ISSN: 2178-7727
DOI: 10.17648/acta.scientiae.7282

Ideias de Função Afim e Problemas Mistos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Karina Dezilio [a]
Veridiana Rezende [a]

[a] Universidade Estadual do Paraná (Unespar), Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PRPGEM), Campo Mourão, PR, Brasil.

Recebido para publicação 27 jun. 2022. Aceito após revisão 29 ago. 2022
Editora designada: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMO

Contexto: O conceito de função é complexo de ser compreendido por estudantes da Educação Básica. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) recomenda que ideias de função, tais como regularidade, generalização de padrões e proporcionalidade, sejam estudadas desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Objetivos**: Busca-se analisar ideias de função mobilizadas por estudantes do 5º ano ao resolverem problemas mistos, ou seja, problemas que envolvem as operações de adição ou subtração, e de multiplicação ou divisão. **Design**: Este estudo utilizou uma abordagem qualitativa do tipo participante. **Ambiente e participantes**: Participaram da pesquisa 13 estudantes de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola do campo. **Coleta e análise de informações**: Os seis grupos de estudantes resolveram quatro problemas mistos, implementados pela pesquisadora em horário de aula. As análises ocorreram com base na teoria dos Campos Conceituais, a partir de gravações em áudio dos diálogos dos grupos, de suas produções escritas e por meio de anotações da pesquisadora. **Resultados**: As análises mostram que: as ideias de função *correspondência, dependência, regularidade, variável, proporcionalidade* e a *modelação da função afim* foram manifestadas pelos seis grupos de estudantes, e a ideia de *generalização* foi manifestada por dois grupos. Problemas mistos podem ser associados a *ideias de função afim*, e podem ser resolvidos por estudantes desde os Anos Iniciais. **Conclusões**: A partir dos resultados e com base na teoria dos Campos Conceituais, defende-se que problemas mistos sejam propostos desde os Anos Iniciais, para que ideias de função sejam apropriadas e aprofundadas pelos estudantes durante o processo escolar.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais; Problemas Mistos; Estrutura Aditiva; Estrutura Multiplicativa; Anos Iniciais.

Autor correspondente: Veridiana Rezende. Email: rezendeveridiana@gmail.com

Affine functions and mixed problems in elementary school

ABSTRACT

Background: It is complex for students of Basic Education to understand the concept of function. The National Curricular Common Base (BNCC) recommends that ideas of function, such as regularity, pattern generalization and proportionality, be studied from the Initial Years of Elementary School. **Objectives:** We aim to analyze function ideas mobilized by 5th year students when solving mixed problems, that is, problems involving operations of addition or subtraction, and multiplication or division. **Design:** This study used a qualitative participant approach. **Setting and participants:** Thirteen students from a 5th grade group of an elementary school from a rural school took part in the research. **Data collection and analysis:** The six groups of students solved four mixed problems, implemented by the researcher during class time. The analyses took place on the basis of the Conceptual Fields theory, from audio recordings of the groups' dialogues, their written productions and through the researcher's notes. **Results:** The analyses show that: the ideas of function *correspondence, dependence, regularity, variable, proportionality and the affine function modeling* were expressed by the six groups of students, and the idea of *generalization* was expressed by two groups. Mixed problems can be associated with *affine function* ideas, and can be solved by students since the Initial Years. **Conclusions:** Based on the results and on the Conceptual Fields theory, it is argued that mixed problems should be proposed from the Initial Years so that ideas of function are appropriated and deepened by students during the school process.

Keywords: Conceptual fields theory; Mixed problems; Additive structure; Multiplicative structure; Initial years.

INTRODUÇÃO

O conceito de função é essencial para a Matemática, e serve de base para diversas situações científicas e do cotidiano. Tal conceito surgiu a partir de cientistas e filósofos na busca por explicações de fenômenos de causas naturais, a chamada "causa-efeito", a exemplo da vaporização da água (Caraça, 1951; Nogueira, 2014).

Pesquisas (Rezende, Nogueira & Calado, 2020; Pavan, 2010) mostram que o conceito de função não é simples de ser compreendido pelos estudantes, sendo que tal fato pode ser reflexo de sua construção na história de matemática, "[...] sendo necessários mais de 20 séculos de experiências, descobertas e disparidades para que este conceito fosse formalizado tal como atualmente é concebido pela comunidade de matemáticos" (Calado & Rezende, no prelo, p. 2).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), o conceito de função deve ser oficialmente estudado no 9º ano do Ensino Fundamental, e aprofundado no Ensino Médio. O mesmo documento propõe que ideias de função, tais como regularidade, generalização de padrões e proporcionalidade sejam estudadas desde os Anos Iniciais, de forma implícita e sem o envolvimento de letras (Brasil, 2018).

No que se refere aos Anos Iniciais, pesquisas (Pavan, 2010; Silva, 2021; Rodrigues, 2021) mostram que situações multiplicativas permitem a manifestação de *ideias-base de função* por estudantes dos Anos Iniciais. Com base em Caraça (1951) e Nogueira (2014), assumimos que tais ideias-base são aquelas comuns a todo tipo de função. São elas: correspondência, dependência, variável, regularidade, generalização.

Para a presente pesquisa, assume-se que um conceito é compreendido pelo sujeito a partir das diferentes situações vivenciadas no processo escolar, nas quais figura em conexão com outros conceitos, propriedades, teoremas e situações interligadas umas às outras, o que Vergnaud (1996a; 2009b) denomina "campo conceitual".

As situações multiplicativas e as situações aditivas foram estudadas sistematicamente por Gérard Vergnaud, que estabeleceu dois campos conceituais, o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas, apresentando classes de situações bem definidas, que demandam dos estudantes diferentes esquemas (organização da atividade pelo sujeito) para resolução.

Além das situações aditivas e multiplicativas, Vergnaud (2009b) define problemas mistos, que exigem em suas resoluções ao menos uma operação do campo conceitual aditivo (adição ou subtração) e ao menos uma operação do campo conceitual multiplicativo (multiplicação ou divisão). Nota-se, portanto, que problemas mistos podem ser resolvidos por estudantes dos Anos Iniciais, sendo, inclusive, propostos em livros didáticos deste nível de ensino (Rodrigues & Rezende, 2021).

Devido à sua estrutura, que envolve uma operação de adição/subtração e uma operação de multiplicação/divisão, certos problemas mistos permitem a modelação da função afim, $f(x) = a.x + b$ (Miranda, 2019).

Guardada a linguagem Matemática esperada para os Anos Iniciais, sem a formalidade algébrica, elaboraram-se quatro problemas mistos para a presente pesquisa, da classe proporção simples e composição de medidas, que foram resolvidos por 13 estudantes do 5º ano dos Anos Iniciais. Ao propor tais situações para os estudantes, tivemos a intenção de responder a seguinte questão de pesquisa: *que ideias de função são mobilizadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas mistos do tipo de proporção simples e composição de medidas?*

Para tanto, tomamos como base a teoria dos Campos Conceituais, que direcionou nosso olhar para os esquemas e invariantes operatórios manifestados pelos estudantes ao resolverem as situações propostas. Na sequência deste texto, apresentamos a fundamentação teórica, os procedimentos metodológicos, análises e principais resultados da investigação realizada.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A teoria dos Campos Conceituais parte do pressuposto de que o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do estudante, ocorre com o passar do tempo, por meio de experiência, maturidade e aprendizagem (Vergnaud, 2009a). Para que o estudante se aproprie de um determinado conceito, é necessário que ele experiencie várias situações que possibilitem a elaboração de novos esquemas.

O conceito de esquema está associado à organização invariante da atividade pelo sujeito, e é composto por quatro componentes: uma meta ou várias submetas e antecipações; regras de ação, coleta e controle de informações; invariantes operatórios (conceito em ação e teorema em ação); e possíveis inferências (Vergnaud, 2009a). A organização dos gestos, seja de um bebê, de uma criança ou de um sujeito adulto, contém os mesmos componentes de um esquema: um objetivo, o sequenciamento, a coordenação dos movimentos das diferentes partes do corpo, e a identificação dos objetos materiais e de suas propriedades (Vergnaud, 2009a).

