ISSN: 2178-7727
DOI: 10.17648/acta.scientiae.7402

Estudo dos Corpos Redondos: Concepções e Práxis de uma Sequência Didática à Luz da Teoria de Guy Brousseau

Ana Lúcia Vaghetti Pinheiro [a]
Janice Rachelli [a]
Leonardo Dalla Porta [b]

[a] Universidade Federal de Santa Maria, Departamento de Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Santa Maria, RS, Brasil
[b] Universidade Franciscana, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMAT), Santa Maria, RS, Brasil

Recebido para publicação 18 out. 2022. Aceito após revisão 16 nov. 2022
Editor designado: Claudia Lisete Oliveira Groenwald

RESUMO

Contexto: A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau tem sido considerada um aparato para a estruturação metodológica de sequências didáticas configuradas em situações didáticas e adidáticas. **Objetivos**: Investigar quais contribuições a Teoria das Situações Didáticas pode fornecer acerca do estudo dos corpos redondos e que estejam voltadas a uma práxis que consolide os saberes de forma significativa para os alunos, é o objetivo deste estudo. **Design**: Propomos a resolução de situações problemas acerca do cálculo de áreas de superfícies e de volumes de corpos redondos com a utilização do princípio de Cavalieri e dos teoremas de Pappus. **Ambiente e participantes**: A pesquisa ocorreu em duas turmas do terceiro ano do Ensino Médio em um Instituto Estadual de Educação localizado no município de Júlio de Castilhos, RS, com a participação de 25 alunos. **Coleta e análise de dados**: Foi realizada por meio de atividades desenvolvidas em sala de aula, bem como das devoluções efetivadas através do *Google Classroom* e subsidiada por meio da transcrição documental de registros dos alunos. **Resultados**: Os resultados da pesquisa sinalizaram que o desenvolvimento da sequência didática favoreceu a autonomia intelectual e a aprendizagem significativa acerca do objeto do conhecimento em pauta. **Conclusões**: A Teoria das Situações Didáticas forneceu subsídios importantes para organização didática e análise do processo de consolidação dos saberes envolvendo o estudo dos corpos redondos, sendo indicado sua aplicação no estudo de outros objetos matemáticos presentes no Ensino Médio e, também, no Ensino Superior.

Autor correspondente: Ana Lúcia Vaghetti Pinheiro. Email: vaghettianalucia@hotmail.com

Palavras-chave: corpos redondos; Teoria das Situações Didáticas; princípio de Cavalieri; teorema de Pappus; áreas e volumes.

Study of Round Bodies: Conceptions and Praxis of a Didactic Sequence in Light of Guy Brousseau's Theory

ABSTRACT

Background: Guy Brousseau's theory of didactic situations has been considered an apparatus for the methodological structuring of didactic sequences configured in didactic and adidactic situations. **Objectives**: To investigate the contributions of the theory of didactic situations to the study of round bodies, focused on a praxis that meaningfully consolidates knowledge for the students. **Design**: We propose solving problem situations concerning the calculus of surface areas and volumes of round bodies using Cavalieri's principle and Pappus's theorems. **Setting and participants**: The research was conducted with two high school third-grade classes of a state institute of education located in the municipality of Júlio de Castilhos, RS, Brazil, with the participation of 25 students. **Data collection and analysis**: It was carried out through activities developed in the classroom and feedback given through Google Classroom. It was subsidised by the documental transcription of students' records. **Results**: The research indicated that the didactic sequence development favoured intellectual autonomy and meaningful learning about the object of knowledge. **Conclusions**: The theory of didactic situations provided important subsidies for didactic organisation and analysis of the knowledge consolidation process involving the study of round bodies, indicating its application in the study of other mathematical objects in high school and higher education.

Keywords: Round bodies; Theory of didactical situations; Cavalieri's principle; Pappus' theorem; Areas and volumes.

INTRODUÇÃO

Conforme aponta Wheeler (1981, p. 352): "melhor que o estudo do espaço, a geometria é a investigação do 'espaço intelectual', já que, embora comece com a visão, ela caminhe em direção ao pensamento, indo do que pode ser percebido para o que pode ser concebido". Considerando o espaço intelectual que se refere o autor, sem dúvida a geometria espacial apresenta-se como um *lócus* profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstração, formalização, generalização e criatividade, o que é imediatamente sensível quando nos referimos a proficiência geométrica pretendida no Ensino Médio.

Outra possibilidade irrefutável da geometria espacial, alicerçada a conhecimentos historicamente construídos pelo homem, é a percepção da harmonia das formas através da noção de profundidade que o espaço proporciona (Brasil, 2018).

Dessa maneira, é importante que esse objeto do conhecimento seja bem intencionalizado por meio de situações de ensino e aprendizagem que promovam significativamente a aquisição de saberes consolidados em uma práxis educativa que deve estar apoiada em uma metodologia dinâmica e emancipatória.

Estudos que abordam temas da geometria espacial, realizados no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, foram desenvolvidos, por exemplo, com a utilização de materiais concretos e modelagem matemática (Cunha, 2019; Souza, 2021), com o uso de tecnologias (Cardoso, 2020; Dantas, 2018; Silva, 2017) e com a resolução de exercícios tendo por base os processos interpretativos próprios da geometria (Moser, 2020). Esses estudos enfatizam que a utilização de materiais concretos, da modelagem matemática, bem como o uso de ferramentas tecnológicas vem a ser uma estratégia pedagógica interessante, trazendo para a sala de aula aspectos de visualização geométrica que ajuda os alunos a compreenderem melhor várias situações que possam ser impostas a eles, além de despertar a atenção e curiosidade dos alunos promovendo, dessa forma a autonomia no seu processo de aquisição de saberes.

Também é contundente que conceitos geométricos que estão estritamente vinculados com suas representações e habilidades geométricas, necessárias a resolução de situações problemas, no contexto de suas apreensões, exigem uma leitura interpretativa da geometria ao seu redor.

Sob essa perspectiva, abordamos nesta pesquisa, os sólidos de revolução, os quais estão inseridos nos currículos de geometria espacial com o tratamento de corpos redondos, materializados nas figuras de cilindros, cones e esferas, objeto de estudo na Matriz Referencial Curricular Gaúcha para o Ensino Médio (Rio Grande do Sul, 2018), elaborada segundo as habilidades e competências da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018).

A complexidade dos conceitos, relacionados a esse tema, aliada a fragmentação do conteúdo e a sua descontextualização com a realidade, são determinantes razões para o pouco interesse e barreiras na aprendizagem percebidas por nossos alunos.

Sabemos que a educação como um todo requer competências múltiplas para elevar sua qualidade e surtir efeito no aprendiz de modo a romper paradigmas, evidenciando assim uma postura autônoma e protagonista e, nesse intuito, nessa pesquisa, configuramos uma sequência didática contemplando situações didáticas e adidáticas segundo Brousseau (2008), acerca do estudo dos corpos redondos, como forma de tornar o aluno responsável pela apreensão desses conhecimentos.

Dessa forma, buscamos investigar quais contribuições a Teoria das Situações Didáticas pode fornecer acerca do estudo dos corpos redondos e que estejam voltadas a uma práxis que consolide os saberes de forma significativa para os alunos.

Ao submetermos as situações didáticas e adidáticas que compõem a sequência aqui proposta, alinhamo-nos de recursos da modelagem matemática, como a utilização de sólidos de acrílico e atividades experimentais para determinação dos centroides de figuras planas e simulação de sólidos de revolução. A partir de conceitos desenvolvidos no Ensino Médio, apresentamos o princípio de Cavalieri e os teoremas de Pappus para o cálculo de áreas de superfícies e volumes de tais sólidos. Também propomos a construção de maquetes utilizando recursos físicos e virtuais de silos, um tipo de construção bastante evidenciado no município *lócus* da pesquisa. Todas as atividades aqui desenvolvidas passaram pelo crivo da análise de cada um dos momentos que caracteriza a dialética da Teoria das Situações Didáticas: ação, formulação, validação e institucionalização (Brousseau, 2008) e consolidam dessa forma uma práxis em que as relações pedagógicas entre o aluno, o professor e saber são ressignificadas.

