ISSN: 2178-7727
DOI: 10.17648/acta.scientiae.6737

Conhecimentos de Professores de Matemática em Início de Carreira Sobre o Campo Multiplicativo

Rafael Neves Almeida [a]
Ruy Cesar Pietropaolo [b]

[a] Universidade Federal de Sergipe, Departamento de Matemática, Centro *Campus* Professor Alberto Carvalho, Itabaiana, SE, Brasil
[b] Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, São Paulo, SP, Brasil

Recebido para publicação 13 jul. 2021. Aceito após revisão 27 mar. 2022
Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMO

Contexto: As operações com números naturais têm grande destaque nos cinco primeiros anos do ensino fundamental, segundo os currículos prescritos e praticados. O professor de Matemática, segundo os recentes currículos prescritos, deverá retomar esse tema no 6.º ano de modo que os alunos consolidem e ampliem esses conhecimentos. Esse fato pode se constituir em um grande desafio para esse docente que pode não ter tido uma formação adequada para esse ensino e também desconhecimento do trabalho realizado nos anos iniciais. **Objetivos**: investigar os Conhecimentos Didáticos e Curriculares de professores de Matemática sobre o ensino de problemas envolvendo a multiplicação e divisão – o campo multiplicativo, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais e Vergnaud. **Design**: observou-se os princípios de um estudo qualitativo. **Cenário e Participantes:** cinco professores de Matemática, em início de carreira, ex-bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) do curso de Licenciatura em Matemática de um campus da Universidade Federal de Sergipe. **Coleta e análise de dados**: A coleta de dados se deu por meio de entrevistas e protocolos respondidos pelos professores durante as entrevistas; a análise teve como referenciais teóricos, no tocante a professores em início de carreira, os trabalhos de Huberman e Garcia e o de Ball, Thames e Phelps relativamente aos conhecimentos de professores necessários à docência. **Resultados**: Foi possível concluir que os professores no processo de ensino do campo multiplicativo não dominavam conhecimentos didáticos essenciais para o ensino das operações. Portanto, faz-se necessário ampliação da base de conhecimentos desses docentes para o ensino das operações.

Palavras-chave: Professores em Início de Carreira; Conhecimento Matemáticos para o Ensino; Campo Multiplicativo; Pibid.

Autor correspondente: Rafael Neves Almeida 1. Email: rafael@mat.ufs.br

Early-Career Mathematics Teachers' Knowledge in the Multiplicative Conceptual Field

ABSTRACT

Background: Operations with natural numbers are highlighted in the first five years of elementary school, according to the prescribed and practised curricula. According to the recently prescribed curricula, the mathematics teacher should return to this theme in the 6th grade so that the students consolidate and expand this knowledge. This fact can constitute a great challenge for the teacher who may not have had adequate training to teach it, ignoring the work done in the initial years. **Objectives**: to investigate mathematics teachers' didactic and curriculum knowledge about teaching problems involving multiplication and division **-** the multiplicative conceptual field, according to the National Curriculum Parameters and Vergnaud. **Design**: the principles of a qualitative study carried out. **Setting and Participants:** five mathematics beginning teachers, ex-scholarship holders of the Institutional Scholarship for Teaching Initiation Program (Pibid) of the Degree in Mathematics at the Federal University of Sergipe. **Data collection and analysis**: Data collection took place through interviews and protocols answered by teachers during the interviews; regarding beginning teachers, the study had as theoretical references the works of Huberman and Garcia and that of Ball, Thames, and Phelps about the necessary teachers' knowledge for teaching. **Results**: It was possible to conclude that the teachers in the process of teaching the multiplicative conceptual field did not master the didactic knowledge essential for teaching operations. Therefore, it is necessary to expand the teachers' knowledge base for teaching operations.

Keywords: Teacher Early-Career Teachers; Mathematical Knowledge for Teaching (MKT); Multiplicative Conceptual Field; Pibid.

INTRODUÇÃO

Em relação ao tema Operações, os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) têm como expectativa que os alunos egressos do ensino fundamental resolvam situações-problema com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo diferentes significados das quatro operações fundamentais, por meio de estratégias diversas, dentre elas o cálculo exato ou por estimativa, cálculo escrito ou mental, com compreensão dos processos neles envolvidos.

É fato reconhecido que os processos de ensino e de aprendizagem das operações com os números naturais ocupam boa parte do tempo dedicado pelos professores do 1.º ao 5.º ano do ensino fundamental para ensinar Matemática e que esse trabalho não se esgota nesse período. Por esse motivo, o ensino das operações costuma ser prescrito também para o 6.º ano. As indicações dos PCN (Brasil, 1998) para o 3.º ciclo (antigas 5.ª e 6.ª séries) e da BNCC (Brasil, 2018) para o 6.º ano, apresentadas a seguir, atestam esse fato.

> Para o estudo dos conteúdos apresentados no bloco Números e Operações é fundamental a proposição de situações-problema que possibilitem o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações. (Brasil, 1998, p. 66)
>
> Com referência ao Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. (Brasil, 2018, p. 269)

Assim, nosso propósito de investigar os Conhecimentos Didáticos e Curriculares de professores de Matemática sobre o ensino de problemas envolvendo a multiplicação e divisão – o campo multiplicativo se justifica, pois no 6.º ano, que denominamos neste texto, ano de transição para os estudantes entre duas etapas do ensino fundamental, o professor de Matemática deve retomar e aprofundar o ensino das operações para que seus alunos consolidem e aprofundem habilidades referentes a esse tema.

Portanto, para o professor de Matemática dos anos finais do EF são necessários conhecimentos didáticos e curriculares a respeito do ensino das operações com os números naturais. Contudo, podemos afirmar, mediante nossas experiências com a formação de professores de Matemática – inicial e continuada –, que esses docentes têm, em geral, pouco conhecimento acerca do ensino desses conteúdos. No entanto, será que docentes que vivenciaram atividades inovadoras em sua formação inicial, como a prática como componente curricular e o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – Pibid –, desenvolveram competências para ensinar esse tema, em particular diferentes significados das operações?

Por este motivo, apresentamos neste artigo resultados de nossa investigação a respeito de conhecimentos didáticos e curriculares de cinco professores de Matemática, participantes do Pibid, egressos de uma

Universidade Federal, sobre resoluções de problemas do campo multiplicativo[1] elaboradas por estudantes dos anos iniciais.

Nossa opção por um grupo de professores de Matemática em início de carreira é justificada porque, além das inovações curriculares que vivenciaram em suas licenciaturas, é consensual que esses docentes têm desafios para enfrentar como o desenvolvimento de um repertório para construir uma prática docente.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Sobre professores em início de carreira

O início da carreira de um professor é uma fase determinante para a construção de sua identidade profissional. Ele identifica papéis, valores e atitudes dos seus pares de profissão, desenvolvendo uma imagem de si como docente, estabelecendo significados para as situações que lhe acontecem (Oliveira, 2004).

Para Huberman (1995), o início da carreira docente é um processo que envolve regressões e descontinuidades, incluindo dois momentos que podem ocorrer concomitantemente: a sobrevivência e a descoberta. A sobrevivência significa a luta pela superação de problemas intrínsecos à instituição escolar, quando vivencia o choque de realidade. Essa expressão, evidenciada por Veenman (1988), refere-se às diferenças entre as expectativas imaginadas, até mesmo antes da formação inicial, e as experiências do início da atuação docente. O momento da descoberta pode ser determinado pelo prazer e pelo entusiasmo em organizar ou criar situações de aprendizagem específicas para seus alunos ou quando conduz suas aulas. Os sentimentos vivenciados na descoberta contribuem para desenvolver atitudes e energia para vencer os obstáculos inerentes à profissão – a sobrevivência.

Garcia (1998), ao debater sobre formação de professores, considera o início da docência como um período caracterizado por tensões e aprendizagens intensivas, ponderando como muito relevante essa fase, pois os professores constroem e adquirem conhecimentos fundamentais para o desenvolvimento das competências profissionais. Garcia (2010), Mariano (2006, 2012),

[1] Campo multiplicativo envolve diferentes significados da multiplicação ou divisão. Em outro artigo discutimos conhecimentos didáticos de professores de Matemática em início de carreira para o ensino dos diferentes significados da adição e subtração.