Um dos componentes dos esquemas recebe atenção especial de Vergnaud: os invariantes operatórios, que são conhecimentos implícitos manifestados nas respostas dos sujeitos. Os invariantes operatórios são de dois tipos: *teoremas em ação* e *conceitos em ação*. Os teoremas em ação são conhecimentos na forma de proposição passíveis de serem verdadeiros ou falsos, e os conceitos em ação são os conceitos manifestados pelos sujeitos por meio dos teoremas em ação, não sendo passíveis de serem verdadeiros ou falsos, mas pertinentes ou não à situação (Vergnaud, 2009a).

Os teoremas em ação e os conceitos em ação também podem ser vistos como “[...] relações matemáticas que são levadas em consideração pelos estudantes quando estes escolhem uma operação, ou uma sequência de operações, para resolver determinado problema” (Gitirana et al., 2014, p. 22). Entre os 8 e os 10 anos de idade, as crianças entendem que se uma quantidade de objetos à venda for multiplicada por 2, por 3, por 4, por 100, ou por qualquer outro número, seu preço será 2, 3, 4, ou 100 vezes maior. Esse conhecimento pode ser expresso por um teorema em ação verdadeiro: Se $n, x \epsilon \mathbb{N}$, então $f(nx) = nf(x)$, em que x representa a quantidade de objetos, n um número qualquer, e f a relação entre objetos e o número (Vergnaud, 1996a).

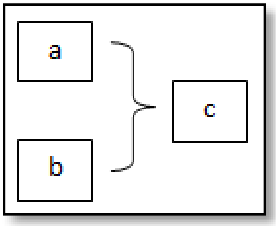
No que se refere ao campo conceitual, sua principal entrada é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito (Vergnaud, 2009a). O termo “conceito” é essencial na teoria, e recebe uma definição do ponto de vista psicológico. Trata-se do conjunto C composto pela tríade C = (S, I, R), na qual: S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência); I o conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização e operação dos esquemas (o significado); e R o conjunto das representações linguísticas e simbólicas que estão relacionadas à representação do conceito (o significante) (Vergnaud, 2009a).

Dois campos conceituais foram bem explorados e estruturados por Vergnaud, o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. O campo conceitual das estruturas aditivas é composto por seis classes de situações: composição de duas medidas em uma terceira; transformação de uma medida inicial em uma medida final; relação de comparação entre duas medidas; composição de duas transformações; transformação de uma relação; e composição de duas relações. Tais situações demandam, para a sua resolução, uma ou várias adições e/ou subtrações.

Para cada classe de situações, Vergnaud estabelece esquemas relacionais que nos auxiliam a analisar a estrutura e a classificação das situações. Considerando que a classe de composição de medidas é a contemplada no instrumento para a produção de dados desta pesquisa, apresentamos a seguir detalhamentos desta classe. Situações de composição de medidas são aquelas que envolvem parte-todo, “[...] juntar uma parte com a outra para obter o todo, ou subtrair uma parte do todo para obter a outra parte” (Magina et al., 2001, p. 25). Três medidas são envolvidas nesta classe, e seu esquema relacional é apresentado na Figura 1.

Figura 1

Esquema relacional de composição de medidas (Vergnaud, 2009b)

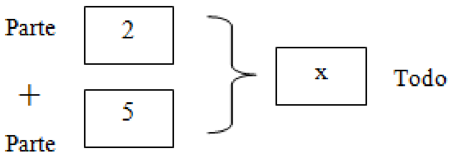


Os números a, b e c são números positivos, e as variações dessa classe são relacionadas à medida que se deseja descobrir, uma das partes, ou a medida da composição, o todo (Miranda, 2019). Para exemplificar, apresentamos na Figura 2 um problema dessa classe.

Figura 2

Diagrama do problema de composição (Magina et al., 2001, p. 25)

Na fila para o açougue do supermercado, estão à minha frente 2 homens e 5 mulheres. Quantas pessoas estão à minha frente nesta fila?

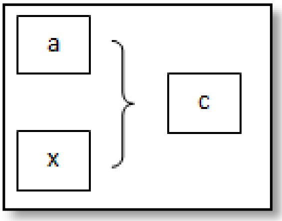


Este é um exemplo de problema de composição em que, conhecendo-se as partes, é possível encontrar a composição de medidas, sendo "homens" uma parte do problema e "mulheres" a outra parte; a soma dessas duas partes, homens e mulheres, formam o todo. Podemos representar essas situações pela equação $a + b = x$. Para o problema da Figura 2, temos a seguinte equação: $x = 2 + 5 = 7$.

Outra variação de situação da classe de composição de medidas pode ser encontrada em situações em que conhecendo-se uma das partes e a composição, pode-se encontrar a outra medida elementar. A equação que representa essa situação é: $a + x = c$ ou $x = c - a$, sendo representada pelo seguinte esquema relacional (Miranda, 2019):

Figura 3

Esquema sagital de composição de medidas (baseado em Vergnaud, 2009b)



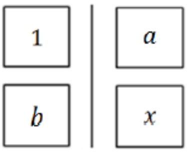
Portanto, para a classe de composição de medidas, existem duas variações: a composição desconhecida e uma das partes desconhecida.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas envolve situações que podem ser resolvidas por meio das operações de multiplicação e/ou divisão, e estão organizadas em cinco classes: isomorfismo de medidas ou proporção simples; comparação multiplicativa; caso de um único espaço de medidas de mesma natureza; produto de medidas ou produto cartesiano; função bilinear ou proporção dupla; e proporção múltipla (Vergnaud, 2009b; Gitirana et al., 2014).

A classe de situações *proporção simples* é a contemplada no instrumento da presente pesquisa; por esse motivo, apresentamos a Tabela 1, com os esquemas sagitais relativos às variações para a referida classe.

Tabela 1

Esquemas relacionais de problemas do tipo multiplicativo (Miranda, 2019, p. 60, baseada em Vergnaud, 1993 e Gitirana et al., 2014)

Classe de problema	Esquema relacional	Descrição
Multiplicação – um para muitos		A medida se relaciona à unidade. É dada (a unidade 1) e se deseja saber o valor que corresponde à segunda medida de mesma espécie da unidade.

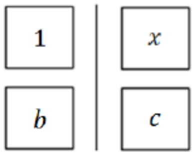
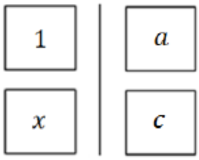
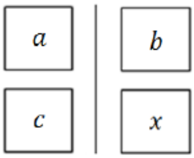
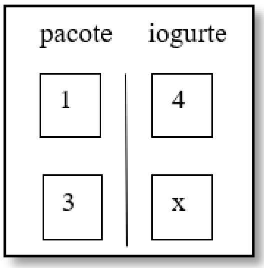
Divisão–partição ou Distribuição		É dada a correspondência entre duas medidas de natureza distintas, e se deseja saber a medida que corresponde à unidade.
Divisão-cotação ou cota		A medida que corresponde à unidade (medida igual a 1) é dada, e se deseja saber a medida que corresponde à de mesma natureza da unidade dada, ou quantas cotas/grupos se pode obter com a medida dada.
Quarta proporcional		A relação de proporcionalidade em que a medida correspondente à unidade não é explicitada e nem solicitada, podendo ser mais complexas caso as medidas dadas de mesma natureza, ou não, sejam múltiplas uma das outras.

Figura 4

Esquema sagital da classe proporção simples (Vergnaud, 2009b, p. 240)

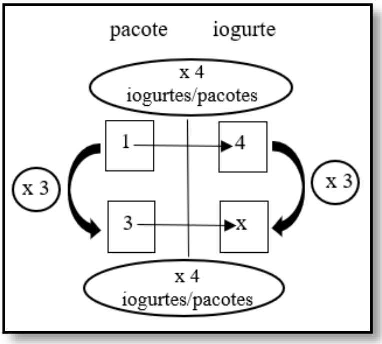


As situações de proporção simples se referem a uma relação quaternária de proporcionalidade de mesma medida, duas a duas e de mesma natureza. Essas relações podem ser analisadas de duas formas, chamadas de análise vertical e análise horizontal. Como exemplo, para o problema “Tenho 3 pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?” (Vergnaud, 2009b, p. 239), temos o esquema sagital da Figura 4, tanto vertical quanto horizontal.