No que segue deste artigo, apresentamos um recorte sobre a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau; e, descrevemos as alternativas metodológicas empregadas nesta proposta. Após, ilustramos alguns dados coletados nas turmas em que aplicamos a sequência didática com a análise e resultados dos dados obtidos. Por fim, apresentamos as considerações finais e as constatações sobre a validade da práxis aqui apresentada.

SOBRE A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau, em 1986, é uma das teorias fundamentais em Didática da Matemática. Seu objetivo é caracterizar o processo de ensino e aprendizagem, em sala de aula, refletindo sobre a forma com que podemos conceber e apresentar ao aluno o conteúdo matemático. Tem como objeto central a situação didática.

Considera-se como situação didática todo o contexto em que o aluno está inserido, incluindo-se aí o saber, o professor e o sistema educacional. De acordo com Brousseau (2008), uma interação torna-se didática, "[...] se, e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimentos do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais)" (Brousseau, 2008, p. 53).

Nessa perspectiva, Brousseau (2008) critica a prática de, em situações de ensino, ser considerado apenas o que ele denomina triângulo didático tradicional em que se consideram tão somente as relações entre os sistemas professor e aluno. O autor aponta esse esquema como algo inconveniente porque reduz o entorno didático à ação do professor, além de omitir as relações que se estabelecem entre o sujeito e o meio adidático.

Brousseau (2008) considera que o professor ensina com o objetivo de que seu aluno se aproprie do saber, e que este tenha funcionalidade em outros contextos que não somente em situações com fins didáticos (exercícios ou problemas propostos). Sendo assim, o aluno precisa adquirir autonomia para a qual a Teoria das Situações Didáticas, efetivamente, indica a utilização do *milieu*, ou meio, como componente indispensável no processo de aprendizagem.

A situação didática ocorre na presença de professor e alunos, mas inicia-se bem antes, no momento do planejamento de aulas. Ao planejar, cabe ao professor considerar os obstáculos (epistemológicos, didáticos, cognitivos) relacionados ao objeto matemático (conteúdo) com o qual o grupo vai lidar. Também é necessário conhecer as diretrizes e orientações curriculares e os livros didáticos (Brousseau, 2008 apud Reges, 2020), indicados para o nível de conhecimento de seus alunos.

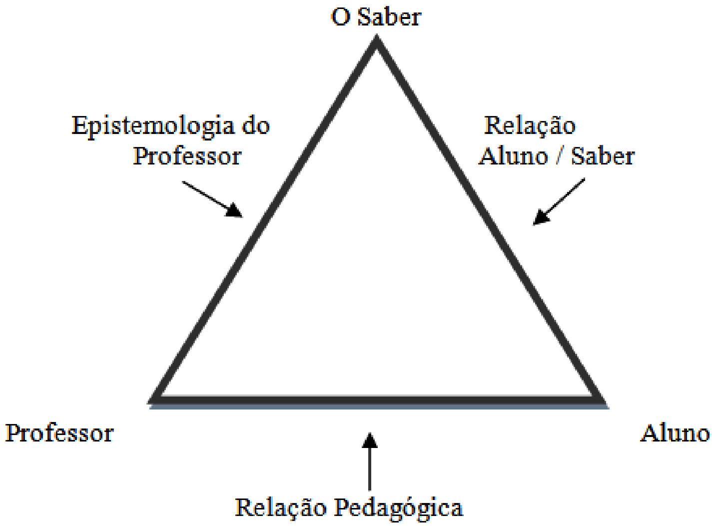
Nesse momento, é o professor que precisa refletir e decidir sobre o *milieu* que vai ser utilizado para desafiar o aluno a enfrentar o problema que se apresenta e encontrar a resposta. Há também momentos em que o estudante passa a refletir, a partir do *milieu* que deve ter sido estruturado pelo professor, no sentido de ele passar a ser o responsável por seu processo de construção do conhecimento e apropriação do saber construído socialmente.

Para Almouloud (2007), ao teorizar sobre os fenômenos ligados a essas interações, buscando a especificidade do conteúdo ensinado, Guy Brousseau considera como fundamental a estrutura formada pelo sistema minimal: sistema didático *stricto sensu*, consideradas as interações entre professor e alunos mediadas pelo saber nas situações de ensino, conforme ilustrado na Figura 1.

Este triângulo didático relaciona os elementos que compõem seus vértices, sendo eles, o saber, o professor e o aluno. Nessa relação triangular, a relação saber-professor contempla a didática, a gestão das informações e o processo de ensinar; na relação professor-aluno, encontra-se a interação da epistemologia do professor com o aluno em prol de sua formação; e na relação aluno-saber, situa-se a construção dos conhecimentos pelo aluno, ou seja, o processo de aprendizagem.

Figura 1

Sistema didático. (Adaptação de Almouloud, 2007).



A Teoria das Situações Didáticas apoia-se em três pressupostos, que apresentamos a seguir:

1. O aluno aprende adaptando-se a um *milieu* que é um fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio, um pouco como acontece na sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem [...].

2. O *milieu* não munido de intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aprendiz. Para que haja essa intencionalidade didática, o professor deve criar e organizar o *milieu* no qual serão desenvolvidas as situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens.

3. [...] esse *milieu* e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. (Almoloud, 2007, p. 32-33).

As situações didáticas e as situações adidáticas são elementos principais da Teoria das Situações Didáticas e desempenham papel central na análise e construção de situações para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Cabe destacar que na Teoria das Situações Didáticas, o trabalho do aluno é aproximado ao trabalho de um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos e teorias. Cabe ao professor efetuar não a simples comunicação de um conhecimento, mas a devolução de um bom problema. O erro cometido pelo aluno constitui-se uma valiosa fonte de informação para a elaboração de boas questões ou novas situações que possam atender melhor os objetivos desejáveis.

O objeto central da teoria das situações é a situação didática definida como

> [...] o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquirem um saber constituído ou em constituição (Brousseau, 1986 apud Almoloud, 2007, p. 33).

Na situação adidática, como parte essencial da situação didática, o aluno trabalha de forma independente, devendo perceber as características e padrões que o ajudarão a compreender um novo saber. O professor deve agir apenas como mediador/observador, apenas efetuando a devolução do problema.

Para Brousseau,

> Quando o aluno se torna capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo, em situação não prevista de qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo o

que pode ser chamado de situação adidática (Brousseau, 1986 apud Pais, 2011, p. 68).

Na situação adidática, o professor escolhe atividades de forma que o aluno possa aceitá-las e que o leve a agir, a falar, a refletir e ainda a evoluir por si próprio.

Conforme Almouloud (2007), as situações adidáticas potencializam a capacidade que os alunos têm de agir, raciocinar e transformar crenças e concepções anteriores em conhecimentos mais próximos do saber universal. As situações adidáticas trazem em si a característica de que "a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este, condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar" (Almouloud, 2007, p. 33).

Para analisar o processo de aprendizagem, a Teoria das Situações Didáticas observa e decompõe esse processo em quatro fases distintas: situação de ação, situação de formulação, situação de validação e situação de institucionalização. Essas fases são chamadas de situações e, também, de dialéticas.

A Tabela 1 foi elaborada seguindo as descrições estabelecidas em Brousseau (2008) e Almouloud (2007) e expõe as fases componentes das situações didáticas, compreendendo uma descrição para cada uma das fases. Essas fases compreendem os momentos vividos por professor e aluno, utilizando-se de um *milieu* que seja desafiador e gere aprendizagem de um saber previamente selecionado.

Tabela 1

Tipologia das situações didáticas.

