

Trigonometric knowledge mobilised by students in an evaluation after a pedagogical intervention

Leonardo Martins Vanini^a 

Nielce Meneguelo Lobo da Costa^b 

^a SEDU/ES e Faculdade Anhanguera de Linhares, Linhares, Espírito Santo, Brasil.

^b Universidade Anhanguera de São Paulo, Programa *Stricto Sensu* em Educação Matemática, São Paulo, São Paulo, Brasil.

ABSTRACT

Background: Poor performance on large-scale assessments prompted an intervention in a high school. This study investigates the trigonometric knowledge mobilized by students who participated in a Trigonometry-focused Teaching Experiment (TTE) when taking state-wide end-of-high-school exams. **Objectives:** To identify the trigonometric knowledge mobilized by students after engaging in a TTE and to assess the impact of the TTE on students' performance in large-scale assessments. **Design:** A mixed-methods study, employing both quantitative and qualitative data. Data was collected from 2019 to 2023 using digital platforms and doctoral research protocols. **Setting and Participants:** A public high school in Linhares, Espírito Santo, Brazil. Data was collected from 14 high school students. **Data Collection and Analysis:** Data was analyzed in three phases: pre-intervention, during the TTE, and post-intervention. **Results:** The TTE significantly enhanced students' ability to mobilize trigonometric knowledge in large-scale assessments and improved their overall performance on trigonometry-related items. **Conclusions:** This longitudinal study underscores the importance of sustained research and its long-term impacts. It provides a model for researchers to compare student performance before, during, and after interventions.

Keywords: Trigonometry; Trigonometric Knowledge; Hypothetical Learning Trajectory; Large Scale Assessments; Design Experiment.

Conhecimentos trigonométricos mobilizados por estudantes em uma avaliação após intervenção pedagógica

RESUMO

Contexto: Resultados insatisfatórios da avaliação de larga escala justificaram o processo de intervenção em uma escola. Após a pesquisa surgiram questionamento, como: que conhecimentos trigonométricos, explorados na THA em trigonometria, os alunos participantes da pesquisa mobilizaram na avaliação de larga escala das escolas estaduais capixabas ao término do Ensino Médio? **Objetivos:** identificar conhecimentos trigonométricos mobilizados por um grupo de estudantes em avaliações

Corresponding author: Leonardo Martins. Email: professor@leomartins.net

de larga escala do Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES) após terem participado de uma THA em trigonometria. **Design:** Este estudo é misto, qualitativo e quantitativo. A produção de dados ocorreu de 2019 a 2023 e utilizando dados das plataformas digitais de divulgação dos resultados dessas avaliações e os protocolos da pesquisa de doutoramento. **Ambiente e participantes:** uma escola estadual, localizada na cidade de Linhares, no estado brasileiro Espírito Santo. Os dados são de 14 alunos do Ensino Médio, sendo as fontes analisadas os dados das pesquisas e os portais oficiais de divulgação dos resultados. **Coleta e análise de dados:** foi realizada em três etapas: resultados antes da intervenção; intervenção com THA em trigonometria; e resultados da escola após a intervenção. **Resultados:** a THA em trigonometria proporcionou ao grupo de alunos a mobilização de conhecimentos trigonométricos quando participaram em avaliações de larga escala, bem como promoveu expressiva melhoria de desempenho nos indicadores acerca dos conceitos de trigonometria. **Conclusões:** Este estudo demonstrou a importância da continuidade da pesquisa e seus impactos a longo prazo, demonstrando caminhos para os pesquisadores realizar comparações antes, durante e após suas intervenções.

Palavras-chave: Trigonometria; Conhecimentos Trigonométricos; Trajetória Hipotética de Aprendizagem; Avaliações de Larga Escala; *Desing Experiment*.

INTRODUÇÃO

As avaliações de larga escala são instrumentos oficiais para avaliar a atuação de alunos em vários estados brasileiros e possibilitam aferir, entre outros indicadores, o desempenho da educação pública. Hojas e Manfio (2015) enfatiza a importância desse tipo de avaliação por proporcionarem o mapeamento individual do aluno, da turma, da escola e, inclusive, de toda a rede de ensino.

Em específico no estado do Espírito Santo, as escolas estaduais aplicam avaliações externas por meio de programas, tais como a Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA) e o Programa de Avaliação do Espírito Santo (PAEBES), o qual atribui as menções plenamente satisfatório, satisfatório e insatisfatório.

É imprescindível ressaltar que analisar os resultados desses programas permite visualizar de forma mais ampla possíveis lacunas na aprendizagem em algumas disciplinas e, desse modo, planejar estratégias para superá-las. Assim, as análises dos dados do PAEBES, do ano de 2019, relacionados à Matemática de uma escola estadual localizada na cidade de Linhares/ES elencou os conhecimentos em trigonometria dos estudantes no nível insatisfatório. Diante desse fato, foi preciso, segundo Martins (2023), empreender um processo intervencionista via Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) para propiciar aprendizagem desse objeto de conhecimento por alunos do Ensino

Médio, tendo sido essa THA fundamentada nos resultados dessa avaliação de larga escala aplicada nas escolas estaduais capixabas.

Para isso, aplicamos uma THA no último trimestre letivo do ano de 2021 para um grupo de 14 alunos da 2ª Série do Ensino Médio. Essa intervenção fez parte do levantamento de dados de uma pesquisa de doutoramento do primeiro autor deste texto, orientado pela segunda autora. No final do ano de 2022, o grupo de alunos participantes dessa pesquisa, então no último ano da Educação Básica, realizaram a avaliação externa do PAEBES em nível estadual.

Para fazer a análise, ao longo dos anos de 2022 e 2023, os dados produzidos na aplicação da THA foram transcritos, organizados, tabulados e analisados. Enquanto os dados produzidos eram analisados, era notório os bons resultados da aplicação da THA, porém surgiram alguns questionamentos por parte do pesquisador, entre eles os seguintes: que conhecimentos trigonométricos, explorados na THA em trigonometria, os alunos participantes da pesquisa mobilizaram na avaliação de larga escala das escolas estaduais capixabas ao término do Ensino Médio? Qual o nível de proficiência alcançado pelos alunos participantes da pesquisa na avaliação do PAEBES?