No exemplo apresentado, as medidas 1 e 3 representam a quantidade de pacotes, e 4 e x, a quantidade de iogurtes, ou seja, são duas a duas de mesma natureza. Na Figura 5, apresentamos as análises horizontal e vertical desse problema.

Figura 5

Esquema sagital da classe proporção simples (Vergnaud, 2009b, p. 243)



Segundo Vergnaud (2009b), existem duas formas de obter o valor de x, “[...] a primeira consiste em aplicar o operador sem dimensão $\times\ 3$ à quantidade 4 iogurtes. A segunda, em aplicar a função $\times\ 4\ iogurte/pacote$ à quantidade 3 pacotes” (Vergnaud, 2009b, p. 244).

Além de problemas aditivos e multiplicativos, Vergnaud (2009b) apresenta os *problemas mistos* como aqueles que, para a sua resolução, envolvem ao menos uma das operações do campo aditivo, adição/subtração, e ao menos uma das operações do campo multiplicativo, multiplicação/divisão (Vergnaud, 2009b).

Considerando que os problemas mistos contemplam ao menos uma operação de adição e uma operação de multiplicação, é possível supor que os problemas mistos podem ser classificados a partir das classes dos campos aditivo e multiplicativo. Nesse sentido, supõe-se que existam ao menos 30 classes de problemas mistos, uma vez que os campos aditivo e multiplicativo possuem seis e cinco classes, respectivamente (Miranda, 2019). Dentre as possíveis classificações para os problemas mistos, têm-se a considerada para a presente pesquisa: proporção simples (referente ao campo multiplicativo) e composição de medidas (referente ao campo aditivo).

Como exemplo de problema misto, citamos: “Elisa comprou uma máquina de costura e pagou da seguinte forma: uma entrada de R$ 250,00 e mais 3 prestações de R$ 275,00 cada uma delas. Quanto ela pagou pela máquina?” (Dante, 2017a, p. 137).

O exemplo é um problema misto tipo proporção simples *multiplicação um para muitos* e composição de medidas *com parte desconhecida*. Para encontrar o valor total da máquina de costura, é necessário descobrir quantos reais ficará o valor das três prestações, e, depois somar com o valor da entrada. A identificação do valor das três prestações pode ser representada por um esquema relacional definido por Vergnaud (2009b). O esquema relacional existente nesse problema se refere a uma relação quaternária de proporção simples *multiplicação um para muitos*.

Identificado o valor das três prestações, que corresponde a R$ 875,00, basta somar com o valor da entrada para descobrir o valor total pago pela máquina de costura. A relação para essa parte final da resolução indica uma relação ternária de composição de medidas em que a composição é desconhecida, com R$ 875,00 se referindo a uma medida, e R$ 250,00, a outra medida.

Apresentada a fundamentação teórica, descrevemos a seguir o desenvolvimento da pesquisa, bem como trazemos as análises dos dados produzidos pelos estudantes.

DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS DADOS

Esta pesquisa[1], de natureza qualitativa, foi desenvolvida no segundo semestre de 2021, envolvendo treze estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em um colégio do campo situado no noroeste do Paraná.

[1] Para o desenvolvimento desta pesquisa, foi seguida a tramitação legal, contando com a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa – CEP da Universidade Estadual do Paraná - Unespar. No dia 20 de abril de 2021, a proposta foi aprovada com o número do parecer: 4.661.538.

Para a produção dos dados, foram elaborados quatro problemas mistos, da classe *proporção simples e composição de medidas,* cujas variáveis didáticas foram cuidadosamente selecionadas. Segundo Bittar (2017, p. 103), as variáveis didáticas são "[...] elementos da situação que, ao serem alterados, implicam em mudanças de estratégias de resolução por parte dos estudantes".

Após realizar as combinações existentes entre classe de proporção simples – *multiplicação um para muitos, divisão-partição, divisão-cota* e *quarta proporcional* - com as variações da classe de composição de medidas – *com o todo desconhecido* e *com a parte desconhecida* -, identificamos oito variações para a classe de proporção simples e composição de medidas. Dentre elas, foram selecionadas duas subclasses de situações-problemas: proporção simples *multiplicação um para muitos* e composição de medidas – *com o todo desconhecido*; e proporção simples *multiplicação um para muitos* e composição de medidas – *com a parte desconhecida*. As outras variações foram desconsideradas por não atenderem ao objetivo da pesquisa.

Diante disso, apresentamos as variáveis didáticas que foram levadas em consideração para a elaboração dos problemas mistos*: proporção simples e composição de medidas; apoio visual; e possibilidade de modelação na forma de função* $f(x) = ax + b$.

O instrumento de pesquisa contém quatro situações-problemas de proporção simples do tipo *multiplicação um para muitos* variando a composição – *com o todo desconhecido* e *com a parte desconhecida*, sendo dois problemas pertencentes à classe de proporção simples *multiplicação - um para muitos* e composição de medidas - *com o todo desconhecido* – e dois problemas pertencentes à proporção simples *multiplicação - um para muitos* e composição de medidas - *com a parte desconhecida*. Com notações matemáticas mais avançadas, é possível notar que todos os problemas podem ser modelados por meio de função afim $f(x) = ax + b$.

O instrumento de pesquisa foi cautelosamente elaborado, seguindo: os conteúdos e as orientações previstas pela BNCC (Brasil, 2018), referentes ao 5º ano; a análise dos problemas pertencentes ao Livro Didático da turma, pertencente à coleção Ápis de Matemática (Dante, 2017b); os pressupostos da teoria dos Campos Conceituais; as variáveis didáticas; e os contextos que fazem parte da realidade dos estudantes, bem como as especificidades da escola do campo.

Os quatro problemas foram resolvidos pelos estudantes em grupos (duplas e trio), em horário convencional de sala de aula. Para as análises, foram considerados os diálogos entre os estudantes, que foram gravados em áudio; a produção escrita dos estudantes; e o diário de bordo da pesquisadora. Em relação aos procedimentos utilizados nas análises dos dados, tivemos como respaldo os pressupostos de Vergnaud (1996b; 2009b), no que se refere principalmente aos esquemas e invariantes operatórios manifestados pelos estudantes.

Para este artigo, apresentamos os problemas 2 e 4 do instrumento de pesquisa, que aqui denominamos de Situação 1 e Situação 2. Eles foram selecionados pela variação de apoio visual, e por envolverem em suas resoluções todas as ideias-base de função *variável*, *dependência*, *correspondência*, *regularidade* e *generalização*, a ideia de *proporcionalidade* e a possibilidade de *modelação da função afim*.

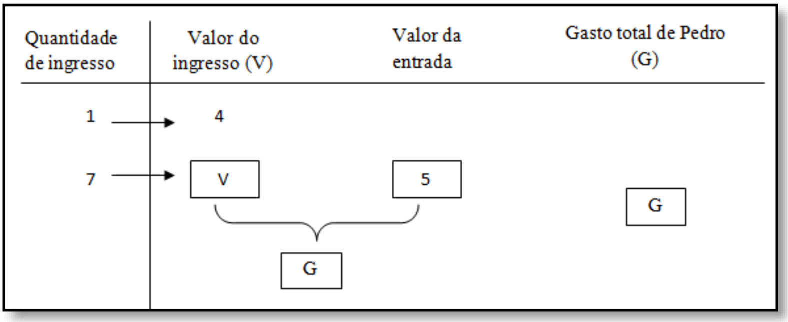
Apresentamos a seguir a Situação 1, pertencente à classe: proporção simples e composição de medidas.