Situação	Descrição
de ação	Ocorre a partir do momento em que os alunos assumem, como sua, a proposta de atividade feita pelo professor. A dialética da ação, como a própria nomenclatura já indica, corresponde a uma situação típica da ação. Trata-se de um conhecimento mais experimental e intuitivo do que teórico, pois o aluno consegue encontrar a solução do problema, mas, não consegue explicitar os argumentos que ele utilizou na sua elaboração.
de formulação	Aqui, o aluno já se aproxima de alguns modelos ou

	esquemas teóricos explícitos, ou seja, usa linguagem mais apropriada para viabilizar a solução da atividade. Nessa situação o aluno explicita os procedimentos realizados, mas não existe a intenção de julgar a validade do conhecimento utilizado.
de validação	Ocorre a partir da explicitação, pelo sujeito, sobre o que ele fez, como fez e por que escolheu determinada forma de realizar a atividade. É o momento de confrontar ideias e criar argumentos para defendê-las. O professor deve estimular os alunos a expressar em suas ideias na forma de convicções. É o momento de provar a validade de seus argumentos. É o tempo de advogar a respeito da adequação de sua resposta, e, mesmo que mais de uma tenham sido aceitas, pode-se argumentar a respeito da economia, em termos de esforço e de tempo de resolução, ou seja, sendo o caminho mais curto para a solução procurada.
de institucionalização	Ocorre quando o professor retoma o papel principal no contexto da sala de aula e desenvolve a discussão dos resultados dos trabalhos realizados pelos alunos, articulando os conhecimentos elaborados com o saber universal. Nesta situação, o professor tenta auxiliar o aluno a proceder à passagem do conhecimento do plano individual e particular para a dimensão histórica e cultural do saber científico.

Para Brousseau (2008), o processo de ensino e aprendizagem ocorre por meio da devolução e da institucionalização. Na devolução, o professor cede ao aluno uma parte da responsabilidade pela aprendizagem, enquanto, que, a institucionalização é destinada a estabelecer convenções sociais e a intenção do professor é revelada. A institucionalização é onde o professor retoma a parte da responsabilidade cedida aos alunos e define os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização.

A devolução é considerada por Brousseau (2008) como um componente essencial do contrato didático. Levando em consideração o *milieu*, o professor deve realizar o processo de convencimento do grupo, visando que este tome para si a tarefa de efetivamente aprender. Espera-se, com isso, que o aluno desenvolva papel ativo na sua aprendizagem, aceitando o desafio colocado pelo professor e passando a agir, a formular hipóteses e a validar seus argumentos sobre o conteúdo em questão.

Nessa fase, os alunos são postos em ação diante de situações problema, de modo que sejam levados a mobilizar estratégias de base e conhecimentos anteriores para que sejam capazes de realizar as operações de seleção, organização e interpretação de informações, representando-as de diferentes formas e tomando decisões, de modo que o processo de construção do conhecimento matemático efetivamente ocorra e, como consequência, haja a formação de sentido para o aluno (Pommer, 2013 apud Reges, 2020).

Durante tal processo, o professor abre mão de seu protagonismo na condução do processo de investigação e de construção do conhecimento, evitando interferência direta sobre a construção que está sendo realizada pelos alunos; cada um dentro de sua condição naquele momento.

A situação didática deve incluir momentos de trabalho independente para os alunos, em que seja possível o debate e a troca de ideias, oportunizando descobertas próprias, a partir de uma situação problematizadora.

A interação de professor, aluno e meio (*milieu*) pressupõe regras, que são chamadas, por Brousseau (2008), de contrato didático. O contrato didático refere-se ao estudo das regras e das condições que condicionam o funcionamento da educação escolar e diz respeito às obrigações mais imediatas e recíprocas que se estabelecem entre professor e alunos. Certas características do saber matemático, tais como formalismo, abstração e rigor, condicionam algumas regras implícitas do contrato didático.

Brousseau (2008) estabelece três exemplos de contrato didático. No primeiro, a ênfase está na importância do conteúdo. Neste caso, o professor considera que detém o monopólio do conhecimento; o aluno não sabe nada do que vai ser ensinado. O professor impõe o uso de um único método de organização e apresentação do conteúdo (sequência linear de axiomas, definições, teoremas, demonstrações e exercícios). Cabe ao aluno prestar muita atenção à aula, tomar notas, repetir os exercícios clássicos, estudar e fazer provas. Geralmente, o aluno considera que o nível de exigência das provas é superior ao nível das aulas, podendo haver um nível de conflito entre alunos e professor e a avaliação pode ser usada como instrumento de controle.

No segundo exemplo, a ênfase está no relacionamento entre o aluno e o saber. Aqui, o aluno é quem efetivamente deve aprender e não é o professor quem tem o poder de transmitir conhecimentos. O professor propõe a realização de trabalhos em grupo e faz poucas intervenções para não "atrapalhar" (educação não diretiva). Neste caso, o professor deixa de analisar os conceitos em formação como se a aprendizagem escolar fosse uma atividade espontânea (saber cotidiano) e a ideia tradicional de currículo fica essencialmente modificada.

No último exemplo, a ênfase está no relacionamento do aluno com o saber. Neste caso, o professor não é considerado fonte de conhecimento, mas tenta estabelecer um nível de intervenção. O professor planeja as situações didáticas (problemas, jogos, atividades, trabalhos de pesquisa, ...) e os alunos podem trabalhar individualmente, ou em pequenos grupos ou ainda a classe como um todo. Neste exemplo de contrato didático há uma maior valorização da resolução de problemas, fazendo com que o aluno seja levado a atuar ativamente na elaboração dos conceitos matemáticos.

METODOLOGIA

Neste estudo, optamos por uma abordagem qualitativa e sistematizamos nossa proposta de atividades pautada no estudo dos corpos redondos, de acordo com a tipologia da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau em suas cinco fases: ação, formulação, validação, institucionalização e devolução.

A pesquisa qualitativa é uma modalidade de pesquisa que tem como foco a investigação de fenômenos em toda a sua complexidade, com questões que visam, essencialmente, à compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos. Nesse tipo de pesquisa, os dados são recolhidos em função de um contato aprofundado com os sujeitos nos seus contextos naturais (Bogdan e Biklen, 1994).

Para Creswell (2014), "a pesquisa qualitativa começa com pressupostos e o uso de estruturas interpretativas/teóricas que informam o estudo dos problemas da pesquisa, abordando os significados que os indivíduos ou grupos atribuem a um problema social ou humano" (p. 49-50). Para o autor, na pesquisa qualitativa, a coleta de dados ocorre no contexto natural dos participantes, a análise dos dados estabelece padrões e o relatório final inclui as vozes dos participantes, a reflexão, descrição e interpretação do problema pelo pesquisador, além de sua contribuição para a literatura.

É com base nessas características que desenvolvemos este estudo, como instrumento válido de observação dos alunos em seu lócus de ensino e aprendizagem, suas vivências na construção dos saberes e postura frente às etapas das situações didáticas propostas. O contrato didático estabelecido no desenvolvimento das situações didáticas tem como foco o relacionamento do aluno com o saber.

Participaram da pesquisa 25 alunos[1] de duas turmas do terceiro ano do Ensino Médio, de um Instituto Estadual de Educação, no município de Júlio de Castilhos – RS, os quais serão denominados de A1, A2, A3, …, A25.

O desenvolvimento ocorreu na modalidade de ensino híbrido, mediado pelo aplicativo Google Classroom da Plataforma Google Suite for Education. A fim de maior coesão na leitura dos resultados, a análise documental efetivou-se considerando os alunos da modalidade presencial. Entendemos que a análise da observação direta dos alunos pode enriquecer os resultados da pesquisa, cuja realização ocorreu durante o terceiro trimestre do ano letivo de 2021 atendendo às disposições das Matrizes de Referência para o Modelo de Ensino Híbrido 2021-RS, documento onde as habilidades e competências elencadas para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos foram elaboradas de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

As situações didáticas e adidáticas elaboradas para o desenvolvimento da sequência didática foram divididas em quatro blocos:

- BLOCO 1 – Planificação dos sólidos de revolução;
- BLOCO 2 – Cálculo das áreas das superfícies dos sólidos de revolução através de sua planificação;
- BLOCO 3 – Conhecendo os teoremas de Pappus;
- BLOCO 4 – Resolução de situação problema envolvendo o cálculo de áreas de superfícies e volumes de corpos redondos em contextos diversos.