Entretanto, dada a limitação imposta pelo marco temporal metodológico da pesquisa de doutoramento, bem como considerando a divulgação dos resultados do PAEBES de 2022 em junho de 2023, após a conclusão do doutorado, fez-se uma proposta para futuras pesquisas, as quais vislumbrassem as análises dos resultados nas avaliações externas.

Diante desses fatos, este estudo teve como objetivo identificar os conhecimentos trigonométricos mobilizados por um grupo de estudantes nas avaliações de larga escala do Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES), após terem participado de uma THA em trigonometria.

Para responder a esses questionamentos, este estudo foi desenvolvido com caráter misto, quantitativo e qualitativo, em três etapas: 1) analisar os resultados em avaliações externas de um grupo de estudantes de uma escola estadual de Linhares/ES antes da aplicação da THA; 2) explorar os resultados da aplicação da THA; e 3) analisar os resultados dos estudantes participantes da pesquisa na avaliação para egressos do Ensino Médio.

Apresentamos a seguir, na próxima seção, o referencial teórico norteador da pesquisa, seguido da metodologia e dos resultados das três etapas mencionadas anteriormente.

REFERENCIAL TEÓRICO

O Plano Nacional de Educação (PNE) (Brasil, 2014) enfatiza a importância das avaliações de larga escala em todos os níveis de ensino brasileiro, tendo como prioridade a melhoria do ensino, a gestão escolar e a difusão dos dados.

Na Educação Básica, em especial ao longo do Ensino Médio, esses tipos de avaliações são essenciais, e quando aplicadas em toda a rede de ensino visam o monitoramento de desempenhos dos estudantes em variados componentes curriculares, bem como a metodologia estatística empregada na tabulação dos dados deve possibilitar a promoção da igualdade na Educação Básica (Werle, 2011; Tavares, 2012).

Para Martins e Lobo da Costa enfatizam que,

No Brasil tem sido crescente a aplicação das avaliações externas no âmbito escolar, nas diversas esferas federativas. Como exemplos é possível destacar: Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM); Provinha Brasil; Prova Brasil; Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP); Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE); o Sistema Municipal de Avaliação de Rendimento Escolar de Curitiba (SIMARE), dentre outros sistemas de avaliação educacional (Martins & Lobo da Costa, 2021a, p. 25).

Especificamente no estado brasileiro do Espírito Santo, a partir do ano de 2000 foi instituído o Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES), cujo objetivo é diagnosticar individualmente o desempenho dos estudantes ao longo do Ensino Fundamental e Médio (Pereira, 2015).

O PAEBES é uma avaliação aplicada ao final dos quintos e nono ano do Ensino Fundamental, bem como à terceira série do Ensino Médio. Até o ano de 2019 os alunos matriculados no Ensino Médio realizavam a avaliação em três trimestres. Dado o período pandêmico, a avaliação trimestral deixou de ser aplicada em 2020, ficando o PAEBES aos alunos egressos de cada ciclo.

Entretanto, no ano de 2023, a avaliação de larga escala passou a ser denominada de Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA), sendo aplicada a alunos de 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e a alunos da 3ª série do Ensino Médio (Espírito Santo, 2023). Em 2024, a AMA continuou sendo aplicada a alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e para todos os alunos da

rede estadual de ensino a partir do 8º Ano do Ensino Fundamental até a 3ª Série do Ensino Médio.

A Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo disponibiliza, para acesso e divulgação dos resultados, duas ferramentas ao professor, sendo elas: 1) O Power BI, disponível virtualmente no Sistema Estadual de Gestão Escolar, proporcionando relatórios estatísticos do desempenho a nível de turma, escola, região e do Estado; 2) A Plataforma de Avaliação e Monitoramento da Educação do Espírito Santo, também disponível virtualmente, sob controle do Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (Caed) da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Assim, para divulgação dos resultados, além dos tradicionais gráficos de linha, pizza e coluna, o sistema de acompanhamento dos resultados disponibiliza um mapa no qual relaciona a complexidade pedagógica de um determinado descritor com o grau de domínio dos estudantes. Aa Figura 1 a seguir mostra um modelo desse mapa.

Figura 1

Modelo de mapa da relação complexidade pedagógica e grau de domínio.
(Martins & Lobo da Costa, 2021a)

		Grau de Domínio		
		BAIXO	MÉDIO	ALTO
Complexidade Pedagógica	BAIXA	P	R	A
	MÉDIA	R	C	A
	ALTA	C	C	A

Legenda do Mapa ■ P=Priorizar ■ R=Retomar ■ C=Complementar ■ A=Aprofundar

A Figura 1 ilustra essa relação entre a complexidade pedagógica pelo grau de domínio, que pode ser adaptada e utilizada para qualquer outra série ou ano da Educação Básica. A complexidade pedagógica é definida pela instituição promotora do exame conforme a construção do item avaliado e os conhecimentos a serem mobilizados para solucioná-lo. Por sua vez, o grau de domínio contempla características de padrões de desempenho em conformidade com a Teoria de Resposta ao Item (TRI) (Espírito Santo, 2021;

CAEd Digital, 2022). Dessa forma, o próprio sistema de monitoramento apresenta os resultados para análise dos professores.

Esse mapa, que relaciona a complexidade pedagógica e o grau de domínio do aluno no descritor, vem acompanhado de sugestões de ações a serem empreendidas pelos professores, de acordo com o desempenho do aluno, tais como: priorização [do conteúdo], retomada, complementação ou aprofundamento.

Após compreender o processo de mensuração quantitativa dos resultados da avaliação externa analisada, é indispensável também compreender acerca da Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) concebida por Simon (1995) e que foi elaborada para a intervenção pedagógica aplicada aos participantes da pesquisa.

A Trajetória Hipotética de Aprendizagem faz parte do Ciclo de Ensino de Matemática (CEM). Para Simon (1995), o CEM refere-se a um quadro conceitual descritivo das relações entre o conhecimento do professor, os objetivos para os estudantes, a antecipação da aprendizagem do aluno, o planejamento e a interação com os alunos (SIMON, 1995). Simon (1997) propõe dois objetivos para o professor: ser responsivo à Matemática dos alunos enquanto apresenta tarefas e gerencia o discurso, porém com foco nas questões particulares.