Mizukami (2004) e Nono e Mizukami (2006) discutem o desenvolvimento profissional do professor como um processo contínuo, que tem início antes mesmo de o professor concluir seu curso.

Segundo Ponte, Galvão, Trigo-Santos e Oliveira (2001), o período inicial da docência é marcado por diversas dificuldades, que poderiam ser assim agrupadas: relativas aos alunos, como indisciplina e falta de motivação; relativas às condições de trabalho, como o excessivo número de aulas e a carência de materiais didáticos; relativas às insuficiências do conhecimento profissional, como não ter disponível um repertório de estratégias para ensinar o que está previsto para ser ensinado.

O conhecimento profissional para a docência tem características que norteiam e regulam a prática profissional. Segundo Ponte et al. (2001),

> O conhecimento profissional do professor é decisivo para o desempenho da sua actividade profissional. Este conhecimento tem numerosas facetas e dimensões, orientando e regulando a prática profissional. Trata-se de um conhecimento situado (como, de resto, todo o conhecimento) e, portanto, estreitamente ligado ao contexto onde o professor trabalha. É um conhecimento em grande parte implícito, marcado por um conjunto de imagens, concepções e valores que determinam a sua estrutura fundamental. (p. 3)

Nossa experiência na formação de professores nos permite observar um fato bastante proeminente: os professores de Matemática mais experientes, que têm preferência na escolha das aulas, optam lecionar para as séries mais avançadas, talvez por se julgarem inadequados para ensinar para crianças e pré-adolescentes. Portanto, de forma geral, quem assume mais aulas de Matemática no 6.º ano não são os professores mais experientes.

Os professores de Matemática que atuam no 6.º ano – ano da transição – têm um problema extra, uma vez que, para planejar suas aulas, é necessário conhecer o currículo dos anos iniciais, identificar as habilidades dos estudantes e avaliar dificuldades específicas em relação aos temas que irá ensinar e conhecer estratégias específicas, sobretudo quanto às operações.

Assim, os autores citados nessa seção podem justificar nossa opção por investigar um grupo de docentes em início de carreira sobre seus conhecimentos para o ensino.

Sobre Conhecimentos de Professores

Compartilhamos com Shulman (1986) e Ball, Thames e Phelps (2008) que o exercício da profissão docente carece de uma formação que lhe possibilite o desenvolvimento de conhecimentos próprios sobre o conteúdo que vai ensinar. Em sendo assim, no concernente aos conhecimentos que devem ser de domínio do professor, consideramos neste artigo as categorias discutidas por esses pesquisadores.

Segundo Shulman (1986), as investigações sobre a docência não levavam em conta as questões relacionadas às justificativas dos professores para as abordagens adotadas em suas aulas e sobre as situações e metáforas escolhidas. A ausência dessas questões evidenciava que os investigadores não consideravam relevantes as pesquisas sobre o ensino de conteúdos específicos das disciplinas, o que Shulman designou de paradigma perdido.

A base de conhecimentos para a docência, adotada por Shulman (1986), é composta por três categorias de conhecimentos, tidas como fundamentais e necessárias ao professor: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento do currículo.

Ball et al. (2008) fizeram uma releitura das ideias de Shulman (1986) no âmbito da Matemática e refinaram suas categorias. Estes autores trouxeram contribuições significativas à discussão dos conhecimentos necessários para o ensino de Matemática: *Mathematical Knowledge of Teaching (MKT).*

O conhecimento do conteúdo de Shulman (1986) foi separado em conhecimento comum, conhecimento especializado e conhecimento horizontal. No tocante ao conhecimento pedagógico do conteúdo, Ball et al. (2008) indicam as subcategorias: conhecimento do conteúdo e dos estudantes, conhecimento do conteúdo e do ensino e conhecimento do conteúdo e do currículo.

O conhecimento comum do conteúdo é um conhecimento necessário ao professor de Matemática, mas não é exclusivo dele. O docente deve ter a compreensão dos conceitos e dos procedimentos que vai ensinar, ter domínio das situações e das tarefas que serão propostas aos alunos e utilizar corretamente notações e representações.

O conhecimento especializado do conteúdo está intimamente associado à prática docente e é distinto do conhecimento matemático exigido em outras profissões. Constitui-se da capacidade não apenas de indicar os erros dos alunos, mas a de analisar e identificar suas prováveis causas e ter justificativas convincentes para os alunos. Essa categoria inclui tanto os conhecimentos sobre diferentes procedimentos e raciocínios para resolver um problema, como a formulação de questões que levam os alunos a relacionar seus conhecimentos a novos fatos, conceitos e procedimentos que serão abordados.

> Essa categoria de conhecimento inclui, igualmente, as habilidades necessárias à proposição de trabalhos aos alunos e à classificação desses trabalhos, ao confronto de estratégias e soluções distintas e à identificação de linhas de raciocínio que seriam matematicamente corretas (ou não) ou que funcionariam sempre (ou não). Essas são exigências específicas do trabalho do professor – não são necessárias, por exemplo, a uma pessoa que tenta solucionar uma situação do cotidiano. Não são conhecimentos necessários ao professor porque devem ser ensinados aos alunos. São necessários para que o professor desempenhe eficazmente o seu papel de ensinar. (Corbo, 2012, p. 4)

O conhecimento horizontal do conteúdo trata da forma como os conteúdos estão conectados, possibilitando ao professor fazer opções sobre o como deveria ensinar um conceito ou procedimento, de modo a contribuir para a formação de uma base para estudar outros temas no futuro.

Já o conhecimento pedagógico do conteúdo, de Shulman (1986), foi separado por Ball et al. (2008) em três categorias: conhecimento do conteúdo e dos estudantes, conhecimento do conteúdo e do ensino e o conhecimento curricular do conteúdo.

O conhecimento do conteúdo e dos estudantes associa o entendimento da Matemática ao entendimento do pensamento matemático dos estudantes – advindo da experiência –, permitindo ao professor a previsão e a interpretação de erros típicos e a busca de estratégias para a superação.

Em complementação, o conhecimento do conteúdo e do ensino deve articular o entendimento de conteúdos matemáticos com o de tópicos pedagógicos que podem intervir nos processos de ensino e de aprendizagem. Diz respeito à ponderação das possibilidades de sucesso da aprendizagem, ao escolher estratégias para abordagem de um conceito, selecionando representações, contextos, situações-problema e exemplos. Por fim, temos o conhecimento do conteúdo e do currículo que está ligado a conhecer o currículo e como o conteúdo a ser ensinado no momento se enquadra nele.

Ball et al. (2008) ponderam que as fronteiras entre as categorias propostas são linhas tênues que permitem explicações diversas a respeito dos conhecimentos necessários ao ensino de Matemática. Apesar disso, de que forma ignorar questões como:

> Onde, por exemplo, os professores aprendem o uso explícito e fluente da notação matemática? Onde eles aprendem a analisar definições e estabelecer a equivalência de definições alternativas para um dado conceito? Eles aprendem definições para frações e comparam sua utilidade? Onde eles aprendem o que constitui uma adequada justificativa matemática? Eles aprendem por que 1 não é considerado primo, ou como e por que o algoritmo da divisão pelo processo longo funciona? Os professores precisam saber esses tipos de coisas, e precisam se engajar nessas práticas matemáticas, por si mesmos, para aprender a ensiná-las aos estudantes. (Ball et al., 2008, p.12, tradução nossa)

Dessa forma, a opção por fundamentar nossa investigação nas ideias defendidas por Shulman (1986) sobre os conhecimentos necessários ao ensino, de forma geral, por Ball et al (2008) sobre os conhecimentos necessários especificamente ao ensino de Matemática é justificada pelo interesse de nosso estudo, no sentido de investigar os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para o ensino do campo multiplicativo.