Cada bloco é composto por atividades a serem desenvolvidas pelos alunos e contempla situações didáticas e adidáticas conforme descrito por Brousseau (2008).

Para este artigo foram selecionadas sete das nove atividades que foram desenvolvidas pelos alunos, as quais chamaremos de:

[1] Os participantes foram informados sobre o desenvolvimento da pesquisa e aceitaram participar, porém o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido não foi assinado, visto que as atividades foram desenvolvidas em sala de aula como parte dos conteúdos da disciplina de Matemática em que um dos autores é regente de classe nas duas turmas em que a pesquisa foi desenvolvida.

Atividade 1 – Corpos redondos como sólidos de revolução

Atividade 2 – Planificação dos sólidos de revolução por meio de um simulador

Atividade 3 – Foguete

Atividade 4 - Determinando centro de gravidade de figuras planas

Atividade 5 – Rotação de um triângulo

Atividade 6 – Pião

Atividade 7 – Maquetes.

Essas atividades estão apresentadas junto com a análise e resultados na próxima seção.

Os conceitos e resultados sobre áreas e volumes de sólidos de revolução/corpos redondos, envolvendo o princípio de Cavalieri e os teoremas de Pappus, podem ser encontrados em Lima et al. (2013) e Neto (2020a, 2020b, 2020c).

ANÁLISE E RESULTADOS

Apresentamos aqui, a análise das sete atividades, propostas aos participantes da pesquisa, assim como, discussões e resultados em torno dos dados obtidos e suas relações com a Teoria das Situações Didáticas.

A Atividade 1 – Corpos redondos como sólidos de revolução, configura-se como uma situação adidática em que os alunos devem utilizar materiais de acrílico para observar que o cilindro, o cone e a esfera podem ser obtidos por meio da rotação de figuras planas em torno de um eixo.

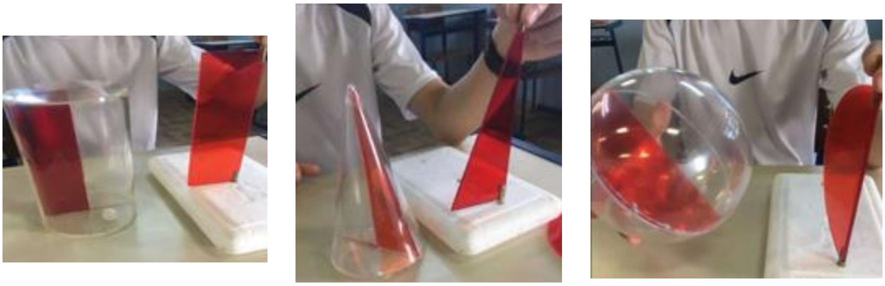
Na Figura 2, podemos observar um dos alunos manipulando o material disponibilizado e identificando a região que gera cada um dos corpos redondos.

Durante a realização desta atividade, os alunos responderam os questionamentos propostos na Atividade 1.

A resposta elaborada por um dos alunos está apresentada na Figura 3.

Figura 2

Manipulação do material de acrílico.



Atividade 1 – Corpos redondos como sólidos de revolução

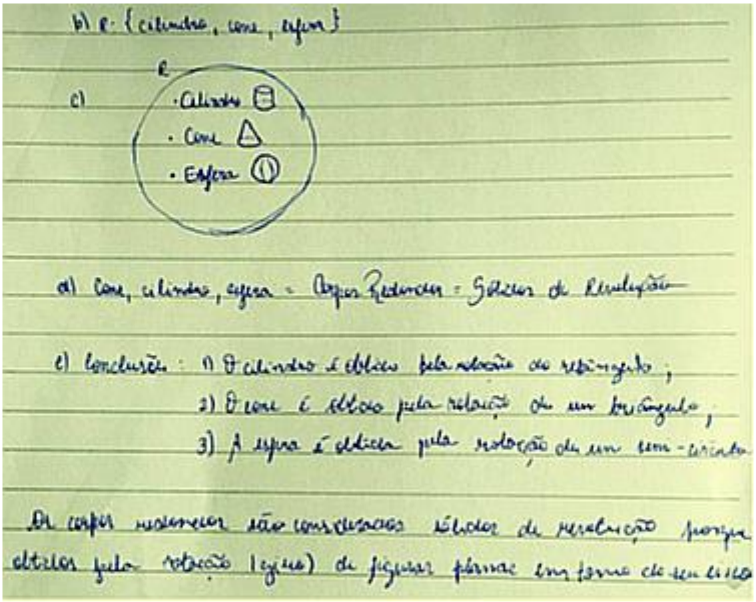
a) Encaixe cada um dos objetos de acrílico na base de isopor e gire. Você consegue ver os sólidos determinados por esse giro?
b) Dentre os demais objetos que se encontram sobre a mesa, identifique aqueles que se assemelham com aqueles obtidos através da rotação efetuada no item anterior. Denomine esse conjunto de R.
c) Represente através de um diagrama os sólidos geométricos que formam os elementos do conjunto R.
d) Utilize nomenclatura adequada para nomear os elementos do conjunto R.
e) A partir das propostas acima elabore suas conclusões.

Em suas conclusões o aluno A1 identifica claramente, que o cilindro, o cone e a esfera, podem ser obtidos, respectivamente, pela rotação de um retângulo, de um triângulo e de um semicírculo.

Em relação a tipologia das situações didáticas ocorridas nesta atividade, podemos considerar os seguintes momentos: Na fase que caracteriza a dialética de ação, os alunos participantes dos pequenos grupos, montaram suas estratégias elaborando as hipóteses para a resolução da atividade, em que, eles relacionaram o material de acrílico de acordo com o sólido de revolução a ser gerado. Na dialética seguinte, a formulação, os efetivaram a resolução dos itens (b), (c), (d) e (e). Por fim, na fase que representa a dialética de institucionalização o professor emitiu uma apreciação dos resultados e conclusões produzidas pelos alunos, utilizando nomenclatura adequada para os sólidos de revolução obtidos a partir da rotação de figuras planas e seus elementos constituintes.

Figura 3

Resposta da Atividade 1 pelo aluno A1.



Cabe destacar que esta atividade foi extremamente importante pela percepção dos alunos de que os corpos redondos são sólidos de revolução, visto que a utilização do teorema de Pappus, em atividades posteriores, para a determinação de áreas e volumes tem por base os sólidos de revolução.

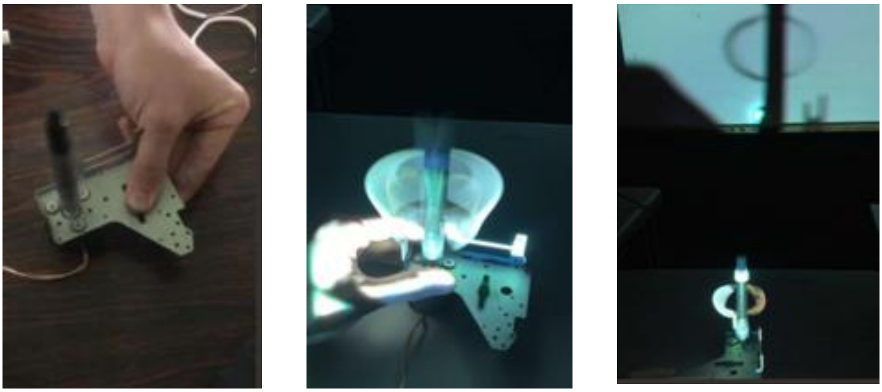
A Atividade 2 – Planificação dos sólidos de revolução por meio de um simulador, tem por objetivo conduzir o aluno a perceber que as superfícies dos sólidos de revolução, geradas por figuras planas, podem ser planificadas e, por meio da planificação busca-se potencializar o aluno a reconhecer que, cada uma das superfícies corresponde, respectivamente, a uma figura plana. Esta atividade também se configura como uma situação adidática.