A THA é o percurso de aprendizagem elaborado pelo professor com o intuito de ensinar algo aos seus alunos. O termo “trajetória” refere-se ao caminho no qual a aprendizagem pode acontecer; ela é “hipotética”, pois antecede o momento de aprendizagem dos alunos, ou seja, enquanto o professor faz seu planejamento, ele gera hipóteses que podem ocorrer em sala de aula enquanto o ensino e a aprendizagem acontecem (Simon, 1995).

Três partes constituem a THA: 1) objetivos do professor para a aprendizagem, os quais direcionam a THA no caminho da aprendizagem; 2) plano do professor para as atividades de aprendizagem, com descrição das tarefas a serem realizadas pelos alunos; 3) hipóteses do professor a respeito do processo de aprendizagem, ou seja, possíveis soluções elaboradas pelos alunos ao realizarem as tarefas, quais dúvidas podem surgir, maneiras distintas de solucionar, bem como possíveis entendimentos deles ao longo das tarefas. Assim, para a construção de uma THA, é crucial manter o foco na aprendizagem (Martins & Lobo da Costa, 2021b).

Simon (1995) ainda destaca a importância da atuação do professor na decisão sobre o conteúdo e as tarefas a serem utilizadas em sala de aula para

propiciar aprendizagem, bem como ter atenção às particularidades das situações, que devem ser registradas individualmente.

Para Martins (2023), os interesses de Simon estavam fundamentados em três fatores: 1) acreditar que aumentaria a compreensão dos conceitos abordados; 2) propiciar a oportunidade de aprendizagem baseada na justaposição de estratégias; e 3) aprofundar os próprios entendimentos dos professores a respeito das conexões matemáticas envolvidas conforme observa o pensamento matemático dos alunos.

Ao refletir sobre o desenvolvimento e as discussões das tarefas propostas, Simon (1995) enfatiza que: o ensino passa a ser direcionado pelos objetivos conceituais a serem construídos pelos estudantes e esses objetivos precisam ser constantemente modificados; a compreensão matemática e as hipóteses do professor a respeito do conhecimento dos alunos são dois fatores que estão relacionados e fundamentam o objetivo e o desenho da aula; o professor deve inferir a natureza da compreensão dos alunos interpretando os comportamentos dos estudantes (Martins, 2023).

Nesse sentido, Rodrigues, Bisognin e Bisognin (2019) enfatizam que a natureza hipotética do planejamento docente, destacando que podem ocorrer imprevistos inerentes ao longo do processo, bem como, reforçam a atuação do professor, principalmente acerca da revisão sistemática dos aspectos da THA.

Vale ressaltar que a construção das hipóteses postas pelos professores pode diferir entre si de acordo com as experiências de cada um deles em sala de aula e, principalmente, as experiências com as tarefas propostas. Desse modo, uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem após sua aplicação passa a ser uma Trajetória de Aprendizagem, assim, mesmo que outro professor a utilize, será novamente hipotética ao novo grupo de alunos, com novas hipóteses, com ajustes na quantidade de tarefas e, após ser aplicada, novamente será Trajetória de Aprendizagem.

Nessa perspectiva, Martins (2023) propõe o Ciclo das Relações entre Trajetória Hipotética de Aprendizagem com a Trajetória de Aprendizagem, o qual está ilustrado na Figura 2.

Figura 2

Modelo de mapa da relação complexidade pedagógica e grau de domínio.
(Martins, 2023)



Conforme mostra a Figura 2, cada reaplicação de uma tarefa será novamente uma THA e, ao término de sua aplicação e/ou reaplicação, voltará a ser uma Trajetória de Aprendizagem. Esse ciclo não se encerra, pois antes de uma nova aplicação, o professor poderá modificar as hipóteses de soluções dos seus alunos, conforme suas avaliações prévias acerca dos conhecimentos deles.

A próxima seção explica os procedimentos metodológicos do estudo.

METODOLOGIA

A pesquisa mista (qualitativa e quantitativa) neste estudo é do tipo exploratória e caracterizada como documental (Gil, 2008), o que possibilita obter dados fidedignos com a reprodução das informações encontradas. O objetivo foi de identificar os conhecimentos trigonométricos mobilizados por um grupo de estudantes na avaliação de larga escala do Programa de Avaliação da Educação Básica (PAEBES) do Espírito Santo após terem participado de uma THA.

Este estudo foi desenvolvido analisando resultados obtidos por alunos de uma escola pública estadual localizada em Linhares, uma cidade brasileira do estado Espírito Santo. Para tanto, a coleta e produção de dados envolveram três etapas:

A primeira etapa apresenta os descritores e os resultados referentes à trigonometria no PAEBES, antes da aplicação da intervenção. Para tanto, analisou-se a pesquisa desenvolvida por Martins e Lobo da Costa (2021a), na qual expuseram os resultados do grupo de alunos participantes nas avaliações externas realizadas até o ano de 2019.

A segunda etapa teve como objeto de estudo a pesquisa de doutoramento de Martins (2023) desenvolvida em novembro de 2021, e na qual foi aplicada uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) a um grupo de alunos da escola.

Essa etapa foi realizada no ambiente natural, com alunos de uma turma de segunda série do Ensino Médio regular de uma escola estadual de Linhares/ES, na qual o pesquisador (primeiro autor) era o professor de Matemática. O grupo de alunos tinha idade variando de 16 a 18 anos. Foram considerados os dados de 14 alunos, participantes voluntários da aplicação de uma THA, durante a qual foram discutidos conceitos de trigonometria. Para garantir o sigilo dos participantes, substituiu-se os nomes dos alunos pela codificação aleatória iniciada por A01 e finalizada em A14.

A terceira etapa ocorreu em novembro de 2023 com a análise dos resultados divulgados do PAEBES 2022. Os alunos da terceira série do Ensino Médio dessa escola, os quais participaram do PAEBES 2022, eram os sujeitos da pesquisa aplicada em 2021. Esses dados foram coletados por meio da plataforma de resultados da avaliação disponibilizada pelo CAEd/UFJF.

Para desenvolver a terceira etapa utilizamos os filtros disponíveis na plataforma. Entre as seleções disponíveis estavam: descritores; todas as escolas estaduais; por regiões (superintendências); municípios; escola; turma; e, inclusive, por alunos.