Sobre o campo multiplicativo

Com referência ao tema Números e Operações, segundo recentes currículos prescritos (Brasil, 1998; Brasil, 2018), a expectativa é que os estudantes, ao chegarem no 6.º ano do Ensino Fundamental, resolvam problemas com números naturais e decimais, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados e verifiquem a plausibilidade dos resultados encontrados. No entanto, diversas pesquisas indicam que os alunos ainda não têm esse domínio nessa etapa.

As referências aos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998), neste texto, justificam-se pelo fato de, no decorrer do desenvolvimento desta pesquisa, a BNCC ainda estava em construção e nenhuma versão preliminar do documento havia sido divulgada. Todavia, apesar de esses dois documentos terem naturezas diferentes, a BNCC reitera a relevância da aprendizagem das operações dada pelos PCN também no 6.º ano. Ao consultar os documentos que norteiam o Ensino de Matemática no estado de Sergipe – os PCN e o Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino de Sergipe (Sergipe, 2011) –, é possível notar o papel de destaque das operações, cujo estudo se inicia no 1.º ano e se estende até o 7.º ano do Ensino Fundamental.

Os PCN (1998) enfatizam a importância de o professor explorar os diferentes significados das operações em contextos distintos também nos anos finais do Ensino Fundamental. Esse documento indica para o 3.º ciclo (6.º e 7.º anos):

> Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais, reconhecimento que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que eventualmente diferentes operações podem resolver um mesmo problema. (p. 51)

Os PCN explicitam na seção Orientações Didáticas a expressão **campo aditivo,** para as operações adição e subtração; e a expressão **campo multiplicativo,** para multiplicação e divisão, embora os significados não sejam claramente discutidos. No entanto, a justificativa para essa adoção pode ser identificada no texto a seguir.

> O desenvolvimento da investigação na área da Didática da Matemática traz novas referências para o tratamento das operações. Entre elas, encontram-se as que apontam os problemas aditivos e subtrativos como aspecto inicial a ser trabalhado na escola, concomitantemente ao trabalho de construção do significado dos números naturais. A justificativa para o trabalho conjunto dos problemas aditivos e subtrativos baseia-se no fato de que eles compõem uma mesma família, ou seja, há estreitas conexões entre situações aditivas e subtrativas. ... Assim como no caso da adição e da subtração, destaca-se a importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado. (Brasil, 1997, p. 69-72)

Essa adoção está fundamentada na teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1983). Para esse pesquisador, um campo conceitual é um agrupamento de problemas, cujo domínio progressivo pressupõe conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita conexão. Nessa perspectiva, a construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos: conjunto de situações, que dá significado ao objeto em questão; conjunto de invariantes, que indica propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; e conjunto de representações simbólicas, que permitem associar o significado do objeto às respectivas propriedades. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, podemos afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular.

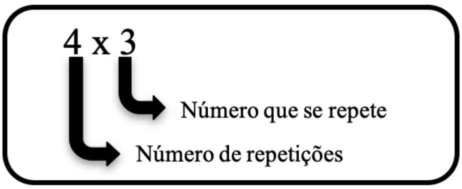
Em relação ao campo multiplicativo, Vergnaud (1983) considera que

> o campo conceitual das estruturas multiplicativas é, ao mesmo tempo, o conjunto de situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporções simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplo e divisor, etc. (p.127)

No tocante à multiplicação e à divisão, os PCN destacam a importância de serem exploradas situações que permitam aos alunos a compreensão dos seguintes significados: adição de parcelas iguais, combinatória, configuração retangular e comparação de razões que abrange a ideia de proporcionalidade. Descreveremos mais detalhadamente cada um deles.

Figura 1

Adição de parcelas iguais



O primeiro é a multiplicação como a adição de parcelas iguais. Neste caso, associa-se a escrita 4×3 à seguinte adição $3 + 3 + 3 + 3$. (Figura 1).

Ao tomarmos a multiplicação como a adição de parcelas iguais, precisamos ter alguns cuidados, já que as operações 7×2 e 2×7, apesar de apresentarem o mesmo resultado numérico, podem ser interpretadas de forma diferente. Vejamos a seguinte situação: “José necessita cuidar do seu filho que está doente. O médico prescreveu 2 comprimidos por dia durante 7 dias. Quantos comprimidos o seu filho precisará ingerir?” Qual das duas escritas seria a escrita mais adequada?

No tocante ao significado de combinatória do campo multiplicativo, referimo-nos às situações em que se aplica o princípio fundamental da contagem. Os problemas desse tipo podem ser resolvidos inicialmente sem a necessidade de cálculo direto, mas com a utilização de tabelas de dupla entrada ou diagramas de árvore.

A exploração de situações que envolvem a multiplicação com o significado de comparação de razões – em que se inclui a proporcionalidade – favorece o desenvolvimento do pensamento proporcional, ou seja, encontrar constantes de proporcionalidade e resolver problemas diversos. Veja o exemplo: “João comprou 3,5 kg de tapioca por R$ 21,00. Quanto ele pagará por 7 kg?”. Os significados da divisão com ações associadas a “repartir igualmente” e “determinar quanto cabe” estão relacionados à proporcionalidade.

Outro significado do campo multiplicativo está presente em situações-problema, cujos dados podem ser representados por meio de uma configuração retangular, como o exemplo: “Numa sala há 20 cadeiras enfileiradas. Cada fila possui a mesma quantidade de cadeiras. Sabendo que há 4 filas, qual é a quantidade de cadeiras por fila?”. Os problemas desse tipo são relevantes para o desenvolvimento do conceito de área de uma superfície retangular.

CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA

Este artigo apresenta a descrição e a análise de uma pesquisa qualitativa, no sentido atribuído por Bogdan e Biklen (1999), sobre os Conhecimentos Didáticos e Curriculares de um grupo de professores em início de carreira sobre o ensino do campo multiplicativo.

Reiteramos que este estudo foi realizado com a colaboração de cinco professores de Matemática da rede pública, todos egressos do curso de Licenciatura em Matemática de um mesmo *campus* de uma universidade pública federal do estado de Sergipe. Todos esses docentes participaram do Pibid durante a graduação. Esses professores tinham entre 25 e 31 anos de idade, lecionavam nas séries finais do Ensino Fundamental em escolas públicas no interior de Sergipe e possuíam não mais que quatro anos de carreira. Para fins de estudo e preservação da identidade dos participantes, nós os identificamos por meio de números de 1 a 5.

Os dados expostos neste texto são oriundos das entrevistas individuais, que foram gravadas em áudio e vídeo, nas quais eles tiveram ainda que responder questões por escrito. Essas entrevistas nos permitiram elucidar dúvidas e justificativas de suas respostas escritas (que denominamos de protocolos) e identificar conhecimentos didáticos e curriculares de cada um a respeito do tema em estudo. Este estudo foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) e registrado na Plataforma Brasil sob o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) nº 23543113.4.0000.5546.

Propusemos aos participantes que analisassem as resoluções de problemas do campo multiplicativo apresentadas por alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental. Os problemas e as respostas dos alunos para análise dos docentes foram baseados no Relatório Pedagógico 2015 do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo – SARESP (São Paulo, 2015). Iteramos que nosso propósito foi o de investigar os Conhecimentos Didáticos e Curriculares de professores de Matemática sobre o ensino de problemas envolvendo a multiplicação e divisão, o campo multiplicativo.

Discutimos neste texto as análises das resoluções de apenas dois dos problemas propostos do campo multiplicativo, envolvendo significados da divisão e comparação de razões, por julgarmos que as respostas dos docentes a eles são suficientes para o leitor compreender os conhecimentos didáticos dos docentes participantes a respeito do tema.

ANÁLISE DE DADOS SOBRE O CAMPO MULTIPLICATIVO

Neste tópico, analisamos os conhecimentos dos professores em relação às operações, em especial ao campo multiplicativo, no âmbito da comparação de razões, na qual se insere a noção de proporcionalidade. Deste modo, observaremos as respostas dos professores relativas aos problemas 1 e 2 presentes nos protocolos, o que nos possibilitou investigar os conhecimentos dos professores sobre este conteúdo.

Ao resolverem o problema de maneiras diferentes e analisarem as respostas dos alunos, esperávamos que os professores utilizassem sua base de conhecimentos sobre significados da multiplicação e divisão.