> Situação 1: *Em um parque de diversões, há vários brinquedos. O valor do ingresso para cada brinquedo custa R$ 4,00, e a entrada no parque custa R$ 5,00. O gasto total no parque inclui o valor pago pelos ingressos e o valor da entrada. Com essas informações, responda:*
>
> *a) Pedro entrou no parque e comprou 7 ingressos. Qual foi o gasto total de Pedro?*
>
> *b) E se Pedro, ao entrar no parque, comprar 12 ingressos, qual será o gasto total?*
>
> *c) Como você realizou os cálculos nas questões anteriores?*
>
> *d) Após Pedro entrar no parque, como podemos calcular seu gasto total para qualquer quantidade de ingressos comprados?*

Nessa situação, tem-se a intenção de que o estudante encontre o gasto total de Pedro no parque de diversões. Para determinar a resposta do item "*a*", é necessário multiplicar a quantidade de ingressos por R$ 4,00, que representa o valor do ingresso para cada brinquedo, e, em seguida, somar com R$ 5,00, que representa o valor da entrada, para poder encontrar o valor total gasto por Pedro. O esquema sagital que representa essa situação é apresentado na Figura 6.

Figura 6

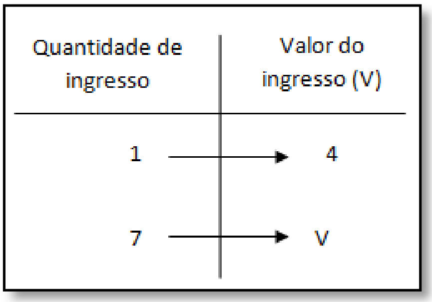
Esquema sagital da classe proporção simples e composição de medidas (baseado em Vergnaud, 2009b; Miranda, 2019; Rodrigues & Rezende, 2021)



Para a identificação de "V", temos uma relação quaternária de proporção simples *multiplicação um para muitos* da forma apresentada na Figura 7.

Figura 7

Esquema sagital da parte de proporção simples (baseado em Vergnaud, 2009b)



Podemos verificar a relação existente entre a quantidade de ingressos e o valor pago por eles, em que um ingresso corresponde a quatro reais e sete ingressos correspondem a V reais. Algebricamente, podemos representar essa relação da seguinte maneira: $\frac{1}{7} = \frac{4}{V}$, logo $V = 7 \times 4 = 28$.

A relação para a parte final da resolução, que pede o gasto total de Pedro, corresponde a uma relação ternária de composição de medidas com a composição desconhecida, na qual R$ 28,00 representa uma parte, e R$ 5,00, a outra parte. Assim, a resolução da primeira questão resulta em: $V = 28 + 5 = 33$. Logo, na questão "a", o gasto total de Pedro ao comprar 7 ingressos é R$ 33,00. Notamos que é possível modelar a resolução desse problema pela seguinte função afim: $f(x) = 4x + 5$, em que 4 representa o valor para cada ingresso, x a quantidade de ingressos comprados, e 5, o valor da entrada no parque.

Para a resolução da questão "b", o processo é semelhante ao da questão "a", mudando apenas a quantidade de ingressos.

A questão "c" foi incluída com o objetivo possibilitar ao estudante refletir acerca dos cálculos das questões *"a"* e *"b",* e notar as ideias de variável, a regularidade, a dependência e a correspondência presentes nesse problema, para que então possa generalizar, ao responder à questão "d".

Na sequência, apresentamos as análises das resoluções dos estudantes relativas a dois problemas mistos, o problema 1 e o problema 4.

Para as análises dos dados, contamos com os áudios gravados, com a produção escrita dos estudantes, e com o diário de bordo; assim, analisamos as respostas de cada grupo em cada um dos quatros problemas. Para preservar as identidades dos estudantes, em nossas análises iremos nos referir da seguinte maneira: estudante 1 e estudante 2 – Grupo 1; estudante 3 e estudante 4 – Grupo 2; estudante 5 e estudante 6 – Grupo 3; estudante 7 e estudante 8 – Grupo 4; estudante 9 e estudante 10 – Grupo 5; estudante 11, estudante 12 e estudante 13 – Grupo 6.

Todos os problemas foram entregues em folha de sulfite colorida de tamanho A4, para diferenciar a atividade das que são rotineiras em sala de aula. O problema 1 foi apresentado na folha de cor verde; o problema 2, na cor rosa; o problema 3, na folha de cor amarela; e o problema 4, na azul.

Na primeira questão da Situação 1, quatro grupos apresentaram esquemas adequados para a resolução da questão, sendo eles: Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3 e Grupo 6. Os estudantes desses grupos manifestaram em seus diálogos e em seus protocolos escritos a compreensão de que era preciso multiplicar a quantidade de ingressos por R$ 4,00, e, ao final, somar o resultado da multiplicação com cinco para identificarem o gasto total, como podemos verificar no fragmento da explicação do estudante do Grupo 1 à pesquisadora: "*É... Nós multiplicamos o valor do ingresso pela quantia* *comprada e adicionamos mais cinco, que foi a entrada do parque, pra saber quanto que ele gastou no total*”.

Na Figura 8, apresentamos a resolução do Grupo 1, semelhante à resolução dos estudantes dos Grupo 2 e 3.

Figura 8

Resolução da questão “a” da Situação 1 – Grupo 1

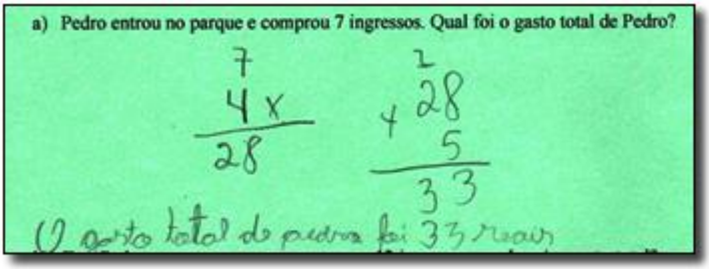
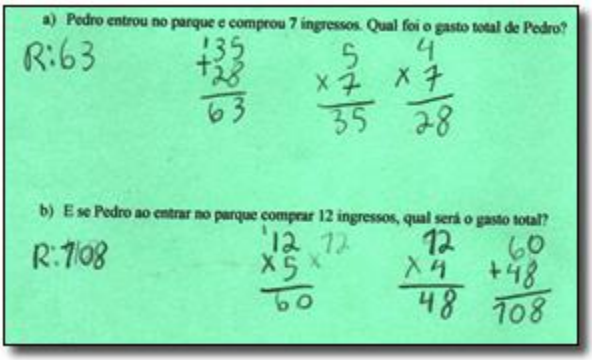


Figura 9

Resolução das questões “a” e “b” da Situação 1 – Grupo 5 (arquivo de pesquisa)



O esquema de resolução das estudantes do Grupo 6, embora apresente o mesmo resultado dos Grupos 1, 2 e 3, difere do apresentado na Figura 7, pois as estudantes apresentaram a multiplicação de R$ 4,00 por 7 ingressos, seguindo o mesmo padrão em todas as resoluções.

Os estudantes do Grupo 4 e do Grupo 5 apresentaram como resposta para a questão “a” a multiplicação do valor do ingresso (R$ 4,00) pela quantidade pedida no enunciado (7), ou seja, 7×4, e multiplicaram o valor da entrada no parque (R$ 5,00) pela quantidade de ingressos comprados. Ao final, esses estudantes somaram os resultados obtidos nessas multiplicações. O mesmo raciocínio foi mantido ao resolverem a questão “b”, mudando apenas a quantidade de ingressos. Na Figura 9, ilustramos a resolução do Grupo 5, semelhante à do Grupo 4, referentes às duas primeiras questões da Situação 1.

Observamos que os estudantes dos Grupos 4 e 5 resolveram a questão “a” e a questão “b” da Situação 1 de forma incoerente com o problema. Esses estudantes multiplicaram a variável (quantidade de ingressos) tanto pelo valor correspondente a cada ingresso como também pelo valor da entrada no parque (constante), ou seja, na função afim definida como $f(x) = a.x + b$, os estudantes apresentaram o seguinte *teorema em ação* falso: Seja f uma relação funcional, então $f(x) = a.x + b.x$, com $a, b, x \in \mathbb{N}$.