Optou-se por: 1) filtro escola, apresentando os dados da escola como um todo e podendo-se comparar com os dados iniciais. 2) filtro por alunos, com possibilidade de expor os dados dos participantes da investigação na avaliação do terceiro ano do Ensino Médio da rede estadual. Em ambos os casos se utilizou os descritores relacionados ao objeto matemático em estudo.

A pesquisa foi autorizada pelo Comitê de Ética sob CAAE: 246711221.5.0000.5493 e Parecer nº 4.808.527, de 26 de junho de 2021. Os sujeitos da pesquisa participaram de forma voluntária, com autorização e consentimento via Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

A próxima seção apresenta os resultados e a discussão desse estudo.

RESULTADOS E ANÁLISES

A primeira etapa deste estudo objetiva apresentar os descritores correspondentes à trigonometria no PAEBES, bem como os resultados obtidos nesse objeto de conhecimento até o ano de 2021. Em consulta às matrizes de referências do PAEBES, Martins e Lobo da Costa (2021a) identificaram os descritores relacionados à trigonometria, sendo sintetizados na Tabela 1.

Quadro 1

Descritores de Trigonometria na Matriz de Referência do PAEBES. (Martins & Lobo da Costa, 2021a)

Código	Descritor
D39	Utilizar razões trigonométricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas
D40	Utilizar a lei dos senos ou a lei dos cossenos na resolução de problemas
D28	Corresponder uma função trigonométrica a seu gráfico
D29	Determinar o conjunto de solução de uma equação trigonométrica

Conforme exposto no Quadro 1, são quatro os descritores relacionados aos conceitos trigonométricos na avaliação de larga escala das escolas estaduais do Espírito Santo e envolvem razões trigonométricas aplicadas ao triângulo retângulo, à lei dos senos e dos cossenos (D39 e D40), à função trigonométrica e seu gráfico e às equações trigonométricas (D28 e D29).

Os pesquisadores Martins e Lobo da Costa (2021a), ao observaram o histórico dessa escola estadual de Linhares/ES em relação aos percentuais de acertos nos descritores relacionados à trigonometria, conseguiram mensurar a média simples dos resultados no Quadro 2.

Quadro 2

Acertos no PAEBES até o ano. (Martins & Lobo da Costa, 2021a)

Código	Percentual de acerto antes da THA em Trigonometria
D39	29,20%
D40	27,40%
D28	22,88%
D29	10,38%

Desse modo, ao analisar os dados do Quadro 2, determinamos a média simples de assertividade, obtendo 22,47% de acertos nas questões relacionadas aos conceitos de trigonometria nas avaliações do PAEBES.

Os dados apresentados no Quadro 2, também revelam percentual menor de acertos em problemas níveis de complexidade pedagógica baixo (D39 e D40), obtendo quase que o triplo de sucesso na resolução, quando comparado com o do nível de complexidade alto (D28 e D29). Mesmo com esses resultados o percentual obtido pelos alunos é insuficiente para constar em nível mais elevado de grau de domínio.

Para uma melhor visualização dessa questão, elaboramos o mapa da relação de complexidade pedagógica e grau de domínio dos descritores como retrata a Figura 3 a seguir.

Figura 3

Resultado dos descritores de trigonometria no mapa da relação entre a complexidade pedagógica e o grau de domínio. (Martins & Lobo da Costa, 2021a)

		Grau de Domínio		
		BAIXO	MÉDIO	ALTO
Complexidade Pedagógica	BAIXA	D39		
	MÉDIA	D40		
	ALTA	D28 / D29		

Legenda do Mapa ■ P=Priorizar ■ R=Retomar ■ C=Complementar ■ A=Aprofundar

Conforme ilustrado na Figura 3, o mapa da relação entre a complexidade pedagógica e o grau de domínio para os descritores de trigonometria evidencia que, independentemente da complexidade pedagógica do descritor, a escola analisada recebeu a classificação do grau de domínio como baixo em todos os descritores avaliados.

Diante desses resultados, Martins e Lobo da Costa (2021a) observaram os indicadores e constataram *in loco* a dificuldade dos estudantes da escola em mobilizarem os conceitos trigonométricos em séries seguintes. Bem como, os registros históricos das avaliações externas da escola, demonstram o declínio

do desempenho dos estudantes, nesses quatro descritores, ao longo dos anos anteriores.

Os dados apresentados na Plataforma de Avaliação e Monitoramento da Educação do Espírito Santo, e ilustrados na Figura 3, indicavam a necessidade de priorizar as razões trigonométricas, retomar os conceitos de lei dos senos e lei dos cossenos, bem como complementar as funções trigonométricas e seus gráficos.

Porém, os valores percentuais de assertividades, conforme apresentado no Quadro 2, demonstrou a necessidade de uma intervenção nos processos de ensino e aprendizagem dessa escola. Esses índices, alinhado ao observado no ambiente de pesquisa, reforçaram que ensinar trigonometria era insuficiente para a aprendizagem dos alunos, indicando, a necessidade em priorizar os conhecimentos prévios, formalizar os conceitos essenciais para a aprendizagem e a mobilização de conhecimentos trigonométricos.

A partir da constatação desses resultados iniciou-se a segunda etapa deste estudo, os quais motivaram Martins (2023) a elaborar uma THA em trigonometria, sendo que por meio de uma tarefa diagnóstica foi possível:

[...] identificar comprometimentos acerca dos conceitos de razão, semelhança de triângulos e figuras, Teorema de Pitágoras, nomenclatura dos lados do triângulo retângulo. Além disso, também foram encontradas dificuldades acerca de trigonometria no triângulo retângulo e ângulos notáveis (Martins, 2023, p. 215).

Essa proposta de THA em trigonometria, com os encontros e os temas desenvolvidos, encontram-se descritos no Quadro 3.