Iniciamos, analisando os protocolos referentes ao Problema 1 (ver Figura 2).

Figura 2

Primeira questão proposta aos professores (Protocolos)

Uma professora propôs as seguintes situações-problemas para seus alunos do 5º ano do EF:

> *Situação A)*
> *Ana tem 24 bombons e deseja reparti-los igualmente para quatro crianças. Quantos bombons cada criança deverá receber?*
> *Situação B)*
> *Paula tem 24 bombons e deseja guardá-los em caixas de modo que cada caixa tenha exatamente quatro bombons. Quantas caixas serão necessárias para guardar todos os bombons?*

A professora percebeu que 82% dos seus alunos acertaram o problema A, ao passo que apenas 34% acertaram o problema B. Você saberia explicar a razão (ou razões) desses índices? Explique.
Explique como você resolveria concretamente (ou seja, por meio de desenhos) esses dois problemas. As ações que descrevem ou resolvem cada problema são iguais? Explique.

Para essa questão, como visto anteriormente, foi solicitado aos professores que analisassem o motivo da discrepância observada nos índices de acertos das situações A e B. Todavia, os professores não conseguiram explicar a razão provável dessa divergência.

Percebemos que o Professor 1 não soube explicar o porquê de os alunos terem índices diferentes de acerto em cada questão.

> *O primeiro problema... Bom, talvez, a explicação eu não sei ainda dizer, falar em relação aos índices como eu responderia.* (Professor 1)

Os professores 3 e 4 também não explicaram a causa de os alunos acertarem muito mais uma das questões do que a outra: para eles os problemas são equivalentes.

> *80%, 82% acertou o problema A, e 34, apenas 34 o problema B? Sendo que é bem semelhante, né? É o mesmo problema na verdade só que escrito de forma diferente. Tem 24 bombons deseja dividir igualmente para 4, é uma divisão, quantos bombons cada criança deverá receber? O outro, Paula tem 24 bombons e deseja guardá-los em caixas de modo que cada caixa tenha exatamente 4 bombons. Quantas caixas serão necessárias para guardar todos os bombons? É acaba recaindo no mesmo problema, a questão é que a forma da pergunta aqui tá mais direta [se referindo à pergunta A], aqui está mais implícita [se referindo à pergunta B] a pergunta, eu acredito que os alunos tiveram mais dificuldade nisso. Pois uma é mais direta e a outra não.* (Professor 3)

> *Não é a mesma coisa? É não, Ana tem 24 bombons e deseja reparti-los igualmente em 4, igualmente para quatro crianças, é verdade, não é a mesma coisa, não? Para mim seria a mesma coisa.* (Professor 4)

Talvez essa forma equivocada de classificar os problemas como equivalentes tenha se originado pelo procedimento mais amplamente utilizado para resolver o problema, que é o algoritmo da divisão. Como expressou o Professor 2:

> *O método de resolver é o mesmo.* (Professor 2)

O Professor 5 chegou a perceber uma dificuldade maior na situação B, mas não conseguiu explicar. Ele demonstra interpretar na mesma perspectiva do professor 3, ao afirmar que a situação A está escrita de forma que se torna mais fácil a sua interpretação pelo aluno.

> *Olhando como professor, parece que o problema A está mais claro, no sentido de pensar assim, "quantos bombons cada criança deverá receber?". É lógico que se você tinha 4 crianças, 24 divide para 4, na mente do aluno é mais fácil essa conta, agora vamos para letra B, "quantas caixas serão necessárias para guardar todos os bombons", eu acho que é mais fácil intuitivamente você interpretar o problema, eu acho que é questão de intuição, de interpretação do problema, é*

mais fácil para o aluno interpretar o A de que o B, agora o porquê não sei, eu estou falando isso de acordo comigo mesmo. (Professor 5)

Essa fala parece evidenciar que o professor percebe diferenças entre os procedimentos de resolução, o que pode indicar que ele não distingue os significados envolvidos nos problemas.

Todos os professores resolveram as questões mentalmente, interpretaram os dois problemas e escolheram um método correto para encontrar a sua solução. Este conhecimento, para Ball et al. (2008), é o denominado Conhecimento Comum do Conteúdo. Contudo, eles não conseguiram identificar a diferença entre o significado da divisão envolvido na situação A e o significado da situação B: não explicitaram, por exemplo, que, na primeira situação, deveria ser calculado o número de bombons de cada um dos quatro grupos (crianças) e, na segunda, o número de bombons era dado, mas o que não se conhecia era o número de grupos (caixas). Nenhum deles identificou explicitamente os dois significados presentes: o de repartição equitativa (A) e o de medida ou cota (B), demonstrando não ter, para a divisão, domínio do Conhecimento Especializado do Conteúdo, necessário ao docente que ensina Matemática.

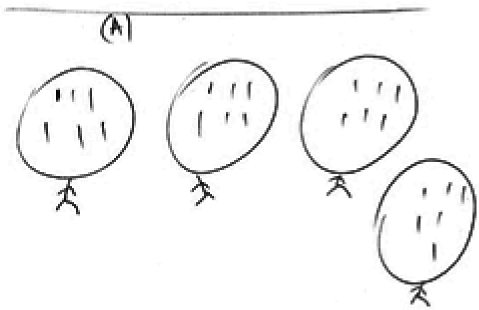
Com o objetivo que explicitassem a diferença entre os dois significados, sugerimos aos professores que respondessem às situações de outras maneiras, além do cálculo. Esperávamos que, por meio da representação pictórica, eles identificassem a diferença entre os significados ou, pelo menos, ampliassem suas respostas anteriores. Parte das resoluções apresentadas por eles se encontra escrita nos protocolos e outra parte foi o que eles pronunciaram em voz audível, de forma que pudemos captar e, posteriormente, transcrever.

O Professor 1, para a situação A, desenhou as quatro crianças e distribuiu os bombons, um a um, entre elas (ver Figura 3).

> *Então, [faz o desenho das quatro crianças e começa a distribuição]. Aí vai começar a contar, 1, 2, 3, 4. Até chegar no 24. 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21. 22, 23, 24. Então, o problema A poderia ser resolvido ou apresentado dessa forma.* (Professor 1)

Figura 3

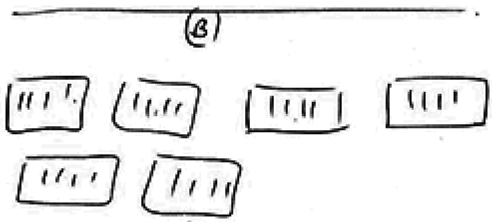
Resolução Professor 1 – Situação A, Problema 1 (Protocolos)



Ao realizar o procedimento para encontrar a solução da situação B (ver Figura 4), ele percebe que o método de resolução não é o mesmo, não é de distribuição. O professor, por meio dos desenhos, identifica a diferença entre as ações das duas situações, apesar de não a justificar completamente.

Figura 4

Resolução Professor 1 – Situação B, Problema 1 (Protocolos)



> *Agora o problema B é como se a pergunta fosse assim: quantas crianças vão ser contempladas, a questão das caixas, é como se fosse dar... Desejo guardar em caixas e em cada caixa tenha 4 bombons para cada criança, quantas eu vou precisar? É reescrevendo o problema. Então a gente poderia fazer a contagem. Uma caixa quatro bombons. A outra caixa quatro para fazer essa soma até chegar no 24. Aí em um problema que tem um número maior a gente faria um exemplo com um número menor para seguir o exemplo. Há diferença na forma de resolver. Aqui [item a] já está estabelecida a quantidade de*

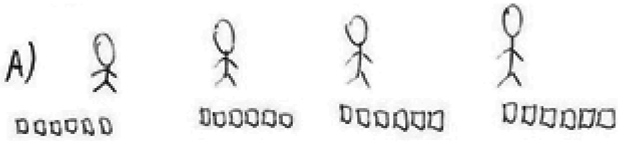
crianças, eu irei distribuir os bombons e aqui [item b] vai ser a caixa, mas eu não sei a razão dessa diferença não. (Professor 1)

O Professor 2 resolveu da mesma forma que o professor 1 (ver Figura 5).

