mediante solicitação razoável.

## **REFERÊNCIAS**

- Bacich, L. & Moran, J. (2020). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórica prática*. PENSO.
- Bastos, C. C. (2020, 20 Maio). Metodologias ativas. *Educação & Medicina*.

<http://educacaoemedicina.blogspot.com.br/2006/02/metodologias-ativas>

- Berbel, N. A. N. (2011). As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. *Semina: Ciências Sociais e Humanas*, 32(1), 25-40. <http://dx.doi.org/10.5433/1679-0383.2011v32n1p25>
- Brasil (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. BNCC. 600 p. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>
- Brasil (2019a). *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos*. 20 p. [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao\\_temas\\_contemporaneos.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf)
- Brasil (2019b). *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: proposta de práticas de implementação*. 26 p. [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia\\_pratico\\_temas\\_contemporaneos.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf)
- Coll, C. et al. (1998). *Os conteúdos na reforma: Ensino e aprendizagem de conceitos, procedimento e atitudes*. Artmed.
- Freire, P. (2014). *Pedagogia do Oprimido*. Paz e Terra.
- Groenwald, C. L. O. & Franke, R. (2007) Currículo de Matemática e o tema Criptografia no Ensino Médio. *Educação Matemática em Revista*, 10(1), 97-116.
- Groenwald, C. L. O., Silva, C. K., & Mora, C. D. (2004). Perspectivas em Educação Matemática. *Acta Scientiae*, 6(1), 37-55.
- Hernández, F. & Ventura, M. (2017). *A Organização do Currículo por Projetos de Trabalho*. Artmed.
- Martins, J. S. (2001). *O trabalho com projetos de pesquisa: do ensino fundamental ao ensino médio*. Papyrus.
- Mitre, S. M. et al. (2008) Metodologias ativas de ensino-aprendizagem na formação profissional em saúde: debates atuais. *Ciência e saúde coletiva*, 13(2), 2133-2144.
- Mora, C. D. (2003). *Aprendizaje y enseñanza: proyectos y estrategias para una educación matemática del futuro*. Campo Iris.

- Mora, C. D. & Rivera, A. (2004). *Tópicos em Educação Matemática*. GIDEM.
- Moura, D. G. & Barbosa, E. (2013). *Projectos Educativos y sociales: planificación, gestión, seguimiento y evaluación*. NARCEA.
- Ninow, V. (2014). *Projetos de trabalho no Ensino Médio: uma possibilidade para o ensino e aprendizagem da Matemática*. (158 f.). Dissertação de Mestrado, Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- Nunes, D. B. (2018). *A importância do sentido de aprender Geografia: possíveis caminhos para um reconhecimento entre a Geografia, o sujeito e o mundo*. (252 f.). Dissertação de Mestrado, Geografia, Universidade federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Olgin, C. A. (2011). *Currículo no Ensino Médio: uma experiência com o tema criptografia*. (136 f.). Dissertação de Mestrado, Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- Olgin, C. A. (2015). *Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no Currículo de Matemática do Ensino Médio*. (265 f.). Tese de Doutorado, Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- Pacheco, J. A. (2005). *Escritos Curriculares*. Cortez.
- Ramos, J. L., Teodoro, V. D., & Ferreira, F. M. (2011). *Recursos educativos digitais: reflexões sobre a prática*. SACAUSEF.
- Sarti, C. A. (2001). A dor, o indivíduo e a cultura. *Saúde e Sociedade*. 10(1), 3 – 13. <https://doi.org/10.1590/S0104-12902001000100002>
- Silva, L. T., Groenwald, C. L. O., & Homa, A. I. R. (2017). Um estudo sobre a execução de sons e criação de músicas no software GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 6(2), 25-45.
- Singh, S. (2003). *O Livro dos Códigos: A Ciências do Sigilo - do Antigo Egito à Criptografia Quântica*. Record.

- Skovsmose, O. (2008). *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*. Papirus.
- Skovsmose, O. (2013). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Papirus.
- Skovsmose, O. (2014). *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Papirus.