Quadro 3

Trajetória Hipotética de Aprendizagem desenvolvida. (Martins, 2023)

Encontro	Tema
01	Tarefa Diagnóstica
02	A Trigonometria, contexto histórico
03	Semelhança
04	<i>GeoGebra</i> e as razões trigonométricas
05	Acessibilidade e a trigonometria
06	Dos problemas às maquetes I
07	Dos problemas às maquetes II
08	Triângulo qualquer: Lei dos Cossenos

09	Triângulo qualquer: Lei dos Senos
10	Ciclo Trigonométrico
11	Relação Fundamental da Trigonometria
12	Roda Gigante: introdução à Função Trigonométrica
13	Função Seno e Função Cosseno
14	Tarefa Final

De acordo com o Quadro 3, a THA constituiu-se em quatorze encontros sobre conteúdos envolvendo os quatro descritores avaliados pelo PAEBES. Vale destacar que, na pesquisa, as equações trigonométricas foram abordadas com as funções, porém no último PAEBES, alguns descritores de trigonometria, como o D29 e D40, não foram avaliados.

A tarefa diagnóstica consistiu em nove questões enfocando conhecimentos prévios acerca de: ângulo de aclave e declive; nomenclaturas referentes aos lados do triângulo retângulo; razão, proporção e semelhança de triângulos; reconhecimento de que em um triângulo retângulo, no qual um dos ângulos internos é 30° , a medida do cateto oposto a esse ângulo de 30° é a metade da medida da hipotenusa; identificação de ângulos suplementares e complementares; desenvolvimento de estratégias para resolver problemas de cálculo da altura de objetos e o Teorema de Pitágoras.

Ao analisar os dados da tarefa diagnóstica para o grupo de alunos sujeitos da pesquisa, observamos que: 36% dos questionamentos ficaram sem respostas; 43% apresentaram soluções erradas e 7% incompletas. Os resultados da tarefa diagnóstica ressaltaram a relação entre os conhecimentos dos participantes e os resultados das avaliações externas da escola em anos anteriores, alcançando o percentual médio de acertos de 14% para esse objeto de conhecimento.

Para o desenvolvimento dessa THA em trigonometria, Martins (2023) utilizou: textos históricos sobre a trigonometria; GeoGebra; círculo trigonométrico; maquetes; materiais manipuláveis; instrumentos de medidas de ângulos e comprimentos; protocolos individuais das pesquisas; diálogos; e gravações de voz e vídeo. No último encontro da THA foi aplicada uma “Tarefa Final” composta de nove tarefas.

Os resultados da “Tarefa Final” da THA relativos a acertos, erros, além de tarefas incompletas, estão retratados no Quadro 4 a seguir.

Quadro 4

Síntese quantitativa da Tarefa Final. (Martins, 2023)

Tarefa	Conhecimento Matemático	Acerto (%)	Erro (%)	Sem Resposta (%)
1	Razões Trigonométricas	100	0	0
2	Trigonometria no Triângulo Retângulo (Seno)	93	7	0
3	Trigonometria no Triângulo Retângulo (Tangente)	86	7	7
4	Trigonometria no Triângulo Retângulo (Cosseno)	86	14	0
5	Trigonometria no triângulo Qualquer (Lei dos Senos)	93	7	0
6	Trigonometria no triângulo Qualquer (Lei dos Cossenos)	72	21	7
7	Relacionar a função trigonométrica ao gráfico (função Cosseno)	72	28	0
8	Relacionar a função trigonométrica ao gráfico (função Seno)	100	0	0
9	Mapa Mental da Trigonometria estudada	100	0	0

O Quadro 4 evidencia a dimensão de assertividade alcançada pelos participantes da pesquisa na tarefa final do processo intervencionista com a THA em Trigonometria. É possível observar a redução do percentual de tarefas sem solução, de 36% da tarefa diagnóstica para 7% na tarefa final; redução de 7% para 0% de tarefas incompletas; redução do percentual de erros; e, consequentemente, aumento expressivo do percentual de assertividade nos itens propostos.

Em suma, ao longo dos encontros, ficou evidente a mobilização constante pelos alunos de conhecimentos envolvidos em encontros anteriores na tentativa de solucionar os problemas propostos, ou seja, conceitos foram mobilizados evidenciando a mudança dos níveis de pensamento das tarefas matemáticas.

Martins, destaca que:

Para além dos conceitos abordados como foco deste estudo, ocorreu a mobilização de conhecimentos algébricos nas soluções de equações; proporcionalidade; a redução ou a ampliação de polígonos; a leitura e a extração de dados de

tabelas; a importância das normas técnicas, em especial de acessibilidade; porcentagem; o uso de maquetes para representar a realidade (Martins, 2023, p. 215).

Assim, observamos no desenvolvimento da THA a mobilização de conhecimentos para além dos conhecimentos trigonométricos. Os resultados apresentados permitem inferir que houve avanços significativos em relação aos conhecimentos em trigonometria mostrados no sucesso na aplicação da investigação realizada. Por exemplo, tarefa como a número 8 da “Tarefa Final” – Relacionar a função trigonométrica ao gráfico (função Seno) – mostrou 100% de acertos.

Importante também ressaltar que ao longo da execução da THA surgiram alguns questionamentos, entre eles: considerando que esses alunos estão na segunda série do Ensino Médio, como serão os resultados deles no PAEBES um ano após a conclusão desse processo investigativo?

Para respondê-lo surgiu a terceira etapa da pesquisa que subsidia este artigo, cuja finalidade foi apresentar os resultados obtidos pelos alunos participantes na THA em trigonometria na avaliação do PAEBES no ano de 2022, realizada no término do Ensino Médio.

Em relação ao PAEBES do ano de 2022, dos 14 sujeitos participantes voluntários da pesquisa e da THA desenvolvida na segunda etapa descrita anteriormente, dois não participaram da avaliação do PAEBES: um (A03) foi transferido da escola; e um (A13) esteve ausente no dia da aplicação do PAEBES.

Convém explicitar que uma das características dessa avaliação de larga escala é a disposição das questões, no qual os cadernos de avaliação têm: 1) perguntas distintas; 2) diferentes descritores; 3) quantidades diferentes de questões por descritor; e 4) os nomes dos alunos nos cadernos seguem uma ordem aleatória. Tais características estão de acordo com Teoria da Resposta ao Item (TRI) utilizada no PAEBES

O Quadro 5 a seguir mostra os itens respondidos quantificados por cada um dos sujeitos deste estudo e, conseqüentemente, participantes da intervenção da THA.