> *Para a letra A desenharia crianças. Divide em 4 crianças, coloquei as 4 crianças e fui dividindo os bombons. Para as crianças da letra A seria isso!* (Professor 2)

Figura 5

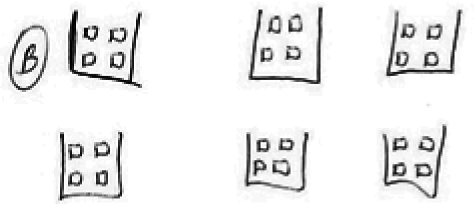
Resolução Professor 2 – Situação A, Problema 1 (Protocolos)



A resolução da situação B é mostrada na Figura 6, e o Professor 2 adotou um raciocínio distinto do anterior.

Figura 6

Resolução Professor 2 – Situação B, Problema 1 (Protocolos)



Esse professor agrupou de quatro em quatro bombons até chegar aos 24. Ele resolveu os dois problemas de maneiras distintas, mas, como não consegue perceber isso, afirma que as letras A e B seriam a mesma coisa, conforme excerto.

> *Com a letra B seria a mesma coisa! Na hora de ir explicando a eles [os alunos] eu colocaria o quê? Quatro em cada,*

> *colocaria quatro e iria somando quatro, quatro até chegar no 24.* (Professor 2)

O Professor 3 resolveu a situação A por meio de uma distribuição equitativa (figura 7), conforme fragmento a seguir.

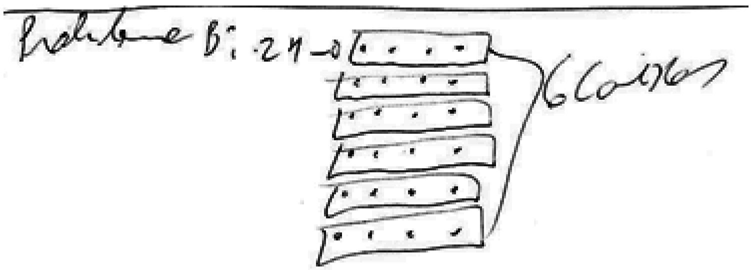
> *Eu resolveria assim: O A eu teria 24 bombons... e vai dividir para 4, então daria 1,2,3,4,5,6, então cada criança vai receber 6 bombons. Para cada seis bombons eu teria uma criança.* (Professor 3)

Para ele, a situação B é equivalente, pois basta colocar quatro bombons em cada caixa e depois contar a quantidade de caixas.

> *O problema B é o mesmo, semelhante só que aqui você teria 24 bombons. Eu vou colocar 4 bombons em cada caixa, coloquei uma caixa. Então seriam usadas 6 caixas, mais ou menos assim de forma explicativa.* (Professor 3)

Figura 7

Resolução Professor 3 – Situação B, Problema 1 (Protocolos)



O Professor 4, embora considere as duas situações equivalentes, indicou em seu depoimento que os alunos teriam mais dificuldades na segunda, mas não explica a razão. Para resolver a situação A, ele não fez desenhos, apenas justificou sua resposta, falando e gesticulando:

> *24 bombons e deseja reparti-los igualmente para quatro crianças. Pronto! Eu tenho esses 24 bombons, tenho 4 crianças aqui e começaria a distribuir os bombons para as crianças. Aí ficaria 6 para cada, é seis né?* (Professor 4)

Ao dar sua resposta à situação B, o Professor 4 reafirmou serem as questões equivalentes:

> *Essa segunda é a mesma coisa também só muda que vai guardar em caixas não, e aqui [problema A] vai repartir para 4 crianças tá vai ficar 6 para cada. Paula tem 24 bombons e deseja guardá-los em caixas de modo que cada caixa tenha quatro bombons, quantas caixas? 6.* (Professor 4)

Para ele, responder de forma direta, isto é, pelo algoritmo da divisão, seria a maneira que ele solucionaria a situação B:

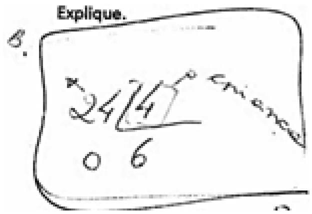
> *Eu responderia diretamente! Agora para explicar para os alunos? Tem que fazer os 24 bombons. Eu já fazia assim, de 4 em 4.* (Professor 4)

A figura do professor 4 é bastante parecida com as dos professores 1, 2 e 3.

O Professor 5 apresenta o algoritmo da divisão (figura 8). Ele percebe que há diferença entre os significados das respostas, mas não identifica que a situação A trata de uma repartição equitativa e na B de medida (quantos cabem).

Figura 8

Resolução Professor 5 – Situação A e B do problema 1 (Protocolos)



Ele descreveu assim a sua resolução:

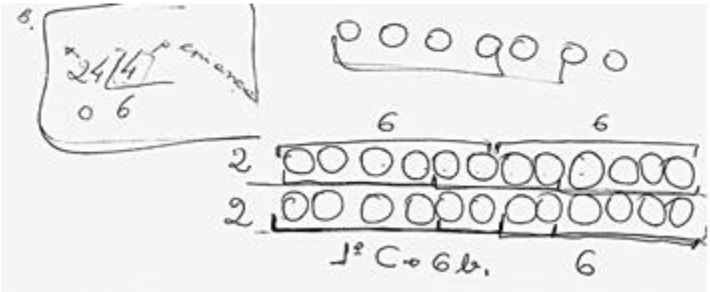
> *Eu faria a conta direto mesmo 24 por 4, sem muito chamego, na letra A, 24 deseja repartir para 4 crianças, quantos bombons, 24 dividido para 4, pronto! Entendeu, eu faria a divisão tranquilo, agora explicando para o aluno que esses 24 aqui é a quantidade de bombons e esse 4 aqui é a quantidade de crianças, já na letra B esse 4 ele, apesar de ser o mesmo número, mas ele não representa a mesma coisa, esse 4 na letra B já representa a quantidade de caixas, de caixas não de bombons né? Veja que na letra A, 4 crianças, na letra B 4*

bombons a conta vai ser a mesma o que vai diferenciar aqui é o que significa cada número. (Professor 5)

A resposta do Professor 5, no protocolo, contém o mesmo desenho para explicar os problemas A e B. Ele desenhou duas fileiras de bolinhas, cada uma delas com 12 bolinhas (ver Figura 9).

Figura 9

Resolução Professor 5 – Situações A e B, problema 1 (Protocolos)



Podemos perceber que, para a situação A, o Professor 5 separa quatro grupos de seis bombons. Basta observar os riscos em cima das bolinhas na primeira fileira. Veja como ele descreveu sua resposta:

> *Desenha 24 bombons, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 [doze em cima e os outros doze em baixo], e com 24 bombons faríamos grupos de 4 crianças. Ah sim 4 crianças, como eu fiz duas partes de 12 então aqui vai a metade das crianças pega essa metade dos doces, essa outra metade ficaria com a outra metade das crianças, como eu tenho 4 crianças, aqui ficaria duas crianças, aqui ficaria duas crianças, aqui dividido para dois então com eu tenho 12 duas crianças ficaria 6 para cada então, 1, 2, 3, 4, 5, 6, a primeira criança ficaria com 6 bombons, e aí a segunda criança mais 6, terceira criança mais 6, quarta criança mais 6, o desenho eu faria assim.* (Professor 5)

No tocante à situação B, ele respondeu, utilizando o mesmo esquema do qual se valera na questão anterior, só que dessa vez ele faz riscos na parte de baixo, agrupando de quatro em quatro.

> *Já a segunda, "Paula tem 24 bombons e deseja guardá-los, 4 em cada caixa". Tem 4 bombons, essa talvez ficaria um pouco mais fácil com os desenhos que eu disse. Nesse instante fica mais difícil para interpretação, mas aqui para dividir é mais fácil, porque eu já sei que tem que ter 4. Aqui eu teria que fazer a divisão para depois descobrir que eram 6 em cada, aqui eu já sei que cada uma tem 4, então aqui o, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, então 1, 2, 3, 4, 5, 6, 6 caixas.* (Professor 5)

O Professor 5 também utilizou raciocínios distintos para cada questão, mas não mostrou indícios de ter identificado os diferentes significados das questões.