Para a realização desta atividade foram utilizados um simulador de sólidos de revolução, tela para projeção e, figuras como triângulos, retângulos, quadrados, trapézios, semicírculos, cuja borda foi confeccionada com fios de arame revestidos.

Cabe destacar, que em momento prévio a aula, a professora pesquisadora postou no Google Classroom um material teórico sobre a geração de sólidos de revolução e algumas possibilidades de visualização espacial disponíveis. Tal material interveio como fomento para a confecção de um modelo de simulador de sólidos de revolução por três alunos. Para tanto, segundo relato dos alunos envolvidos foi utilizado um mini motor retirado de um rádio antigo que possuía um toca-fitas; esse serviu de dispositivo pois o movimento giratório apresenta velocidade constante. Uma vez isolado o fio condutor de energia do mini motor, os fios foram juntados a uma fonte de 12V e intensidade de corrente de 2A, para ligá-lo na tomada. Então, utilizando uma caneta, com furos em ambas as partes para manter o equilíbrio foi montado a haste que serviria como eixo de rotação das figuras planas (Figura 4).

Figura 4

Confecção do simulador e realização da Atividade 2.



Inicialmente o professor orientou a turma para a formação de pequenos grupos, aos quais foram distribuídos fios de cobre que serviram de moldes para confeccionar as figuras planas. Aleatoriamente os grupos escolheram uma figura plana para iniciar a simulação de sólidos de revolução. e, após, cada grupo apresentou para os demais colegas, nomeando seus respectivos elementos no plano e no espaço.

Durante a execução da atividade houve efetiva participação por parte dos alunos envolvidos, que conjecturam sobre os sólidos formados e a distinção entre sólido e superfície de revolução. Tecnicamente a visualização do cilindro a partir da rotação de um retângulo ocorreu com mais dificuldade; por conta de ao moldá-los as arestas devem estar perfeitamente retas e ortogonais.

Relacionamos nessa atividade os seguintes momentos de acordo com a tipologia das situações didáticas. Na dialética de ação, os alunos em pequenos grupos montaram suas estratégias e adotaram suas escolhas; na fase seguinte a formulação houve intensa comunicação de ideias acerca da simulação dos sólidos de revolução. Na fase posterior, a validação, a partir da comunicação de ideias iniciadas na etapa anterior os alunos demonstraram através do simulador que superfícies planas potencializam sólidos de revolução, identificaram a geratriz desses sólidos e perceberam a notável diferença entre superfície e sólido de revolução. Por fim a institucionalização, etapa que o conhecimento se manifesta em seu caráter de universalidade, se deu com a interferência do professor que formalizou os conceitos geométricos envolvidos durante a simulação dos sólidos de revolução, contando também com a intervenção do professor de física da turma que realizou uma interessante explicação sobre o fenômeno da persistência retiniana e a relação com a visão das imagens dos sólidos gerados através do simulador.

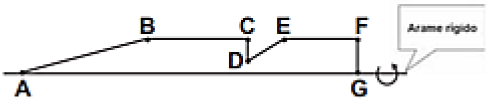
As simulações realizadas visam elucidar conceitos de superfícies de revolução geradas por figuras planas e, sólidos de revolução por meio de uma visão espacial. Sendo assim, a utilização do simulador teve grande significância como fator de estímulo e motivação para a aprendizagem.

A Atividade 3, intitulada de Foguete, trata de uma questão retirada da Prova Azul – ENEM 2010 – Reaplicação PPL (Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos).

Na resolução desta atividade, percebemos uma dificuldade inicial na interpretação da questão; alguns alunos necessitaram da releitura sucessiva até encontrar uma estratégia conveniente. Na Figura 5 está apresentada a resolução correta da Atividade 3, realizada pelo aluno A3.

Atividade 3 – Foguete

Numa feira de artesanato, uma pessoa constrói formas geométricas de aviões, bicicletas, carros e outros engenhos com arame inextensível. Em certo momento, ele construiu uma forma tendo como eixo de apoio outro arame retilíneo e rígido, cuja aparência é mostrada na figura seguinte:



Ao girar tal forma em torno do eixo, formou-se a imagem de um foguete, que pode ser pensado como composição, por justaposição, de diversos sólidos básicos de revolução.

Sabendo que, na figura, os pontos B, C, E e F são colineares, AB = 4FG, BC = 3FG, EF = 2FG, e utilizando-se daquela forma de pensar o foguete, a decomposição deste, no sentido da ponta para a cauda, é formada pela seguinte sequência de sólidos:

Ⓐ pirâmide, cilindro reto, cone reto, cilindro reto.

Ⓑ cilindro reto, tronco de cone, cilindro reto, cone equilátero.

Ⓒ cone reto, cilindro reto, tronco de cone e cilindro equilátero.

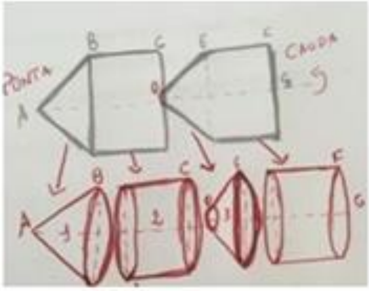
Ⓓ cone equilátero, cilindro reto, pirâmide, cilindro.

Ⓔ cone, cilindro equilátero, tronco de pirâmide, cilindro.

Todos os alunos, assim como o aluno A3, resolveram a questão por meio da representação geométrica, embora apresentando inicialmente dificuldade na interpretação do enunciado da questão, evidenciaram habilidades de percepção geométrica e reconheceram corretamente a relação entre o raio e a geratriz de um cone e de um cilindro, para identificá-los como cone equilátero e cilindro equilátero respectivamente. Porém, das 25 respostas encaminhadas, observamos que três delas não assinalaram a resposta correta (c), sendo que dois alunos assinalaram a alternativa (e) e um aluno a alternativa (d), e estes não emitiram justificativas para essas escolhas.

Figura 5

Resposta da Atividade 3 pelo aluno A3.



c) cone reto, cilindro reto, tronco de cone e cilindro equilátero

Observamos que, na dialética de ação, os alunos montaram estratégias para a resolução da questão, ora por desenho simulando a rotação do foguete, ora por conjecturas. Quanto a formulação, os alunos trocaram informações com os colegas sobre a maneira de como o foguete poderia ser gerado, em particular nessa percebemos a fase de formulação bastante intensa. Na dialética seguinte, a validação ocorreu quando os alunos estabelecem a relação entre as figuras planas e os sólidos de revolução obtidos na decomposição do foguete. No momento da institucionalização, o professor conferiu explicações sobre a resolução da atividade evidenciando os conceitos empregados.

A Atividade 4 - Determinando centro de gravidade de figuras planas, tem como objetivo, através de uma testagem simples, fazer com que os alunos identifiquem o centro de gravidade de figuras planas, bem como relacionem com o baricentro das mesmas. Para essa atividade foram utilizados recortes de triângulos, quadrados, retângulos, trapézios e círculos em cartolina, barbante e um suporte com tripé e pêndulo disponível no Laboratório de Física da escola. Esta atividade contempla uma atividade experimental para a determinação do centro de gravidade de figuras planas, definição valiosa na aplicação dos teoremas de Pappus.

As etapas para esta atividade são as seguintes:

i) Faça diversos furos nas bordas do triângulo, em um desses furos introduza um barbante e suspenda o triângulo na base do pêndulo, trace a primeira mediana, repita o procedimento para os outros três furos traçando as respectivas medianas.

ii) Identifique o ponto de encontro das três medianas.

iii) Repita o processo descrito anteriormente com o retângulo e quadrado, nesses casos trace as diagonais.

iv) Repita o processo com o trapézio e semicírculo.

v) Represente graficamente suas conclusões.

Para a realização da Atividade 4, os alunos organizaram-se em pequenos grupos, e receberam pedaços de cartolina e papelão. Foi utilizado também um tripé metálico com gancho na base superior e uma pequena placa metálica circular medindo um quarto de circunferência contendo uma agulha suspensa (Figura 6).