Os demais grupos, 1, 3 e 6, apresentam esquema de resolução na questão “b” semelhantes ao da questão “a”, apresentando soluções corretas para o problema; os estudantes do Grupo 2 fizeram corretamente a multiplicação 12×4, porém, esqueceram-se de somar o resultado com 5, não encontrando, assim, o gasto total.

Já os estudantes dos grupos 1, 3 e 6 acertaram a questão “b”, e indicaram em seus diálogos que a resolução dessa questão se assemelha com a da questão “a”, mudando apenas a quantidade de ingressos considerados. Os estudantes do Grupo 1 mencionam à pesquisadora, durante a explicação da questão “b”: “*A mesma coisa. Só mudou a quantidade de ingressos daí.*”. A explicação dos estudantes do Grupo 3 para a pesquisadora foi a seguinte: “*A outra nós fizemos* 12 *ingressos, aí colocamos* 12×4, *que é do brinquedo, e a entrada do parque, que é* 5”. E a explicação das estudantes do Grupo 6 foi: “*A mesma coisa, só que mudou os números. Aí aqui é* 12”.

As estudantes do Grupo 6, assim como ocorreu na questão “a”, chegaram ao mesmo resultado dos estudantes dos grupos 1 e 3, porém apresentaram como esquema de resolução a multiplicação de $R\$ 4{,}00$ por 12 ingressos.

A ideia de *regularidade* não está apresentada de forma explícita na Situação 1, mas esperávamos que os estudantes identificassem a regularidade existente, observando que os mesmos cálculos realizados na questão "a" valem para outras quantidades, alterando a quantidade de ingressos, pois a identificação de regularidades em uma situação funcional é uma habilidade essencial para a construção do conceito de função (Tinoco, 2002). Nesse sentido, observamos, nos diálogos e nos protocolos escrito dos estudantes do Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4, Grupo 5 e Grupo 6, que eles identificaram a *regularidade* existente, pois seguiram o mesmo raciocínio nas duas primeiras questões, mudando apenas a quantidade de ingressos comprados e o valor de cada ingresso, preservando o valor da entrada.

Em relação ao conceito de *proporcionalidade*, observamos que a ideia surge por meio da multiplicação relacionada ao raciocínio de correspondência e por meio de representação da relação entre duas variáveis (Nunes, 2003). Desse modo, verificamos que os estudantes do Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4, Grupo 5 e Grupo 6 manifestaram tal conceito, pois, ao multiplicarem na primeira questão 7×4 ou $4{,}00 \times 7$, e, na segunda questão, 12×4 ou $4{,}00 \times 12$, deixaram implícita a seguinte proporcionalidade: 1 está para 4, assim como 7 está para x; da mesma forma, 1 está para 4, assim 12 está para x, ou seja: um ingresso corresponde a R$ 4,00, assim como 7 ingressos correspondem a x reais, e, do mesmo modo, um ingresso corresponde a R$ 4,00, assim como 12 ingressos correspondem a x reais. Algebricamente, fica representado da seguinte forma: $\frac{1}{7} = \frac{4}{x}$ e $\frac{1}{12} = \frac{4}{x}$. Multiplicando cruzado essa igualdade, temos: $x = 7 \times 4$ e $x = 12 \times 4$.

Mesmo que as estudantes do Grupo 6 tenham apresentado em seus protocolos escritos as multiplicações $4{,}00 \times 7$ e $4{,}00 \times 12$, foi possível verificar em seus diálogos que elas compreenderam que era necessário multiplicar 7×4 e 12×4, porém, como elas utilizam o algarismo quatro seguido de dois zeros após a vírgula – $4{,}00$ –, acreditamos que elas utilizaram $4{,}00$ como primeiro valor no algoritmo da multiplicação devido ao fato de a quantidade de algarismos contidos em $4{,}00$ ser maior do que em 7 e 12.

Analisando a resolução dos grupos 1, 2, 3 e 6, foi observado que, no esquema manifestado, guardadas as operações e notações matemáticas esperadas para estudantes do 5º ano, as ideias envolvidas podem ser associadas à modelação da função $f(x) = 4x + 5$, com $f(x)$ representando o gasto total de Pedro no parque, identificado por meio da multiplicação de 4, que representa a taxa de variação da função, com o x, que representa a quantidade de ingressos comprados, mais a constante 5, que representa o valor da entrada no parque.

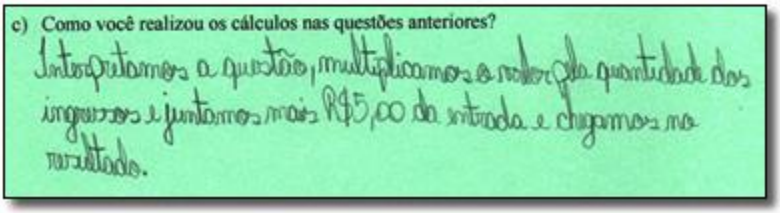
O conhecimento mobilizado pelos estudantes dos grupos 1, 2, 3 e 6 pode ser associado ao seguinte *teorema em ação* verdadeiro: Seja f uma relação funcional, então $f(x) = a.x + b$, com a, b, $x \in \mathbb{N}$ (Rodrigues, 2021), pois os estudantes multiplicaram a taxa de variação da função por x, e o resultado somaram com b, para encontrar a $f(x)$.

A ideia de *correspondência* foi manifestada pelos referidos grupos, uma vez que eles resolveram corretamente uma situação-problema que envolve proporção simples. Ademais, eles não só apresentaram a multiplicação 7×4, como também, em seus diálogos, deixaram transparecer a ideia de correspondência ao afirmarem que cada ingresso equivale a R$ 4,00, e, assim, 7 ingressos correspondem a R$ 28,00.

Para os Anos Iniciais, a ênfase não deve ser colocada em expressões algébricas ou representações conceituais que expressam noções da ideia de *dependência*, mas em relações estabelecidas entre grandezas variáveis (Brasil, 2018). Nesse sentido, foi possível identificar que os estudantes perceberam a ideia de *dependênci*a na Situação 1, mesmo de forma implícita. O estudante 1, por exemplo, expõe: "*É, mas só que para ele entrar, ele gastou cinco reais dele, não foi? Ele entrou no parque, ele gastou cinco reais. Vamos fazer quatro vezes sete, o valor mais cinco reais... Não é?*". Podemos notar que ele mobiliza a ideia de *dependência*, pois o estudante sabe que, para encontrar o valor total, é preciso identificar o valor gasto com os ingressos e depois somar com o valor da entrada, apresentado ideia de dependência entre duas grandezas variáveis. A resolução da Situação 1 pode ser modelada pela expressão algébrica da função afim $f(x) = 4x + 5$, sendo x a variável independente, $f(x)$ a dependente, 4, a taxa de variação, e 5, a constante.

Figura 10

Resolução da questão "c" da Situação 1 – Grupo 6 (arquivo de pesquisa)


c) Como você realizou os cálculos nas questões anteriores?

Interpretamos a questão, multiplicamos o valor pela quantidade dos ingressos e juntamos mais R$5,00 da entrada e chegamos no resultado.

As questões “c” e “d” estavam relacionadas à ideia-base de *generalização*. O intuito da questão “c” é auxiliar o estudante a chegar a uma possível generalização do problema; nela, os estudantes do Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4, Grupo 5 e Grupo 6 indicaram que realizaram as operações de “multiplicação e adição”. Somente as estudantes do grupo 6 indicaram uma resposta diferente, como podemos observar na Figura 10.