Em síntese, todos os cinco professores, apesar de indicarem que as duas situações do Problema 1 envolviam ações diferentes, não identificaram de forma assertiva os dois significados da divisão.

O problema 2 (figura 10) trata de uma questão que abrange a comparação de razões, que analisamos a seguir.

Figura 10

Quarta questão proposta aos professores (Protocolos)

1. O professor Domingos propôs o seguinte problema para alunos de diferentes séries:

Em uma caixa há 5 bombons de caramelos e 13 de chocolate. Uma outra caixa tem 100 bombons de caramelo. Quantos bombons de chocolate devemos colocar para que se tenha a mesma proporção da primeira?

a) Primeiro, você deverá resolver esse problema. Se possível, apresente diferentes maneiras de resolvê-lo.
b) Esse problema envolve qual(is) noção(ões) matemática(s)?
c) Esse problema pode ser proposto para alunos a partir de quais anos do Ensino Fundamental?
d) Analise agora as resoluções de quatro alunos do professor Domingos, apresentadas na folha que será entregue.

Além dessas questões da Figura 11, também foram propostas as seguintes:

Figura 11

Complementação da quarta questão proposta aos professores (Protocolos)

As resoluções dos alunos:

a. Analise as resoluções desse problema por 4 alunos do professor Domingos. Todos eles chegaram à resposta correta: 260. Mas, estão corretos todos os procedimentos utilizados? Explique.

b. Como você avalia cada uma dessas resoluções? Para facilitar essa avaliação, atribua pontos em uma escala de 0 a 10.

A Figura 12 ilustra as respostas dos alunos à questão do professor Domingos.

Figura 12

Resolução dos alunos proposta para o problema 2 (Protocolos)

Aluno	Resolução
André	5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100 13 26 39 52 65 78 91 104 117 130 143 156 169 182 195 208 221 234 247 260 260
Diego	100 ⌊15 ; 00 20 ; 13 × 20 = 260
Júlia	130 ⌊15 ; 30 2,6 ; 0 ; 2,6 × 100 = 260
Beto	5 — 13 ; 100 — x ; $x = \frac{13 \times 100}{5} = 260$

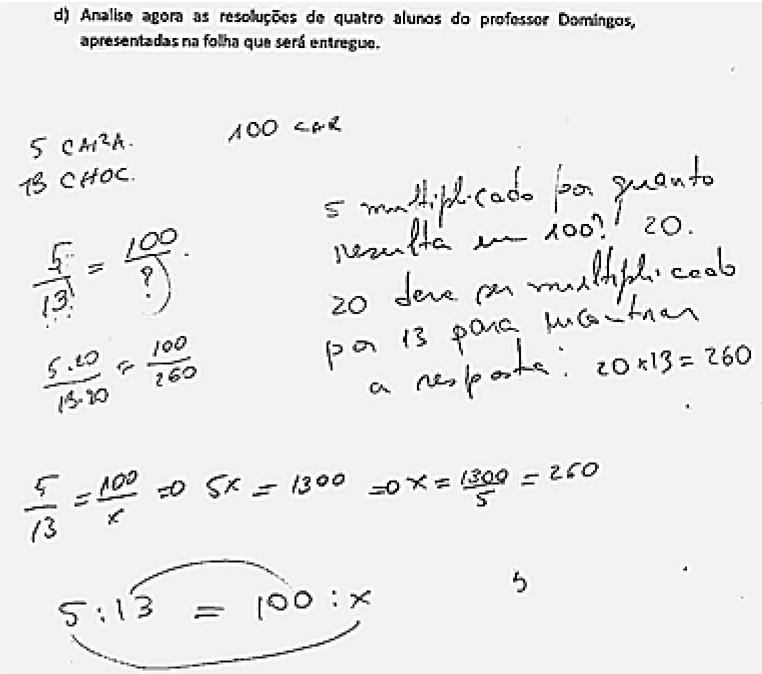
O problema 2 trabalha comparação de razões. Foi pedido aos professores que o resolvessem, utilizando formas distintas e, posteriormente, analisassem as resoluções dos quatro alunos desse problema (Figura 12).

Todos os cinco professores responderam que poderiam utilizar a regra de três como procedimento para encontrar a solução correta do problema, mas apenas quatro resolveram e registraram suas respostas também de outras maneiras, utilizando a constante de proporcionalidade, frações equivalentes e porcentagem.

Aqui apresentamos cópias dos protocolos, selecionadas de acordo com os principais pontos que podem evidenciar os conhecimentos dos professores, referentes ao conteúdo em estudo, além de trechos dos depoimentos que descrevem ou reforçam o registrado nos protocolos.

Figura 13

Resolução Professor 1 – Problema 2 (Protocolos)



d) Analise agora as resoluções de quatro alunos do professor Domingos, apresentadas na folha que será entregue.

5 CAIXA.
13 CHOC.

100 CAIX

$\frac{5}{13} = \frac{100}{?}$

$\frac{5 \cdot 20}{13 \cdot 20} = \frac{100}{260}$

5 multiplicado por quanto resulta em 100? 20.
20 deve ser multiplicado por 13 para encontrar a resposta: $20 \times 13 = 260$

$\frac{5}{13} = \frac{100}{x} \Rightarrow 5x = 1300 \Rightarrow x = \frac{1300}{5} = 260$

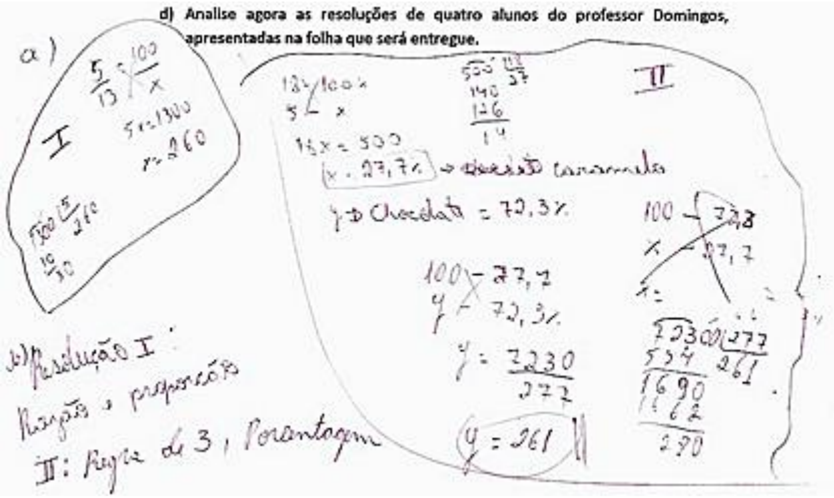
$5 : 13 = 100 : x$

O Professor 1 (Figura 13) indicou três métodos distintos para resolver o problema. O primeiro deles, utilizando frações equivalentes. Para ele “5 está para 13, assim como 100 está para um valor desconhecido” e, desse modo, para que as frações fossem equivalentes deveria encontrar o número que, multiplicado por 5, daria 100. Encontrando esse número, bastaria multiplicá-lo por 13 e achar a resposta do problema. Além da resposta comum a todos, ele também mostrou, na última linha, o esboço de uma resolução, na qual fez o tradicional "extremos e meios", identificando os termos antecedente e consequente sem efetuar as operações.

O Professor 2 expôs duas formas de solucionar o problema. Para ele, as duas caixas devem conter a mesma porcentagem de bombons de caramelos e de chocolate, de forma a manter a proporção. Portanto, ele identifica qual era essa porcentagem na primeira caixa e utiliza a regra de três para encontrar qual seria a quantidade de bombons de chocolate na segunda caixa. Observe que ele encontrou 261 bombons, um erro decorrente da aproximação feita para a porcentagem.