Figura 6

Resolução da Atividade 4 pelos alunos.

O professor orientou verbalmente as etapas do experimento à medida que estas sucederam. Os alunos participaram efetivamente da atividade proposta; para alguns era desconhecida a noção de centro de gravidade de figuras planas; mesmo sabendo responder porexemplo, que o baricentro de um triângulo é o encontro das três medianas; não estabeleciam nenhuma analogia com o seu centro de gravidade.

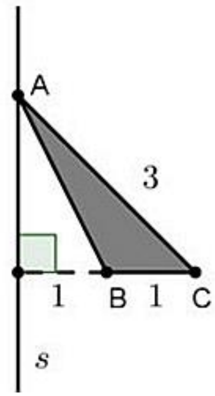
Durante o desenvolvimento percebemos que, intuitivamente os alunos foram traçando boas estratégias e executando com sucesso a sucessão das etapas previstas.

Assim, durante a fase que caracteriza a dialética de ação os alunos estabeleceram suas estratégias para a determinação do centro de gravidade de triângulos, alguns quadriláteros e semicírculos, utilizando o traçado de medianas e experimentalmente. Na fase posterior, a formulação, ocorreram as discussões, a confrontação das hipóteses e conjecturas sobre o processo para determinar o centro de gravidade também considerado baricentro. O professor instigou os sujeitos através questionamentos sobre a localização do centro de gravidade das figuras em análise e a determinação de suas medidas. Em sequência, os alunos constataram a veracidade das suas hipóteses determinando, assim o centro de gravidade das figuras, ocorreu, então a validação. Por fim, a institucionalização, onde o professor pesquisador retoma e formaliza o conhecimento matemático, apresentando as relações para o cálculo do centro de gravidade ou baricentro das figuras planas, destacando que a determinação dessas variáveis será de suma importância para as aplicações dos teoremas a serem estudados.

A Atividade 5 – Rotação de um triângulo, trata de um problema sobre sólidos de revolução disponível no Portal da Matemática da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) em: https://portaldaobmep.impa.br/uploads/material/5phlpk0gta0w0.pdf.

Atividade 5 – Rotação de um triângulo

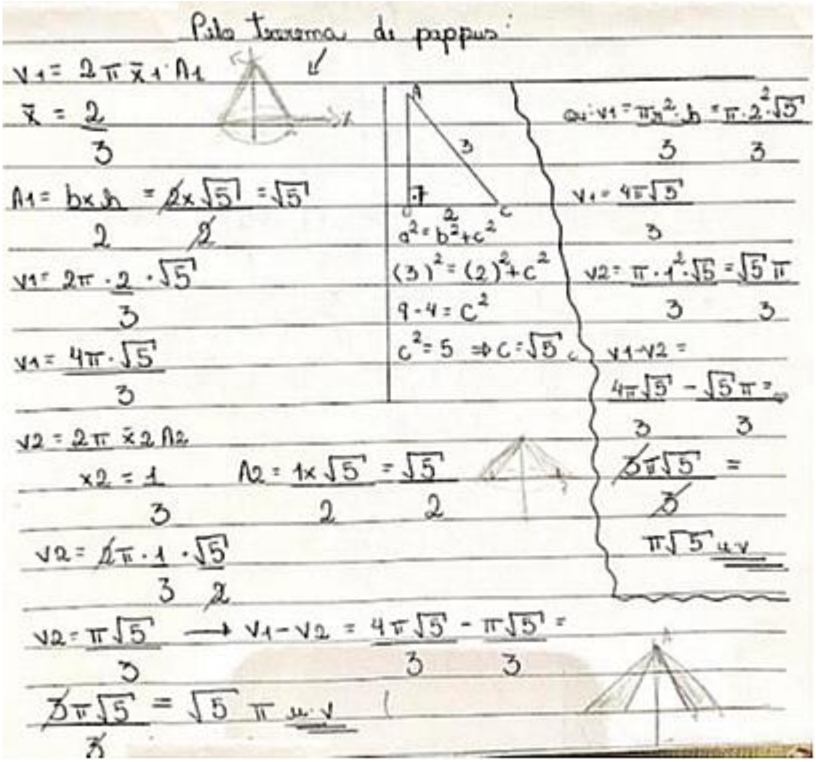
O triângulo ABC sofre uma rotação sobre o eixo s da figura. Determine o volume do sólido gerado.



Na Figura 7 está apresentada a resolução da Atividade 5 elaborada pelo aluno A8.

Figura 7

Resolução apresentada pelo aluno A8 à Atividade 5



Observamos que o aluno A8 resolve o problema, primeiramente, utilizando o teorema de Pappus, em que o volume de um sólido de revolução é calculado por meio da fórmula $V = 2\pi \cdot \bar{x} \cdot A$, sendo $\bar{x}$ a distância do baricentro ao eixo de rotação e A a área da região a ser girada em torno deste eixo. Após, ele utiliza o princípio de Cavalieri, com a fórmula para o volume do cone $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$, em que r é o raio da base do cone e h, a sua altura. Observamos também que, em ambos os casos, o aluno percebe que o volume a ser obtido na questão representa a diferença dos volumes do cone externo e do cone interno, formados pelas rotações, em torno do eixo s, dos triângulos OAC e OAB, respectivamente.

De uma forma geral, apreciamos então os sucessivos momentos da tipologia das situações didáticas em suas dialéticas e, em sequência, temos: a ação quando os alunos elaboraram os recursos para a resolução da questão neste contexto. A maioria, após fazer a rotação do triângulo para obtenção do sólido gerado, adotou a aplicação do teorema de Pappus para o cálculo do volume desse sólido; ocorreu a formulação quando os alunos através do diálogo debateram as hipóteses da questão; a validação quando os alunos colocam em prática os momentos anteriores, resolvendo assim a questão. A institucionalização, quando o professor formaliza o saber apresentando uma resolução comentada da questão.

A Atividade 6 – Pião, trata de uma questão do ENEM/2014 (Questão 166/Prova cinza; disponível em: [https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/ 656 valiação-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos)](https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos) e envolve o cálculo de volumes de cilindro, cone e esfera.

Atividade 6 – Pião

Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.