Vale destacar que nessa edição do PAEBES apenas dois dos descritores relativos aos conhecimentos de trigonometria foram abordados, quais sejam: D28 (Corresponder uma função trigonométrica a seu gráfico) e D39 (Utilizar razões trigonométricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas.

Assim sendo, nossas observações referem-se à essa mobilização de conhecimentos.

Quadro 5

Distribuição das questões por aluno e acertos correspondentes. (Autores, 2024)

Aluno Participante	D39		D28	
	Quantidade de itens	Acertos	Quantidade de itens	Acertos
A01	-	-	1	1
A02	1	1	-	-
A03	Transferido			
A04	-	-	2	2
A05	1	0	-	-
A06	-	-	1	1
A07	-	-	1	0
A08	2	2	-	-
A09	-	-	1	1
A10	-	-	2	2
A11	1	1		-
A12	2	1		
A13	Transferido			
A14			2	1

Como observado no Quadro 5, existe um processo de aleatoriedade na distribuição das questões a serem respondidas pelos alunos, evitando o aluno responder ao descritor sobre razões trigonométricas (D39) e de gráficos da função trigonométrica (D28) na mesma avaliação. Ademais, é inexistente o padrão de quantidade de itens para cada aluno, assim ou o aluno responde a um, a dois ou a nenhum item.

Desse modo, os dados apresentados no Quadro 5, expõe que: cinco alunos responderam sete problemas envolvendo o descritor D39; e outros sete alunos responderam dez problemas envolvendo o descritor D28; e nenhum respondeu dois descritores na avaliação do PAEBES, totalizando 18 questões (itens) na avaliação relacionadas a conceitos de trigonometria.

Nota-se a ausência de dados dos alunos A03 e A13, ambos participaram do processo de intervenção com a Trajetória Hipotética de Aprendizagem, porém seus resultados do PAEBES, ao término do Ensino Médio, não foram disponibilizados por terem sido transferidos para outra unidade escolar, nessa

situação os dados dos alunos deixam divulgado para escola de origem e são restritos à escola de destino da transferência, desde que seja da rede estadual do Espírito Santo. Ainda, os dados apresentados no Quadro 5 permitiram mensurar as estatísticas do grupo de alunos que participou voluntariamente do estudo.

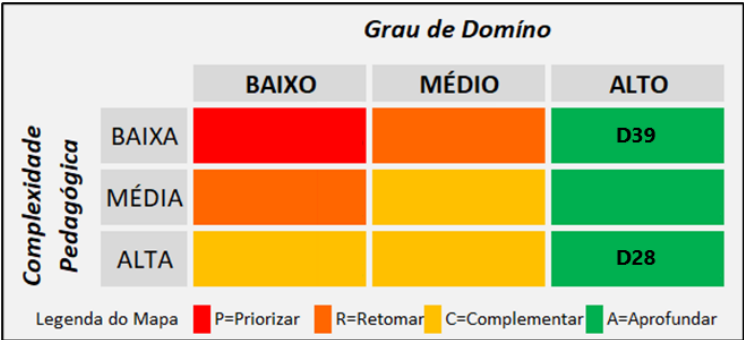
Em conclusão, após aplicar a metodologia utilizada nas estatísticas gerais do PAEBES, pode-se afirmar:

- Quanto ao descritor D39, cinco alunos dos 12 que fizeram a avaliação (A02, A05, A08, A11, A12) responderam os itens relativos a esse descritor; desses cinco alunos, três responderam corretamente todos os itens propostos, o que representa 60% dos alunos respondentes; e dos sete itens totais avaliados por esse descritor, cinco foram respondidos corretamente, sendo 71,43% o total de assertividade no item.
- Quanto ao descritor D28, sete alunos (A01, A04, A06, A07, A09, A10, A14) responderam os itens relativos a esse descritor; desses, cinco responderam corretamente todos os itens propostos em sua avaliação, representando 71,43% dos alunos respondentes; e dos dez itens totais avaliados por esse descritor, oito foram respondidos corretamente, sendo 80% o total de assertividade no item.

Esses dados refletiram diretamente no mapa da relação complexidade pedagógica e no grau de domínio desses alunos que participaram no processo de intervenção, como representado na Figura 4.

Figura 4

Mapa da relação complexidade com grau de domínio dos alunos após participarem da THA. (Autores, 2024)



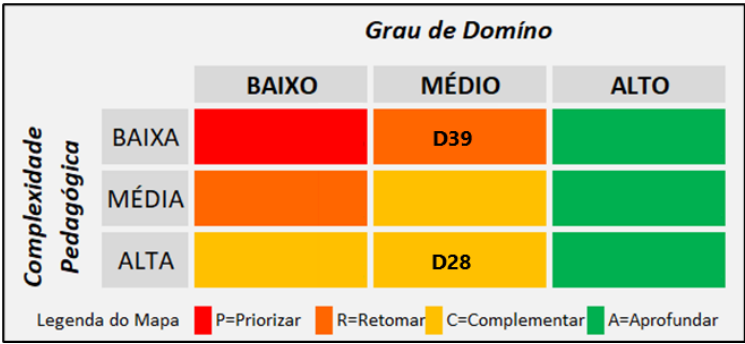
Os dados apresentados na Figura 4 evidenciam, de forma geral, o domínio dos descritores de trigonometria D28 e D3 avaliados no PAEBES, concatenando-os com os resultados obtidos na “Tarefa final” da THA, bem como permitem constatar a mobilização de conhecimento dos estudantes ao término do ciclo da Educação Básica, mesmo com um ano de aplicação do processo intervencionista.

Em síntese, esse grupo de alunos, que participaram do processo de intervenção com a THA em Trigonometria, se mantiveram no Grau de Domínio alto e, conseqüentemente, a indicação para eles é de aprofundamento para utilizar as razões trigonométricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas e para corresponder uma função trigonométrica a seu gráfico.

Ainda, os resultados desse grupo de alunos afetaram de forma positiva os resultados da escola em relação ao objeto de conhecimento em estudo. Na plataforma de coleta de dados, ao fazer o filtro por escola com os descritores de trigonometria avaliados no PAEBES em 2022, foi possível elaborar o mapa com o avanço ao relacionar o grau de complexidade pedagógica com o grau de domínio, conforme mostra a Figura5.