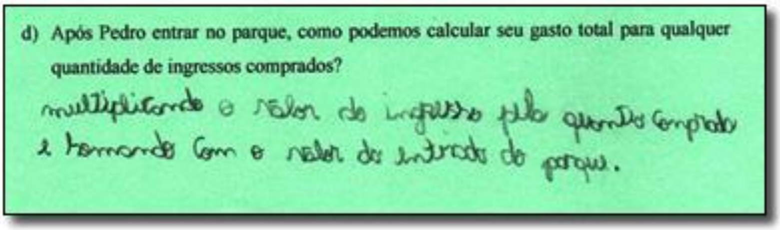
Na questão “d”, os estudantes dos 2, 3, 4 e 6 apresentaram como resposta a soma dos resultados que obtiveram nas questões “a” e “b”; já os estudantes do Grupo 5 apresentaram a seguinte resposta para a questão “d”: “adição e somando”.

Em seus diálogos, o estudante 9, do Grupo 4, explica para a sua dupla que a questão “d” não é para somar os resultados obtidos nas questões anteriores: “*Não, se fosse pra juntar, estaria escrito diferente. Mas aqui está perguntando após Pedro entrar no parque como podemos calcular, COMO PODEMOS, não tá falando quanto que é o gasto total dele, tá falando como podemos*”, e, ao explicara para a pesquisadora, o estudante 9 expõe: “*Esse ‘podemos’ aqui já dá uma certa dica de ‘como podemos’, se fosse qual o valor total, aí teria que fazer o* $63 + 108$”. Embora os estudantes do Grupo 4 não tenham conseguido realizar corretamente as questões “a” e “b”, eles apresentam dados de uma possível generalização para o problema, mesmo de forma implícita.

Os estudantes do Grupo 1 conseguiram apresentar uma generalização para esse problema, como podemos verificar na Figura 11.

Figura 11

Resolução da questão “d” da Situação 1 – Grupo 1 (arquivo de pesquisa)



Podemos observar que o estudante 1 conseguiu explicitar a *generalização* do problema para a sua dupla, mesmo sem apresentar expressões matemáticas. Assim, os estudantes do Grupo 1 apresentaram as seguintes ideias-base: *correspondência*, *dependência*, *regularidade*, *variável* e *generalização*. A ideia de *proporcionalidade* e a possível modelação da função afim também foram mobilizadas. Com exceção da *generalização*, os estudantes dos grupos 2, 3 e 6 também manifestaram as ideias de função mencionadas.

Embora os estudantes dos grupos 4 e 5 tenham mobilizado um *teorema em ação* falso ao solucionarem as questões "a" e "b", também admitimos que eles manifestaram as ideias de *correspondência, dependência, regularidade, variável* e *proporcionalidade*.

> Situação 2: *Márcia tem uma empresa de sanduíche, e o gasto total de sua empresa corresponde a R$ 3,00 de ingredientes para cada sanduíche produzido e R$ 150,00 de imposto por mês.*
>
> *a) Se Márcia produzir 10 sanduíches, qual será seu gasto total no mês?*
>
> *b) Preencha a tabela a seguir de acordo com a quantidade de sanduíches produzidos no mês.*

Quantidade de sanduíches produzidos no mês por Márcia	*Gasto total no mês por Márcia*
20	
25	
30	
35	
40	

> *c) Se Márcia produzir 90 sanduíches, qual será o gasto total dela no mês?*
>
> *d) Como você realizou os cálculos nas questões anteriores?*
>
> *e) Como podemos calcular o gasto total no mês por Márcia para qualquer quantidade de sanduíches que ela produzir?*

A Situação 2 contém uma tabela com o valor da variável didática, o que a diferencia da Situação 1. As três primeiras questões trazem variação da quantidade de sanduíches produzidos no mês para que, nas duas últimas questões, o estudante possa generalizar os cálculos para qualquer quantidade de sanduíches produzidos.

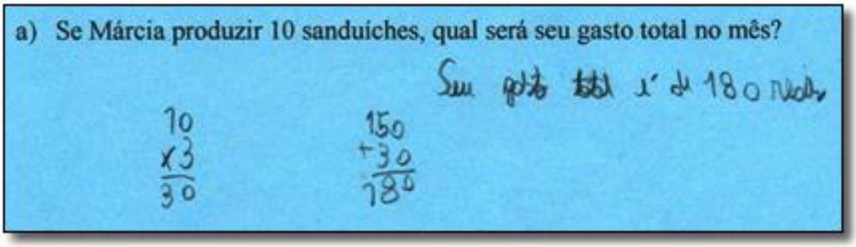
Para encontrar a resposta dos itens “a”, “b” e “c”, é necessário multiplicar a quantidade de sanduíches produzidos por R$ 3,00, que representa o valor gasto para a produção de um sanduíche, e, em seguida, somar com R$ 150,00, que representa o valor do imposto; com isso, pode-se encontrar o gasto total de Márcia no mês.

De acordo com as análises da produção escrita e dos diálogos entre os estudantes, observamos que, na primeira questão da Situação 2, os estudantes de três grupos, 1, 2 e 5, conseguiram efetuar os cálculos, chegando à solução correta do problema.

Percebemos que os estudantes desses três grupos compreenderam a questão “a” da Situação 2, como podemos verificar na produção escrita do Grupo 1, representada na Figura 12, apresentando esquema de solução semelhante aos dos estudantes dos grupos 2 e 5.

Figura 12

Resolução da questão “a” da Situação 2 – Grupo 1 (arquivo de pesquisa)



Os demais grupos, 3, 4 e 6, apresentaram esquemas de resoluções que não condizem com a resposta do problema. Os estudantes do Grupo 3 apresentaram como resposta 30 sanduíches; eles multiplicaram a quantidade de sanduíches (10) pelo valor dos ingredientes na produção de um sanduíche (R$ 3,00), porém, esqueceram-se de somar o resultado com o valor do imposto.

As estudantes do Grupo 4 realizaram uma conta de multiplicação e uma conta de adição. Na multiplicação, as elas realizaram o valor do imposto pelo valor correspondente à produção de cada sanduíche, ou seja, 150×3; em seguida, as estudantes somaram o resultado que encontraram (450) com a quantidade de sanduíches solicitada na questão (10), apresentando como resposta 460.

As estudantes do Grupo 6 apresentaram como resposta para a primeira questão a multiplicação do valor do imposto (150) pela quantidade de sanduíches produzidos no mês, apresentando como resposta final o valor de 1500 reais.

Na questão “b”, os estudantes do Grupo 2 preencheram a tabela sem realizar a soma com o valor do imposto, tendo feito apenas a multiplicação. Embora esses estudantes tenham solucionado a questão “a” de forma correta, fazendo a multiplicação da quantidade de sanduíches pelo valor da produção de cada um e, ao final, somando com o valor do imposto, na questão “b” eles acabaram realizando somente a multiplicação da quantidade de sanduíches por R$ 3,00. Os estudantes do Grupo 3 também realizaram o mesmo procedimento dos estudantes do Grupo 2.

As estudantes do Grupo 4 também preencheram a tabela de forma incorreta. Em suas explicações para a pesquisadora, justificaram que preencheram a tabela colocando o algarismo 1 entre os dois algarismos de cada número que está representado na tabela.

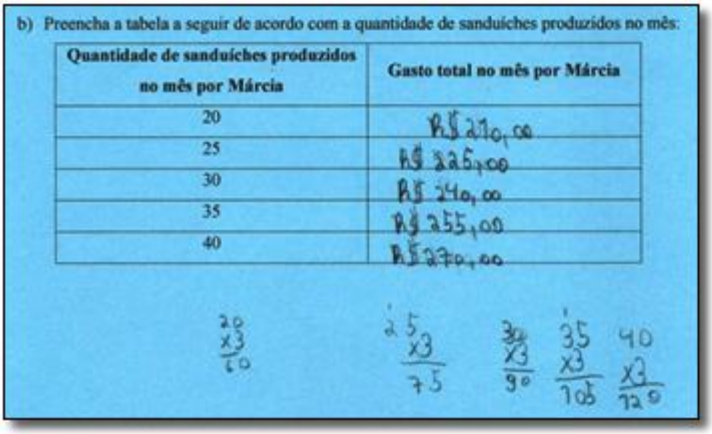
As estudantes do Grupo 6 preencheram a tabela realizando os cálculos que satisfazem a solução da questão “b”. No entanto, elas apresentaram dificuldades para o preenchimento a tabela, pois, a princípio, estavam realizando somente as operações de multiplicação, esquecendo-se de somar com o valor do imposto. Ao longo dos diálogos entre elas, observamos que uma das estudantes do Grupo 6 perguntou para um estudante do Grupo 1 se a solução delas estaria correta, e o estudante do Grupo 1, ao conferir as respostas, mencionou que ainda faltava somar com 150. Depois disso, houve somente um equívoco: ao somarem $75{,}00 + 150{,}00$, as estudantes colocaram como resposta $227{,}00$. Também percebemos que as estudantes do Grupo 6 realizaram, em seus esquemas de resolução, a multiplicação de R$ 3,00 pela quantidade de sanduíches produzidos.