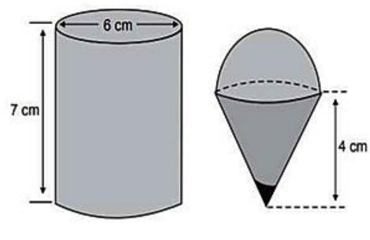


Figura 1 Figura 2

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

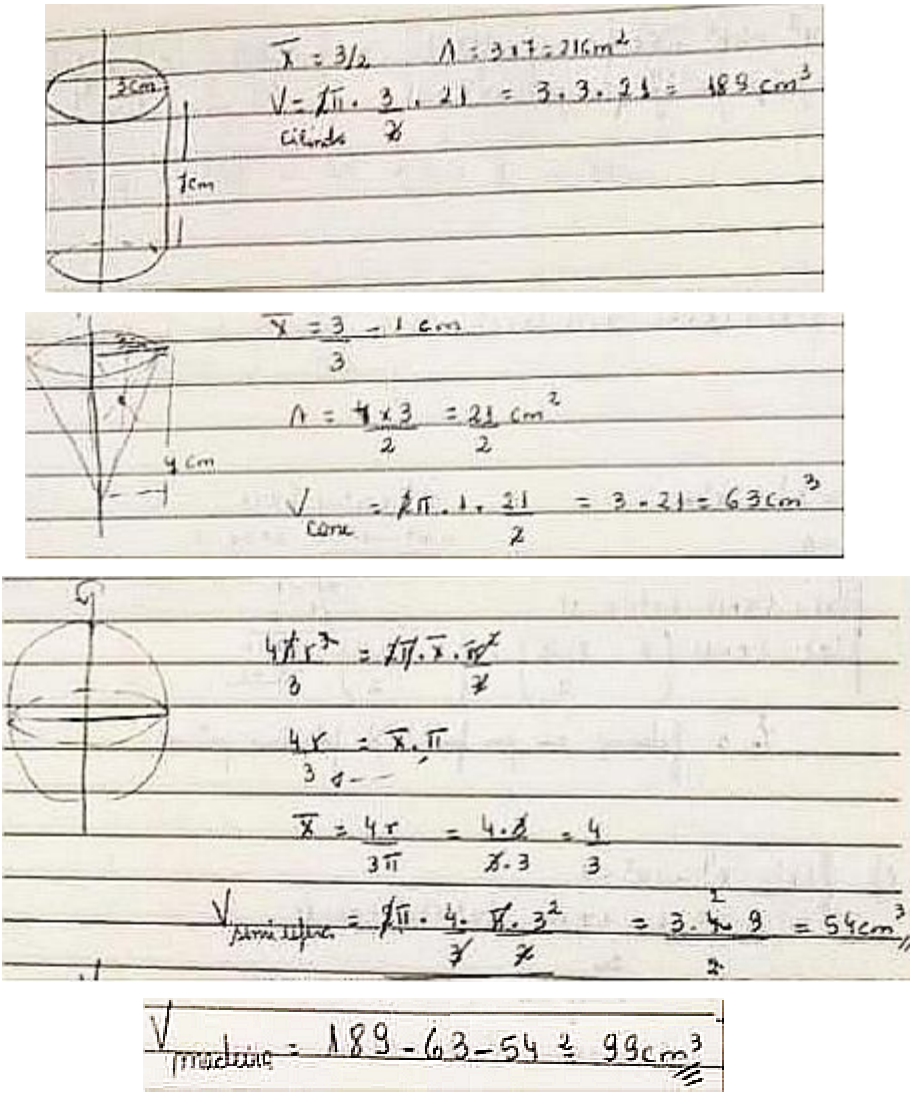
A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

A 45.
B 48.
C 72.
D 90.
E 99.

Na Figura 8 estão as resoluções apresentadas por dois alunos, A1 e A13, em que A1 utiliza o Teorema de Pappus e A13, o Princípio de Cavalieri para obter a resposta a questão.

Figura 8

Resoluções apresentadas pelos alunos A1 e A13 à Atividade 3.



Como pode ser observado na Figura 8, os alunos A1 e A13 calcularam o volume do cilindro, do cone e da esfera e após, subtraíram do volume do cilindro, os volumes da esfera e do cone, obtendo assim, a quantidade de madeira descartada. A resolução apresentada pelos alunos demonstra que o momento da validação foi consolidado, visto que eles obtiveram uma resposta adequada a solução do problema.

Sob a luz da Teoria das Situações Didáticas presenciamos os seguintes momentos de sua dialética: Na ação, os alunos elaboraram suas hipóteses de acordo com a viabilidade das variáveis apresentadas no enunciado da questão, observando que para a resolução do problema era necessário fazer o cálculo dos volumes do cilindro, do cone e da semiesfera. No momento da formulação ocorreram as discussões e o confrontamento das conjecturas e hipóteses sobre o processo de resolução da questão, em alguns alunos optaram em utilizar o teorema de Pappus e outros, o princípio de Cavalieri. Percebemos, então a validação, momento em que os alunos colocaram em prática suas elaborações extraídas dos momentos anteriores efetuando os cálculos para obter a resposta à questão. Por fim, o professor pesquisador, apresentou a resolução comentada da questão, para os sujeitos da pesquisa, com o intuito de que o conhecimento matemático se torne objeto de apropriação do saber, dessa forma ocorreu a institucionalização.

A Atividade 7 – Maquetes, articula uma situação adidática, com a habilidade EM13MAT201 – "Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa" (Brasil, 2018, p. 534) da BNCC. Nessa atividade, foi proposto aos alunos a realização de uma ação envolvendo a construção de maquetes de silos localizados no município de Júlio de Castilhos ou em seus entornos e que façam parte, preferencialmente, de seus itinerários. Também, foi estipulado que fosse elaborada uma situação problema envolvendo o tema estudado.

Nessa atividade, os alunos foram divididos em 11 grupos (G1, G2,…,G11) e cada grupo, ao escolher um silo, fez um registro fotográfico e obteve as medidas junto aos proprietários/empresa para fazer a maquete. Após a confecção, os grupos realizaram uma exposição virtual na página da turma, descrevendo os detalhes sobre a construção das maquetes e aspectos significativos do trabalho desenvolvido. Na Figura 9, podemos observar a foto e maquete física apresentada pelo grupo G2. Este grupo escolheu para confecção da maquete os silos da antiga unidade da CESA (Companhia Estadual de Silos e

Armazéns), atualmente incorporada a COTRIJUC (Cooperativa Tritícola de Júlio de Castilhos).

Figura 9

Unidade da CESA: foto e maquete - grupo G2.

A situação problema elaborada pelo grupo G2 é mostrada na Figura 10.

Figura 10

Situação problema - grupo G2.

A capacidade de armazenagem da unidade da CESA representada é de 38500 t. Supondo que o peso específico é de 0,75t/m^3 para soja e milho e a compactação é de 5%.

a) Determine o volume equivalente em m^3 de soja que pode ser armazenado.

$0{,}75 = \frac{38500}{V}$

0,75V= 38500

V= 38500/0,75= 51333,33m^3

V= 51333,33 x 5%=256,66

V= 51333,33-256,66=51076,67 m^3

b) Se a unidade da CESA é representada por seis silos, com altura da base cilíndrica de aproximadamente 15m, determine a medida do raio da base. Use $\pi \cong 3$

51333, 33/6=3.R^2.15 $\Rightarrow$ R^2= 8555,55/45$\Rightarrow$ R= $\sqrt{190{,}123}$ $\cong$13,7m

Como podemos perceber, os alunos do grupo G2 utilizaram o valor da massa específica da soja (o problema refere-se como peso específico), para encontrar a capacidade dos silos em metros cúbicos sem a compactação de 5% e, de posse dessa informação, dada a altura, eles calcularam o raio do silo. Observamos que $V = 51333{,}33\text{m}^3$corresponde ao volume, em m^3, associado a capacidade dada em toneladas e considerando a massa específica, enquanto $V_c = 256{,}66\text{m}^3$ e $V_f = 51076{,}67\text{m}^3$, correspondem, respectivamente, ao volume compactado e ao volume final da soja armazenada no silo. Os alunos utilizaram a mesma letra V para indicar esses volumes.

O grupo G9 criou uma maquete virtual (Figura 11) de um silo situado em fazenda no interior do município em um logradouro chamado Val de Serra; para isso o grupo utilizou o software SketchUp, próprio para modelagem 3D e Lumion para renderização (fotorrealismo). Os dados apresentados foram obtidos de maneira informal e através da visita ao local.

Figura 11

Silo em Val de Serra: foto e modelagem 3D - grupo G9.

Com os dados simulados o grupo elaborou a situação problema apresentada na Figura 12.

O problema elaborado pelo grupo G9, solicita o volume da parte cilíndrica do silo cuja representação foi realizada pela maquete. Como podemos observar na resolução feita pelos alunos, o cálculo do volume foi realizado utilizando o teorema de Pappus.

Figura 12

Situação problema - grupo G9.

Determine o volume do silo, correspondente a parte cilíndrica com altura de 10m e raio da base 7m. Use para π uma aproximação de 3.

$V = 2\pi\bar{x}A$ $\bar{x} = \frac{R}{2} = 3{,}5$ $V = 2 \cdot 3 \cdot 3{,}5 \cdot 7 \cdot 10 = 1470\text{m}^3$

Com relação a tipologia das situações didáticas e os momentos de sua dialética, em particular nessa situação de caráter adidático percebemos da seguinte forma. Na atividade 4 – Maquetes, a ação ocorreu no momento de tomadas de decisões acerca do silo que seria escolhido para as construções das maquetes pelos grupos, bem como a distribuição dos grupos. Nessa fase surgiram conhecimentos não matemáticos como modelos basilares. As estratégias formuladas pelos grupos foram explicitadas verbalmente, dessa forma ocorreu a formulação. Quando os grupos expressaram os argumentos utilizados na construção da maquete proposta e justificaram os cálculos realizados, bem como elaboraram uma situação problema com respeito ao tema proposto, ocorreu a validação. No momento em que todos os procedimentos adotados, desde a ação até a validação se tornaram devidamente organizados com a ajuda do professor, ocorreu a institucionalização. Nesse âmbito, a institucionalização também foi vivenciada quando o professor emitiu considerações relacionadas as apresentações das maquetes e das situações problema elaboradas pelos sujeitos no exercício dos seus protagonismos.