Figura 5

Mapa da relação complexidade pedagógica e grau de domínio no PAEBES após aplicação da intervenção (escola). (Autores, 2024)



A Figura 5 apresenta o resultado da escola acerca da Trigonometria após o processo intervencionista. Ao compará-lo com o resultado anterior retratado na Figura 3, no qual foi um dos propulsores para o planejamento e a aplicação de um processo intervencionista por meio de uma THA, observa-se um avanço no rendimento dos estudantes acerca desse objeto de conhecimento. Nessa comparação, os descritores D28 e D39 mudaram para o grau de domínio

médio com a aplicação da THA em Trigonometria; antes, ambos estavam com grau de domínio baixo. Os dois outros descritores relativos a conhecimentos trigonométricos não foram avaliados na edição do PAEBES 2022.

CONCLUSÃO

Nas Avaliações de Larga Escala têm diversas funções na gestão e nas políticas públicas educacionais, são utilizadas por instituições de ensino, órgãos governamentais, instituições não governamentais nacionais e internacionais, bem como por professores e pesquisadores e outros profissionais por fornecer indicadores da qualidade e efetividade do ensino.

O acesso público aos resultados dessas avaliações tem sido para os pesquisadores, em especial na área da Educação Matemática, fontes documentais relevantes, com a finalidade de justificar suas pesquisas, inclusive servindo de apoio para proposições de intervenções e comparação de resultados.

O primeiro autor, com orientação da segunda autora, utilizando-se desses dados de acesso livre, desenvolveu um estudo de doutoramento tendo como objeto matemático e de aprendizagem a trigonometria, devidamente justificado, bem como comparando os resultados alcançados.

Os resultados dessa investigação de doutoramento ressaltaram um importante avanço no desempenho dos alunos em avaliação externa do PAEBES em 2022. Ao comparar os resultados dos alunos na avaliação do PAEBES do ano de 2021 com os resultados da pesquisa, observa-se indicadores percentuais de domínio em trigonometria entre 10,38% e 29,20%, porém obtiveram 72% a 100% após a aplicação da THA.

O cenário de sucesso, com melhoria de desempenho nos indicadores via o processo intervencionista, era pressuposto da pesquisa. Acerca da confirmação da hipótese, mesmo se referindo a uma pesquisa envolvendo pessoas, há fatores que proporcionaram um aceitável nível de controlabilidade por parte dos pesquisadores envolvidos, a saber: conjunto de tarefas; software de manipulação geométrica; maquetes; questionamentos dos protocolos de pesquisa; as ações do pesquisador em conformidade com a teoria. Tal controlabilidade nos procedimentos e instrumentos de pesquisas são necessárias e precisam seguir rigorosamente os preceitos relacionados ao aporte teórico e metodológico, visto que sob o escopo das teorias escolhidas ocorrerá maior ou menor intervenção do pesquisador.

Nesse contexto, Martins e Lobo da Costa (2024) enfatizaram a importância das investigações qualitativas na área da Educação Matemática,

bem como expuseram quesitos de confiabilidade e validade do processo metodológico empenhados na pesquisa de doutoramento, na qual destacaram que no que se refere a pesquisas qualitativas, é preciso evidenciar as contingências e os procedimentos por meio dos quais elas foram mitigadas.

Assim, o presente estudo, metodologicamente de cunho misto, explorou os dados abertos da avaliação do PAEBES aplicada no final de 2022, identificando para cada aluno participante da intervenção pedagógica (THA) os descritores de seus testes; a quantidade de questões por descritor e sua assertividade.

Na avaliação de larga escala PAEBES foram identificados dois descritores relacionados a conhecimentos trigonométricos: D39) Utilizar razões trigonométricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas; e D28) Corresponder uma função trigonométrica a seu gráfico.

Diante da ausência dos descritores D40 e D29 na Avaliação do PAEBES em 2023, tornou-se inexequível conceber análises acerca da mobilização de conhecimentos desses alunos em avaliações externas após a aplicação de uma THA. Por vez, considerando os resultados obtidos na pesquisa de doutoramento e comparando-os com os resultados de outros descritores, provavelmente os alunos obtiveram avanços na proficiência acerca dos conceitos de Lei dos Senos e Lei dos Cossenos e do conjunto de solução de uma equação trigonométrica.

De acordo com os resultados apresentados, ficou evidente que, aleatoriamente, cada aluno respondeu um único descritor, podendo ter resolvido um ou dois problemas envolvendo trigonometria, do total de questões da avaliação. Diante dessa análise, ao compararmos os resultados de todos os testes PAEBES antes da intervenção, os resultados da tarefa final da intervenção e o PAEBES após a intervenção, observou-se:

- Quanto à mobilização de conhecimentos dos alunos sobre como “utilizar razões trigonométricas em um triângulo retângulo na resolução de problemas” (D39), houve 71,43% de acertos;
- Houve redução de 16,9 pontos percentuais em comparação com os resultados da tese em D39. Porém, ao comparar os resultados do PAEBES divulgados em 2021 e 2023, constatou-se o crescimento de 29,2% para 71,43%, ou seja, 42,23 pontos percentuais de aumento;

- Acerca do descritor “Corresponder uma função trigonométrica a seu gráfico” (D28), observou-se 86% de acertos na resolução dos problemas propostos na pesquisa de doutoramento; e
- Ao comparar os resultados do Descritor D28 da pesquisa com os resultados do PAEBES divulgados no ano de 2023, observou-se a redução de seis pontos percentuais. Por sua vez, ao comparar com a edição de 2021, o crescimento foi de 22,88% para 80% nessas duas edições em análise, demonstrando um aumento de 57,12 pontos percentuais.

Pode-se, assim, inferir que mesmo após um ano da aplicação da THA, os estudantes conseguiram mobilizar conhecimentos trigonométricos na avaliação estadual dos alunos da terceira série do Ensino Médio.

A Trajetória Hipotética de Aprendizagem em Trigonometria viabilizou o percurso de construção de conhecimento ao longo do processo intervencionista realizado na escola e contribuiu para o alcance de resultados positivos pelo grupo de estudantes participantes da pesquisa e pela escola como um todo.