Identificamos, na resolução dos estudantes do Grupo 5, que alguns valores foram preenchidos incorretamente na tabela. O valor correto do gasto total para a produção de 25 sanduíches é $R\$\,225{,}00$, para 30, $R\$\,240{,}00$ e, para 35, $R\$\,255{,}00$. Mesmo assim, compreendemos que estes estudantes manifestaram ter entendimento do problema, e esses erros de cálculos não comprometem a mobilização dos conhecimentos por eles externados.

Os estudantes do Grupo 1 preencheram a tabela de forma correta para todos os valores, como podemos na Figura 13.

Figura 13

Resolução da questão "b" da Situação 2 – Grupo 1 (arquivo de pesquisa)



b) Preencha a tabela a seguir de acordo com a quantidade de sanduíches produzidos no mês:

Quantidade de sanduíches produzidos no mês por Márcia	Gasto total no mês por Márcia
20	R$ 210,00
25	R$ 225,00
30	R$ 240,00
35	R$ 255,00
40	R$ 270,00

$20 \times 3 = 60$ $25 \times 3 = 75$ $30 \times 3 = 90$ $35 \times 3 = 105$ $40 \times 3 = 120$

Percebemos que os estudantes dos grupos 1, 5 e 6 manifestaram ideias de *correspondência*, *dependência*, *regularidade*, *variável* e ideias de *proporcionalidade*. Embora os estudantes do Grupo 2 tenham se esquecido de acrescentar o imposto na questão "b", assumimos que eles também manifestaram tais ideias de função, uma vez que mostraram ter compreendido a situação ao ler o enunciado da questão "a", o que é evidenciado quando o estudante 4 pergunta "*É, tem que fazer* 10×3 *e depois somar com* 150*?*", e o estudante 3 responde "*Acho que é. Calma aí...* 3×1... 30... $150 + 30$. $5 + 3$, 8... 180*!*".

Identificamos as ideias de *correspondência* e *regularidade* quando os estudantes relacionam que, para cada sanduíche produzido, o custo será de R$ 3,00. Como os estudantes dos grupos 1, 2, 5 e 6 apresentaram esses cálculos, concluímos que eles mobilizaram os conceitos de correspondência e regularidade.

O conceito de *proporcionalidade* está evidenciado em todas as multiplicações da quantidade de sanduíches por R$ 3,00; logo, os estudantes dos grupos 1, 2, 3, 5 e 6 também demonstraram a ideia de *proporcionalidade,* uma vez que mostraram terem compreendido que *um sanduíche produzido corresponde a R$ 3,00; logo, tantos sanduíches produzidos correspondem a x reais*.

Consideramos a mobilização da noção de *dependência* quando os estudantes reconhecem que o gasto total depende da quantidade de sanduíches produzidos. Nesse caso, consideramos os cálculos em que os estudantes efetuaram a multiplicação para encontrar o gasto com a produção dos sanduíches, e somaram com o valor do imposto. Com isso, identificamos a ideia de *dependência* nos diálogos e esquemas apresentados pelos estudantes dos grupos 1, 5 e 6.

A ideia de *variável* está presente nos diálogos e nas produções escritas dos estudantes dos grupos 1, 5 e 6, pois eles seguem os mesmos esquemas de cálculos, mudando apenas a quantidade de sanduíches produzida.

Desse modo, observa-se que os estudantes dos grupos 1, 5 e 6 mobilizaram o pensamento funcional em suas respostas, modeladas pela função afim $f(x) = 3x + 150$. Considerando as respostas apresentadas em sua produção escrita, podemos indicar que o conhecimento por eles mobilizado pode ser associado ao seguinte *teorema em ação* verdadeiro: Seja f uma relação funcional, então $f(x) = a.x + b$, com a, b, $x \in \mathbb{N}$ (Rodrigues, 2021), pois os estudantes multiplicaram a taxa de variação da função por x, e o resultado, somaram com b, para encontrar a $f(x)$.

Para a questão “c”, os estudantes de todos os grupos mantiveram o esquema de resolução da tabela (questão “b”) para responderem o gasto total na produção de 90 sanduíches. A única exceção foram as estudantes do Grupo 4, que, na tabela, inseriram o algarismo 1 entre os números, e, na questão “c”, multiplicaram o valor do imposto por 90 sanduíches (150×90), chegando a uma resposta incorreta.

Os estudantes dos grupos 1 e 5 conseguiram solucionar a questão “c” de forma correta: eles multiplicaram a quantidade de sanduíches (90) por R$ 3,00, e, depois, somaram o resultado com 150, resultando em 420.

As estudantes do Grupo 6 obtiveram a mesma resposta dos grupos 1 e 5, porém, assim como ocorreu no preenchimento da tabela, elas utilizaram em seus esquemas de resolução a multiplicação de R$ 3,00 pela quantidade de sanduíches produzidos, ou seja, $3{,}00 \times 90 = 270$, e, depois, realizaram o cálculo $150{,}00 + 270{,}00 = 420{,}00$.

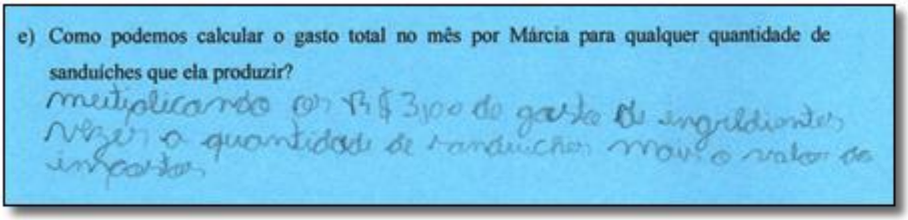
Os estudantes dos grupos 2 e 3 apresentaram como resposta para a questão “c” a multiplicação de 90 sanduíches por 3 reais, esquecendo-se de somar com 150 reais.

Na questão “d”, os estudantes dos grupos 1, 2, 4, 5 e 6 apresentaram como resposta que realizaram cálculos de multiplicação e adição; já os estudantes do Grupo 3 mencionaram que realizaram a multiplicação 10×3 para encontrarem a resposta da questão “a”.

Na questão “e”, os estudantes que identificamos terem conseguido generalizar o problema foram os dos grupos 1 e 5; os demais grupos apresentaram como resposta a soma de alguns resultados obtidos nas questões anteriores. Podemos conferir o protocolo escrito do Grupo 1 para a questão “e” da Situação 2 na Figura 14.

Figura 14

Resolução da questão “e” da Situação 2 – Grupo 1 (arquivo de pesquisa)



e) Como podemos calcular o gasto total no mês por Márcia para qualquer quantidade de sanduíches que ela produzir?

multiplicando os R$ 3,00 de gasto de ingredientes vezes a quantidade de sanduiches mais o valor do impostos

Ao apresentarem como resposta “Multiplicando os três reais de gastos de ingredientes vezes a quantia de sanduíches mais o valor do imposto”, é possível perceber que o estudante 1 reconheceu a variável existente, ou seja, para qualquer quantidade de sanduíches os cálculos sempre seguirão a mesma regra, apresentando então uma generalização para a Situação 2. Com isso, garantimos a as ideias de *dependência*, *correspondência*, *regularidade*, *variável*, *generalização*, *proporcionalidade*, e a modelação da função afim sendo mobilizadas.