CONCLUSÕES

Essa pesquisa buscou por meio do seu percurso laboral, investigar quais contribuições uma sequência didática, à luz da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, pode trazer para a construção de saberes significativos a respeito do objeto do conhecimento sólidos de revolução com ênfase nos corpos redondos para o Ensino Médio. Dessa forma, abstraindo de nossa experiência segundo a práxis desenvolvida, inferimos na narrativa que segue considerações acerca dessa trajetória.

Ao propormos situações didáticas em forma de questões extraídas de avaliações do ENEM, Portal da Matemática da OBEMEP e vestibulares de instituições de ensino, alicerçadas nos preceitos das habilidades e competências da BNCC constatamos, frente as devoluções, a participação efetiva dos sujeitos envolvidos. Além disso, passando pelo crivo da análise criteriosa de cada um dos momentos da dialética que constitui a tipologia das situações didáticas, observadas a partir do momento da ação, posterior formulação e validação, até a institucionalização, observamos que os aspectos favoráveis se sobrepuseram aos obstáculos de aprendizagem, e o fato em si da sequência apresentar narrativa, contrato e desafio, privilegiou no sentido de devolução.

Para promover o contexto supracitado, vivenciamos situações adidáticas, entre as quais utilizamos materiais manipuláveis, como sólidos de acrílico, um experimento para simular sólidos de revolução e uma atividade experimental para determinar o centro de massa de figuras planas; essas foram fomento para a compreensão do objeto a ser ensinado e, como resposta obtivemos o envolvimento e a participação dos educandos como sujeitos autônomos, capazes de conjecturar, elaborar hipótese, enfim validar suas ações.

Para o cálculo de áreas das superfícies e volumes dos sólidos de revolução, mostramos outra possibilidade, aos alunos, através de um interessante teorema clássico: o teorema de Pappus, que é incomum nos livros didáticos voltados ao Ensino Médio. Este foi um modo distinto das práticas pedagógicas correntes, que privilegiam a utilização de fórmulas, em que utilizamos sólidos de acrílico e um experimento com o qual foi possível determinar o baricentro de figuras planas. Tal fato, despertou o interesse e curiosidade dos alunos, cujo emprego foi utilizado na maioria das vezes de forma satisfatória na busca pela solução das situações problema propostas, fato evidenciado através das ações, das formulações e validações, bem como visto os dados satisfatórios acurados através das devoluções.

A construção de maquetes físicas e virtuais reproduzindo os silos, um tipo de construção muito comum no município *lócus* da pesquisa e seus entornos, os quais agregam em sua arquitetura corpos redondos, foi motivo de interesse e contagiante participação por parte dos sujeitos envolvidos. Essa situação de caráter adidático estabeleceu uma ponte entre a geometria que trata os corpos redondos estudada na sala de aula e a geometria que inspira os formatos e oferece personalidade aos seus itinerários.

Assim, podemos considerar que o objetivo ao qual essa pesquisa se propôs alcançar foram particularmente viabilizados com a práxis desenvolvida. Cabe salientar que a utilização da plataforma Google Classroom, foi um importante aliado no sentido da complementariedade entre os espaços físico e virtual, pois essa perspectiva de ambiente articulado oportunizou aos sujeitos da pesquisa, produtivos momentos de interação ao aspecto teórico do objeto ensinado.

No papel de professores pesquisadores comungamos com ideia e acreditamos de forma despretensiosa termos cumprido o que sugere Brousseau quando estabelece que: "Cabe ao professor (...) simular na sala de aula uma microssociedade científica, se quer que os conhecimentos sejam meios econômicos para colocar boas questões e resolver debates, se quer que as linguagens sejam meios para dominar situações de formulação e que as demonstrações sejam provas" (Brousseau, 1996, p. 37).

Por fim, esperamos que a sequência didática, resultado dessa pesquisa elaborada a luz da Teoria das Situações Didáticas sirva de sugestão para prática docente, bem como para novos construtos acerca do estudo dos sólidos de revolução com ênfase nos corpos redondos destinados ao Ensino Médio.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

ALVP e JR conceberam o tema da pesquisa. ALVP realizou as atividades e coletou os dados. ALVP, JR e LDP discutiram e analisaram os dados. Todos os autores participaram da discussão dos resultados, revisaram e aprovaram a versão final do trabalho.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pelo autor correspondente, ALVP, mediante solicitação razoável.

REFERÊNCIAS

Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. UFPR.

Bogdan, R. C.; Biklen, S.K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto.

Brasil (2018). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – BNCC.

Brousseau, G. (1996). Fundamentos e métodos da Didática da Matemática. In: Brun, J. (Org.). *Didáctica das matemáticas* (p. 35-113). Tradução de M. J. Figueiredo. Instituto Piaget.

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo das situações didáticas:conteúdos e métodos de ensino.* Ática.

Cardoso, I. C. S. (2020). *Centroides, teorema de Pappus-Guldin e o cálculo de volume de sólidos de revolução: uma proposta para futuros professores do ensino médio* (105 f.). Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFOP, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

Creswell, J. W. (2014). *Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens*. Penso.

Cunha, L. G. (2019). *Cálculo de volumes usando o Princípio de Cavalieri mediado por materiais concretos* (95 f.). Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UDESC, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinvile.

Dantas, E. H. (2018). *Uso da Realidade Aumentada no estudo da Geometria Espacial* (96 f.). Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UEPB, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

Lima, E. L. et al. (2013). *A Matemática do Ensino Médio*. v. 2. SBM Coleção do Professor de Matemática.

Moser, A. (2020). *As apreensões em geometria na resolução de exercícios de geometria espacial na terceira série do ensino médio* (262 f.) Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UDESC, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinvile.

Neto, A. P. (2020a). *Material Teórico - Módulo: Geometria Espacial 3 - Volumes e Áreas de Cilindros, Cones e Esferas. Cilindro*. Portal da OBMEP. https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=45&tipo=7.

Neto, A. P. (2020b). *Material Teórico - Módulo: Geometria Espacial 3 - Volumes e Áreas de Cilindros, Cones e Esferas. Cone*. Portal da OBMEP. https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=45&tipo=7.

Neto, A. P. (2020c). *Material Teórico - Módulo: Geometria Espacial 3 - Volumes e Áreas de Cilindros, Cones e Esferas. Esfera*. Portal da OBMEP. https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=45&tipo=7.

Pais, L. C. (2011). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.* Autêntica.

Pommer, W. M. (2013). *A Engenharia Didática em Sala de Aula: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*. https://scholar.google.com.br/citations?user=z-Lup7cAAAAJ.

Reges, M. A. G. (2020). *Formação de professores que ensinam matemática fundamentada na Teoria das Situações Didáticas: explorando o campo conceitual multiplicativo*. (196 p) Tese de Doutorado em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza.

Rio Grande do Sul (2018). Secretaria de Estado da Educação. *Referencial Curricular Gaúcho: Matemática*.

Silva, H. O. (2017). *O ensino dos sólidos de revolução com auxílio do SuperLOGO 3.0* (73 f.). Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFPA, Universidade Federal do Pará, Belém.

Souza, T. C. (2021). *O teorema de Pappus Guldin e o princípio de Cavalieri: uma proposta de cálculo de volume de sólidos de revolução no ensino médio* (86 f.). Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UNIVASF, Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro.

Weeler, D. (1991). Imagem e pensamento geométrico. In: CIEAEM - *Comtes Rendus Reencontro Internationale* (p. 351-353), Pallanza.