Figura 14

Resolução Professor 2 – Problema 2 (Protocolos)



O Professor 2 comentou, assim, suas resoluções:

> *Resolvi de duas formas, uma foi mais simples, foi usando razão mesmo dos bombons, razão dos bombons de caramelos sobre chocolate, a outra razão também caramelo sobre chocolate sendo que você não sabe o que é chocolate, fiz extremos e meios aí, encontrou fácil, a outra já fiz de uma maneira mais complicada, foi usando o que regra de três de porcentagem, mas não deu exato como a do item a, deu mais aproximado deu 261. Do primeiro, que é mais simples é razão e proporção*

resolve facilmente, já no segundo tem que usar o que? Regra de três e porcentagem. (Professor 2)

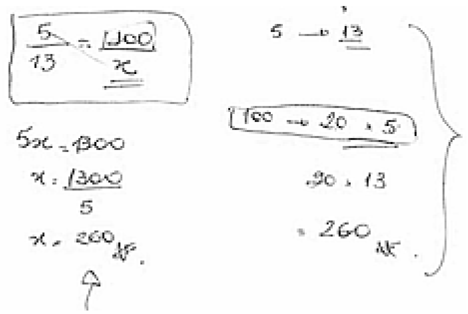
O Professor 3 utilizou raciocínio proporcional e verbalizou poder resolver também por porcentagem.

É eu usei a lógica, 5 bombons de caramelos para 100, é a questão de multiplicar, multipliquei por 20, para dar 100, 13, eu multipliquei o numerador, o de cima por 20 então para manter a proporção multiplico por 20 também, então vai dar 260, manteve a proporção. Poderia resolver de outra forma usando um... colocando uma incógnita x aqui. (Professor 3)

O Professor 4 apresentou apenas uma maneira de solucionar o problema: a regra de três, e o Professor 5 resolveu o problema por meio da constante de proporcionalidade, além da regra de três.

Figura 15

Resolução Professor 5 – Problema 2 (Protocolos)



As respostas dos professores revelam que todos eles, com exceção do Professor 4, têm conhecimento de mais de um tipo de resolução para este problema.

Em resposta à questão c) do problema 2, "Esse problema pode ser proposto para alunos a partir de quais anos do Ensino Fundamental?", as respostas dos participantes foram divergentes, conforme mostra a figura 16.

Figura 16

Resposta sobre em que série o problema 2 poderia ser trabalhado

	Problema 2
	Ano
Professor 1	6.º ano
Professor 2	8.º ano
Professor 3	7.º ano
Professor 4	5.º ano
Professor 5	6.º ano

Com essa diferença de respostas, podemos perceber que há pouco Conhecimento do Currículo de Matemática para o Ensino Fundamental, no tocante à noção de proporcionalidade que defende a introdução desse tipo de situação, porém com números menores, a partir do 4.º ano do EF. Nenhum dos participantes mencionou as recomendações contidas nos documentos curriculares sobre esse assunto, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental à sua formalização no 6.º ano dessa etapa escolar.

A seguir, discutimos como os professores analisaram as resoluções dos alunos, apresentadas na Figura 11. Na figura 17, temos as notas atribuídas pelos professores às resoluções propostas por quatro alunos.

Figura 17

Notas atribuídas aos alunos pelos professores, quanto à resolução do problema 2

	Problema 2			
	André	Diego	Júlia	Beto
Professor 1	10	10	10	10
Professor 2	7	8	8	10
Professor 3	10	0	0	10
Professor 4	6	7	7	8
Professor 5	8	10	10	10

Uma leitura desses dados revela, imediatamente, a divergência entre as notas dadas a Diego e a Júlia pelo Professor 3 e as notas dadas pelos demais professores. O Professor 3, em seu depoimento, relata que não encontrou sentido nas resoluções de Diego e Júlia. Para ele, analisando as resoluções e não apenas as respostas finais, as que ele consideraria corretas seriam apenas a de André e a de Beto.

> *Olha esse aqui! [se referindo a André] 10, 15, 20... várias frações equivalentes, você vê que ele foi multiplicando por dois por dois... mais importante é que chegou. Aqui ele [Diego] dividiu a proporção sempre assim, deu 20 depois multiplicou pelo 13, aqui o 13 ele dividiu pelo 5 multiplicou por 100... Eu acredito que o Diego e a Julia não estão certos não os procedimentos. No caso já é comprovado como é certa essa resposta. Eu consideraria André e Beto, que eles usaram a lógica de manter a proporção tanto de um termo como o outro. Agora aqui Diego por exemplo, adicionou os 100 que era o valor, os 100 bombons de caramelos com os 5 caramelos, aí fez uma relação bombons de caramelos com bombons de caramelos, dessa razão e multiplicou pela quantidade de bombons de chocolate, eu não vi lógica não aqui. Possa ser até que eu esteja enganado, mas eu só consideraria a André e Beto. As outras eu consideraria errado.* (Professor 3)

Podemos deduzir, com base em seu depoimento, que o Professor 3 não compreendeu as resoluções elaboradas por Diego e Júlia.

As justificativas dadas pelo professor 2 indicam claramente que ele teve dificuldades em analisar os raciocínios utilizados por Diego e Júlia.

> *Se você observar aqui Beto já usou de uma maneira mais simples e fácil de entender que foi até como eu fiz aqui, que é por razão e proporção, Diego e Júlia fizeram de maneira semelhante, mas não tão simples de entender até, se fosse alunos meus eu ia chamar eles e perguntar a eles e explicar como eles tiraram isso aqui. André já foi muito mais trabalhoso, foi pegando o que, os múltiplos de 5 e 13, até chegar a quantidade de números exatos até 100, e ver quanto deu os múltiplos de 13.*
>
> *Todos tão certos aqui, só que o mais simples aqui e fácil seria quem? Beto! Por isso eu dei 10 a ele também.*
>
> *André como foi muito trabalhoso dei 7, e Diego e Júlia parecidos, 8 mas eles iam ter que me explicar como foi que fizeram isso aqui.* (Professor 2)

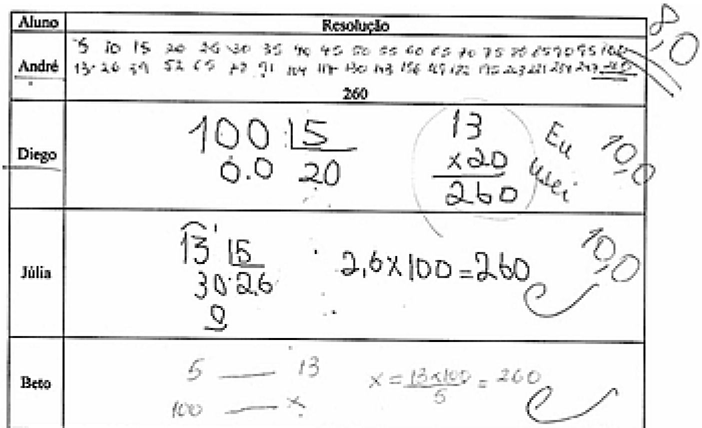
O Professor 4, do mesmo modo, parece não ter compreendido as resoluções de Júlia e Diego. A resolução de André foi compreendida, mas a falta de uma resposta convencional causou estranheza, pois não havia nenhuma “conta”, conforme mostra o excerto

> *Ele [André] põem em 5 em 5 até chegar no 100, de 13, põe de 13 em 13...correto, essa, essa e essa é certo, porque põe de 5 em 5 aí chega a 100 porque fica 5 numa caixa e 100 na outra, aí uma caixa tinha 13, quantas de chocolate tinha na outra caixa para ficar proporcional, faz sentido essa daqui também... Mas esses daqui [Júlia e Diego] foi mais, não apresentaram nenhum cálculo aqui... É ruim avaliar assim sem saber quem são esses alunos. No caso de Beto temos que ele respondeu do jeito que fiz aí dei um ponto a mais. A resolução de André não é que está errado. Mas, é porque tipo, ele fez mais por dedução sei lá, não fez conta nenhuma.* (Professor 4)

O Professor 5 só não atribuiu nota máxima a André (Figura 18).

Figura 18

Anotações Professor 5 – Problema 2 (Protocolos)



Em seu depoimento, o professor 5 diz que procura entender melhor o pensamento do aluno. Ele consegue entender como possivelmente os alunos pensaram, como todos acertaram e, finalmente, atribuiu uma nota máxima a todos.