Na resolução escrita dos estudantes do Grupo 5, percebemos que eles indicaram, como resposta para a questão “e”, “adição e multiplicação”. Entretanto, ao realizar a explicação para a pesquisadora, o estudante 9 evidencia a ideia de generalização para o problema:

Pesquisadora: *O que vocês entenderam nessa última pergunta?*
Estudante 9: *Aqui é esse 'podemos' que dá a dica.... Que é multiplicando e somando.*
Pesquisadora: *Mas seria multiplicando e somando o quê?*
Estudante 9: *Tipo, ela fez* 100 *sanduíches, e o gasto de* 3 *reais cada um ia dar* 300 *reais, que é da multiplicação, com mais o* 150, *aí que entra a parte da adição.*
Pesquisadora: *Ah, entendi. Muito bem, pessoal.*

Percebemos que o estudante 9 faz referência a qualquer quantidade, citando o exemplo de 100 sanduíches produzidos: *"Tipo, ela fez 100 sanduíches, e o gasto de 3 reais cada um ia dar 300 reais, que é da multiplicação, com mais o 150, aí que entra a parte da adição"*. Percebemos, por meio dessa fala, que o estudante está manifestando todas as ideias-base de função e a ideia de proporcionalidade, pois ele usou uma quantidade qualquer (*variável*), fez uso da operação de multiplicação (*correspondência*, *dependência*, *regularidade*, *proporcionalidade*) e somou com o valor do imposto, garantido a generalização do problema, implicando na modelação da função afim.

Desse modo, identificamos na Situação 2 as seguintes ideias de função: *correspondência*, *regularidade* e *proporcionalidade*, presentes nas resoluções dos estudantes dos grupos 1, 2, 3, 5 e 6. As ideias de *dependência*, *variável* e modelação da função afim foram identificadas nos grupos 1, 5 e 6, e a *generalização*, nos grupos 1 e 5.

Verificamos que a ideia de *generalização* foi a ideia-base de função menos identificada nos grupos; contudo, dadas sua complexidade e a faixa etária dos estudantes dos Anos Iniciais, tal fato é esperado, conforme apontam as pesquisas de Nogueira (2014) e Rezende, Nogueira e Calado (2020), ao mostrarem que a *generalização* é ideia-base relacionada ao conceito de função que mais ocasiona dificuldades de compreensão.

Com as análises realizadas, podemos afirmar que as ideias de *correspondência*, *dependência*, *regularidade*, *variável*, *proporcionalidade* e a *modelação da função afim* foram mobilizadas pelos estudantes de todos os grupos em ao menos um dos problemas. A ideia de *generalização* foi manifestada pelos estudantes dos grupos 1 e 5.

CONCLUSÕES

Com a pesquisa realizada, foi constatado que estudantes dos Anos Iniciais resolvem situações envolvendo ideias de *função afim*. Mais especificamente, as análises mostram que as ideias-base de função – correspondência, dependência, regularidade, variável e generalização –, a ideia de proporcionalidade e a modelação da função afim foram mobilizadas pelos estudantes. Também identificamos a presença de teoremas em ação relacionados à modelação da função afim.

Dessa forma, indicamos a importância de analisar as respostas dos estudantes, que, na maioria das vezes, trazem conhecimentos implícitos que podem ser modelados na forma de *teoremas em ação*. Consideramos também a relevância em apresentar situações-problemas de diferentes classes para instigar a elaboração de novos esquemas e de possíveis novos *teoremas em ação* para os estudantes. Para tais situações, deve-se considerar tanto o contexto envolvido quanto as variáveis didáticas com seus respectivos valores.

Esperamos que esse trabalho possa trazer contribuições para pesquisadores interessados pelo tema e também para os professores da Educação Básica, tornando-os cientes da possibilidade de levar para as suas aulas os resultados dessa pesquisa, as situações elaboradas, o reconhecimento de esquemas e teoremas em ação passíveis de serem manifestados pelos estudantes, bem como a possibilidade de se desenvolver ideias de função, particularmente *função afim*, com estudantes desde os Anos Iniciais.

De posse dos resultados da pesquisa e com base em Vergnaud (1996a), defendemos que situações envolvendo ideias de função e, particularmente, de *função afim,* sejam propostas aos estudantes desde os Anos Iniciais, para que, no decorrer do processo escolar, tal conceito possa ser aprimorado pelos estudantes, até ser oficializado em seus estudos no 9º ano e Ensino Médio, afinal, é a partir de diferentes situações vivenciadas que novos esquemas são elaborados pelos sujeitos, e que, portanto, ocorre a compreensão do conceito em questão.

REFERÊNCIAS

Brasil (2018). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular. BNCC*. 600 p.

Bittar, M. (2017). Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: Teles, R.;

Monteiro, C.; & Borba, R. (Org.) *Investigações em Didática da Matemática* (pp. 100-131).

Calado, T.; Rezende, V. (no prelo). Aspectos Históricos e Epistemológicos do Conceito de Função: um estudo sobre as ideias base. *Revista Eletrônica de Educação - REVEDUC, São Carlos – SP.*

Caraça, B. J. de (1951). *Conceitos Fundamentais da Matemática.*

Dante, L.R. (217a). *Ápis Matemática – 4º ano*. 3ª edição. Ática.

Dante, L.R. (2017b). *Ápis Matemática – 5º ano*. 3ª edição. Ática.

Gitirana, V. et al. (2014). *Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais*. 1. ed. (pp. 1-136). PROEM.

Magina, S. et al.(2001). *Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. 2ª ed. (pp. 1-63).

Miranda, C. A. (2019). *Situações-problema que envolve o conceito de função afim: uma análise à luz da teoria dos Campos Conceituais*. (161 f.). Dissertação (Educação Matemática/Mestrado PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE.

Nogueira, C. M. I. (2014). Construindo o Conceito de Funções. *In*: Ramos, A.S.; Rejani, F.C. *Teoria e Prática de Funções* (pp. 1-121). Unicesumar.

Nunes, T. (2003). É hora de ensinar proporção. *Revista Nova Escola*, (161).

Pavan, L. R. (2010). *A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e Situações-problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas*. (195 f.). Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá.

Rezende, V.; Nogueira, C. M. I.; & Calado, T. V. (2020). Função afim na Educação Básica: estratégias e ideias-base mobilizadas por estudantes mediante a resolução de tarefas matemáticas. In: *Alexandria*: *Revista de Educação em Ciências e Tecnologia. Florianópolis*, *13*(2), 25-50.

Rodrigues, C. L. H; & Rezende, V. (2021). Problemas mistos em livros didáticos: uma classificação com base na teoria dos campos conceituais. *Amazônia, revista de Educação em Ciências e Matemática*, *17*(39), 271-287.

Rodrigues, C. L. H. (2021). *Invariantes operatórios associados ao conceito de função mobilizados por estudantes do 5º ano do ensino fundamental*. **(**179 f.). Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE.

Silva, L. Del C. P. da. (2021). *As formas operatória e predicativa do conhecimento manifestadas por estudantes do 5º ano mediante problemas de estrutura multiplicativa: uma investigação das ideias-base de função.* (552 f.). Tese (Educação Matemática/Mestrado PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE.

Tinoco, L. A. A. (2002). *Construindo o conceito de função.* Projeto Fundão.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos Campos Conceituais. In: *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação do Rio de Janeiro.* Instituto de Matemática (pp. 1-26). UFRJ.

Vergnaud, G. (1996a). A Teoria dos Campos Conceituais. In. BRUN, Jean. *Didáctica das matemáticas*. Tradução por Maria José Figueiredo (pp. 155-191). Instituto Piaget.

Vergnaud, G. (1996b). *A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.* Seminário Campos Conceituais na construção do conhecimento (pp. 1-19). GEEMPA.

Vergnaud, G. (2009a). O que é aprender. In: Bittar, M.; & Muniz, C. A. (Orgs.). *A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais*. (pp. 13-35). CRV.

Vergnaud, G. (2009b). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar* (pp. 1-322). Editora UFPR.