Como resultado, os alunos participantes do processo intervencionista via THA em Trigonometria obtiveram grau de domínio alto para os descritores de trigonometria e, de modo geral, esses estudantes elevaram os indicadores da escola acerca desse objeto de conhecimento. Com isso, evidenciaram a THA como instrumento eficiente, pois produziram resultados positivos ao longo da sua aplicação em sala de aula e em avaliações externas, mesmo após prolongado período.

Acerca dos resultados da escola e aplicando a Teoria de Resposta ao Item (TRI), que relacionaram outras habilidades matemáticas dos estudantes ao longo do desenvolvimento da avaliação em si, pode-se afirmar que esses resultados conseguiram alavancar os resultados da escola no grau de domínio em ambos os descritores (D39 e D28), no qual os estudantes saíram do grau de domínio baixo e foram para o médio.

Assim, no que se refere ao primeiro conhecimento, ficou evidente que os alunos conseguiram mobilizar os conhecimentos trigonométricos curriculares do estado do Espírito Santo, entre eles, a trigonometria no triângulo retângulo e as funções trigonométricas.

O grau de domínio alcançado pelos alunos participantes da pesquisa mudou do baixo para o avançado, porém a escola, de forma geral, ficou na denominação média, apesar de ter havido o avanço.

Assim, conforme o exposto, este estudo alcançou seu objetivo, qual seja: identificar os conhecimentos trigonométricos mobilizados por um grupo de estudantes em avaliações de larga escala do Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES) após terem participado de uma THA em trigonometria.

Contudo, para além desse objetivo alcançado enfatizamos, como pesquisadores na Educação Matemática, a importância da continuidade de pesquisas que busquem compreender de fato os impactos das intervenções pedagógicas realizadas em sala de aula a longo prazo.

Outrossim, devido à ausência de questões envolvendo dois descritores de trigonometria na avaliação do PABES 2022 - após a aplicação da intervenção pedagógica (THA), ficou inatingível mensurar os resultados acerca dos conhecimentos mobilizados pelos alunos sobre a Lei dos Senos e Cossenos (Descritor D40), bem como o conjunto de soluções de uma equação trigonométrica (Descritor D29). Porém, considerando os resultados no PAEBES antes da intervenção, os dados da intervenção e os resultados dos PAEBES após a intervenção, é provável que os estudantes obtivessem um resultado semelhante ao dos demais descritores analisados na avaliação.

Neste estudo também enfatizamos, em especial para os pesquisadores da área da Educação Matemática que desenvolvem pesquisas qualitativas e mistas, a importância de fazer uma descrição detalhada dos métodos qualitativos, principalmente nas descrições das contingências e como elas foram adequadas na pesquisa. Tais detalhes precisam ser pertinentes e ressaltarem a validação e a confiabilidade do método.

Por fim, descrevemos caminhos para continuar às pesquisas e os estudos em si, que muitas vezes, quando finalizados, são postados nos repositórios e como uma folha na gaveta permanecem lá esquecidos. Contudo, há uma esperança de se retomar ao mesmo instrumento justificante do estudo principal e que, de alguma forma, tenha apresentado resultados para confrontar novamente os resultados analisados.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. *This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Finance Code 001.*

CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

LM e NMLC conceberam a pesquisa apresentada e planejaram o percurso metodológico. LM redigiu o documento, NMLC realizou revisões. LM realizou a organização e o tratamento dos dados. LM e NMLC analisaram e discutiram os dados, bem como, aprovaram a versão final.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pelo autor correspondente, LM, mediante solicitação razoável.

REFERÊNCIAS

CAEd Digital (2022). *Matrizes de Referências*.

<https://prototipos.caeddigital.net>.

Espírito Santo. Secretaria de Estado da Educação (2023). *Intervenção: avaliação de monitoramento da aprendizagem (AMA)*.

<https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/wp-content/uploads/2023/05/Atividades-por-descritor-Matematica-Ensino-Fundamental-9o-ANO.pdf>.

Espírito Santo (estado). (2021) Secretaria de Estado da Educação. *Paebes*.

<https://sedu.es.gov.br/paebes>.

Gil, A. C. (2008) *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. Atlas.

Hojas, V. F., & Manfio, A. (2015). Educação de qualidade: concepções da equipe de gestão e de docentes acerca da organização do trabalho na escola e da avaliação em larga escala. *Educação Em Revista*,

15(01). <https://doi.org/10.36311/2236-5192.2014.v15n01.4744>

Martins, L. (2023). *Trajetória Hipotética de Aprendizagem em Trigonometria: conhecimentos mobilizados por um grupo de estudantes*. (243 f). Tese, Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

<https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/61999>.

Martins, L; Lobo da Costa, N. M. (2021a). O que revelam os resultados do programa de avaliação trimestral da educação básica do espírito santo

sobre a aprendizagem de trigonometria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 15(35).

https://www.clame.org.mx/documentos/alme34_2.pdf

Martins, L; Lobo da Costa, N. M. (2021b). O papel da Trajetória Hipotética de Aprendizagem em pesquisas: uma revisão bibliométrica. 2021b. In: *3º Seminário de Pesquisa e Pós-Graduação Stricto Sensu*.

Pereira, L. A. (2015). *PAEBES: modos, formas e diálogos a partir dos usos dos resultados em Língua Portuguesa da avaliação externa estadual no município de Cariacica-ES*. (233 f.) Dissertação, Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

<http://repositorio.ufes.br/handle/10/8635>.

Rodrigues, E. B; Bisognin, E; Bisognin, V. (2019). Uma Trajetória de Aprendizagem para compreensão do Conceito de Comprimento de Curva. 21(3). *Acta Scientiae*.

<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/5030>.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*. 26(2). <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.26.2.0114>.

Simon, M. A. (1997). *Developing new model of Mathematics Teaching: An Imperative for research on mathematics teacher development*. In: Fenema, E.; Nelson, B. S (Orgs). *Mathematics Teachers in Transition*. Routledge.

Tavares, A. V. (2012). *Avaliação de Larga Escala: resultados e tomada de decisão*. Dissertação. Psicologia da Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/16037>.

Werle, F. O. C. (2011). Políticas de avaliação em larga escala na educação básica: do controle de resultados à intervenção nos processos de operacionalização do ensino. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*. 19(73).

<https://www.scielo.br/j/ensaio/a/KnxbVPCbHDBHKzHXwh66vkz>.