Até ele descobrir que a constante de proporcionalidade existe, que multiplicada vai dar o mesmo valor tal, mas tá certo também, agora deixe eu ver esse, esse aqui é o aluno que só aprendeu a fazer conta de mais, deixe eu ver, como foi que ele usou esse método, 5, 10, 15, 20, 25, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 20, um, a sim ele fez, André fez do mesmo método de Diego, só que Diego fez o cálculo o algoritmo bonitinho, já André ele pensou do mesmo jeito só que não usou o algoritmo, veja, 20 que divide para 5, ou 100 que divide para 5, 20, ou seja ele descobriu que dentro de 100 ele tem 20 parcelas de 5 e que isso deve acontecer do mesmo jeito com o 13 multiplicou 20 vezes, só que ao invés de ele multiplicar de forma algorítmica ele foi somando 20 vezes a quantidade 13 até chegar a 260. (Professor 5)

O professor justifica da seguinte maneira ter dado nota 10 para todos:

A eu vou mais pelo se ele acertou ou se ele errou, eu sempre pensei desse jeito, até porque como eu trabalhei na iniciação científica com análise de erros e também na dissertação do mestrado a gente também trabalhou com a questão da interpretação, leitura e significado e não se o aluno acertou ou se ele errou. Por isso que eu disse que eu daria 10 a todo mundo se fosse questão de acerto e erro, só diminui nesse [apontando a resposta de André] pela forma como ele fez. (Professor 5)

Parece haver uma incoerência entre a sua vontade de dar nota máxima a todos e o que realmente foi realizado. Embora ele diga que busque olhar se o aluno acertou ou errou, a resposta de André foi considerada como um raciocínio menos elaborado e, consequentemente, recebeu uma nota inferior às demais. Esse professor compreendeu todas as resoluções, mas, por ser utilizada uma estratégia não convencional, atribuiu uma nota mais baixa, desconsiderando, talvez, orientações dadas nos documentos oficiais quanto à proporcionalidade.

Pudemos perceber que apenas um professor atribuiu a nota máxima a todos. Três outros professores participantes tiveram dificuldades para compreender as respostas dos alunos.

Esses professores apresentaram Conhecimento Comum do Conteúdo, pois utilizaram raciocínios corretos para resolver os problemas propostos. Foi possível captar que esses professores, exceto o Professor 4, conhecem diferentes formas de resolver as situações-problema apresentadas. Contudo, pareceram desconhecer os Conhecimentos Curriculares, que, segundo os currículos prescritos, a noção de proporcionalidade deve estar presente desde os anos iniciais e que há progressão de complexidade ano a ano do Ensino Fundamental.

Finalmente, tendo em vista as dificuldades dos professores para compreender os diferentes significados presentes nas situações-problemas e as resoluções apresentadas, pudemos concluir que os professores não dominavam suficientemente bem, para ensinar, o Conhecimento Especializado e o Conhecimento do Ensino do conteúdo. Tampouco. o Conhecimento do Conteúdo e do Estudante.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação foi realizada com cinco professores de Matemática em início de carreira (quatro anos ou menos), todos egressos do mesmo *campus* de uma universidade federal e participantes do Pibid. Nosso propósito foi identificar os seus conhecimentos para o ensino de problemas do campo multiplicativo – multiplicação e divisão – no 6.º ano, série que denominamos de transição entre as duas etapas do Ensino Fundamental. Nossa estratégia de solicitar aos docentes para analisarem as resoluções de problemas do campo multiplicativo realizadas por alunos foi reveladora no sentido de avaliar os conhecimentos específicos e pedagógicos do conteúdo em questão.

As nossas considerações sobre as análises dos docentes sobre as três situações propostas – dois significados da divisão e comparação de razões –, a despeito da boa formação matemática, apontam que eles não dominavam conhecimentos essenciais para o ensino das operações, segundo a perspectiva de Ball et al. (2008). Os professores, por exemplo, não diferenciaram os significados da divisão como partição e como medida (cotas). Além disso, as análises das resoluções dos problemas, envolvendo a comparação de razões, não foram todas adequadas. Mostraram desconhecimento de orientações curriculares divulgadas desde os PCN (1998), como a importância do ensino dos diferentes significados e, em especial, a ideia de proporcionalidade, indicada ao longo do Ensino Fundamental, inclusive nos anos iniciais ao iniciar o ensino da multiplicação.

Portanto, reiteramos que esses professores participantes do Pibid, cuja formação inicial incluiu a prática docente como componente curricular, não desenvolveram todos os conhecimentos relevantes para o ensino das operações aos alunos do 6.º ano. Esta nossa pesquisa insiste na urgência de serem realizadas nos cursos de Licenciatura em Matemática e em projetos, como a residência pedagógica e Pibid, discussões sobre dificuldades das crianças dos anos iniciais na aprendizagem dos conceitos e procedimentos relativos ao ensino de números e operações, já que esse estudo terá continuidade na segunda etapa do Ensino Fundamental.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

Os autores R. N. A. e R. C. P. foram responsáveis pela elaboração e aplicação dos questionários e, posteriormente, discutiram os resultados, estruturam e escreveram o artigo.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que sustentam os resultados desta investigação serão disponibilizados pelo autor correspondente, R. N. A., mediante solicitação razoável por e-mail.

REFERÊNCIAS

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008, November/December). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, Washington, *59*(5), 389-407.

Bogdan, R., & Biklen, C. (2003). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto.

Bogdan, R., Biklen, C. (1999). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto.

Brasil. (1997). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Orientações Parâmetros Curriculares Nacionais (1.ª a 4.ª série): Matemática*. 142 p

Brasil. (1998). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Orientações Parâmetros Curriculares Nacionais(5.ª a 8.ª série): Matemática*. 148 p.

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Segunda versão revista*. MEC/CONSED/UNDIME

Corbo, O. (2012). *Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para a exploração de noções concernentes aos números irracionais na educação básica*. Tese de Doutorado em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo..

Garcia, C. M. (1998). *Formação de professores - Para uma prática educativa*. (Trad. Isabel Narciso). Porto.

Garcia, C. M. (2010). O professor iniciante, a prática pedagógica e o sentido da experiência. *Revista brasileira de pesquisa sobre formação docente*, *3*(3), 11-49.

Huberman, M. (1995). Professional careers and professional development: Some intersections. In TR Guskey, & M. Huberman (Eds.), *Professional development in education: New paradigms and practices*. (pp. 193- 224). Teachers College Press.

Mariano, A. L. S. (2006) *A construção do início da docência: um olhar a partir das produções da Anped e do Endipe*. UFSCar.

Mariano, A. L. S. (2012) A aprendizagem da docência no início da carreira: Qual política? Quais problemas? *Revista Exitus*, *2*(01), 79-94.

Mizukami, M. G. N. (2004). Aprendizagem da docência: algumas contribuições de LS Shulman. *Educação* (UFSM), *29*(2), 33-50.

Nono, M. A.; & Mizukami, M. G. N. (2006). Processos de formação de professoras iniciantes. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília*, *87*(217), 382-400.

Oliveira, H. (2004). *A construção da identidade profissional de professores de Matemática em início de carreira*. Tese de Doutorado,Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

Ponte, J. P., Galvão, C., Trigo-Santos, F., & Oliveira, H. (2001) O inicio da carreira profissional de jovens professores de Matemática e Ciências. *Revista de Educação*, *10*(1), 31-45.

São Paulo (Estado). Secretaria da Educação (SEE). (2015). *Relatório Pedagógico. SARESP 2015*. SEE.

Sergipe. Secretaria de Estado da Educação do Esporte e da Cultura (SEED).(2011). *Referencial Curricular*. SEED.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*, 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*, 1-22.

Veenman, S. (1988). El proceso de llegar a ser profesor: un análisis de la formación inicial. In A. Villa (Coord.), *Perspectivas y problemas de la función docente*. (pp.39-68). Narcea.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. Carpenter, J. Moser, & T. Romberg. *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. (pp. 39-59). Lawrence Erlbaum.