ISSN: 2178-7727

DOI: 10.17648/acta.scientiae.8208

A Base Filosófico-Científica sobre a qual ocorreu a Educação Matemática do Jovem Husserl

Fredy Enrique González [a]

María Aparecida Viggiani Bicudo [b]

[a] Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, Campus Morro do Cruzeiro, Minas Gerais, Brasil

[b] Universidade Estadual Paulista – UNESP, Câmpus de Rio Claro; São Paulo, Brasil

> Quase um século após a publicação da obra-prima de Husserl, Logische Untersuchungen, e mais de meio século após a morte de Husserl, ainda se sabe relativamente pouco sobre suas preocupações com a lógica, a matemática e o conhecimento matemático. Embora o doutorado de Husserl tenha sido em matemática, tendo sido aluno de Kronecker e depois aluno e assistente de Weierstraß, e, além disso, embora a tese de sua cátedra (venia legendi) e seu primeiro grande trabalho, Philosophie der Arithmetik, tenham sido ambos dedicados a problemas relacionados à natureza da matemática, muito poucos estudiosos nos círculos analíticos anglo-americanos se interessaram em aprender o que Husserl tinha a dizer sobre problemas relacionados à filosofia e às fundações da matemática. (Haddock, 2012, p. 91) (tradução nossa)1

[1] Almost a century after the publication of Husserl's opus magnum, Logische Untersuchungen and more than half a century after Husserl's death relatively little is known about Husserl's concerns with logic, mathematics and mathematical knowledge. Although Husserl's doctor degree was in mathematics, having been a student of Kronecker, and a student and later assistant to Weierstraß, and, moreover, although his professorship's thesis (venia legendi) and his first major work, Philosophie der Arithmetik, were both devoted to problems related to the nature of mathematics, very few scholars in the Angloamerican analytic circles have been interested in learning what Husserl had to say on problems related to the philosophy and foundations of mathematics (Haddock, 2012, p. 91)

Corresponding author: Fredy Enrique González. Email: fredygonzalezdem@gmail.com

(Haddock, 2012, p. 91)

RESUMO

Contexto: A pesquisa se insere no campo da Filosofia, visando expor o estudo filosófico-matemático realizado pelo jovem Husserl. **Objetivo:** Analisar o ambiente filosófico-científico-matemático em que ocorreram seus estudos iniciais em Matemática. **Justificativa**: A importância desse estudo jaz no modo pelo qual Husserl tem sido conhecido eminentemente como filósofo fundador da Filosofia fenomenológica, embora ao longo de toda sua trajetória acadêmica sempre tenha se ocupado também com Matemática, dedicando-se ao pensar criticamente sobre a produção dessa ciência e de sua importância na constituição da ciência europeia contemporânea. **Metodologia:** Estudo teórico. *Ambiente e Participantes*: Estudo bibliográfico de Husserl, fundador da Filosofia fenomenológica. *Coleta e Análise de Dados:* A coleta de dados se deu pelo estudo bibliográfico. **Resultados**: São enfatizados o rigor da formação matemática, científica e filosófica de Husserl, compreendida mediante: (a) participação no curso ministrado por Weierstrass; (b) o trabalho para seu Doutorado, no qual fez contribuições teóricas ao Cálculo de Variações; (c) o trabalho com o qual conseguiu sua Habilitação como professor de universidade, onde fez uma análise psicológica do conceito de número. Esse estudo constituiu o prelúdio de sua Filosofia da Aritmética, em que aprofundou suas reflexões sobre número e iniciou sua caminhada pelos meandros da Filosofia e da Fenomenologia sobre Matemática e Lógica, que desenvolve nas suas Investigações Lógicas, bem como em estudos posteriores. Nas **Considerações Finais** deste estudo é destacada a ausência da menção do nome de Edmund Husserl em importantes e conhecidos textos de História da Matemática, embora tivesse produzido estudos significativos no âmbito da própria Matemática.

Palavras-chave: Análise Matemática; Aritmetização da Matemática; Crise dos Fundamentos da Matemática; Karl Weierstrass; George Cantor.

The Philosophical-Scientific Ground on Which Young Husserl's Mathematical Education Took Place

ABSTRACT

Context: This research is situated within the field of Philosophy, aiming to highlight the philosophical-mathematical study carried out by the young Husserl. **Objective:** To analyze the philosophical-scientific-mathematical environment in which his initial studies in Mathematics took place. **Justification:** The importance of this study lies in the way Husserl has been recognized as the founding philosopher of Phenomenological Philosophy. Throughout his academic trajectory, he consistently engaged with Mathematics, dedicating himself to critically reflecting on the production of this science and its significance in the constitution of contemporary European science. **Methodology:** Theoretical study. *Setting and Participants*: Bibliographical study of Husserl, the founder of Phenomenological Philosophy. *Data Collection and Analysis*: Data collection was carried out through bibliographical research. **Results:** The rigor of Husserl's mathematical, scientific, and philosophical education is emphasized, understood through: (a) his participation in the course taught by Weierstrass; (b) his doctoral work, in which he made theoretical contributions to the Calculus of Variations; (c) the work through which he achieved his *Habilitation* as a university professor, where he conducted a psychological analysis of the concept of number. This study constituted the prelude to his Philosophy of Arithmetic, in which he deepened his reflections on number and began his journey through the intricacies of Philosophy and Phenomenology concerning Mathematics and Logic, which he further developed in his Logical Investigations as well as in subsequent studies. This study highlights the absence of references to Edmund Husserl's name in important and well-known texts on the History of Mathematics, despite his significant contributions within the field of Mathematics itself.

Keywords: Mathematical analysis; arithmetization of mathematics; crisis of the foundations of mathematics; Karl Weierstrass; George Cantor.

La Base Filosófico-Científica sobre la cual se produjo la Educación Matemática del joven Husserl

RESUMEN

Contexto: Esta investigación se sitúa dentro del campo de la filosofía, con el objetivo de destacar el estudio filosófico-matemático realizado por el joven Husserl. **Objetivo**: Analizar el entorno filosófico-científico-matemático en el que se desarrollaron sus estudios iniciales en Matemáticas. **Justificación:** La importancia de este estudio radica en el modo en que Husserl ha sido reconocido como el filósofo fundador de la filosofía fenomenológica. Durante su trayectoria académica, se ha dedicado de forma constante a las matemáticas, dedicándose a reflexionar críticamente sobre la producción de esta ciencia y su importancia en la constitución de la ciencia europea contemporánea. **Metodología**: Estudio teórico. *Diseño y participantes*: Estudio bibliográfico de Husserl, fundador de la filosofía fenomenológica. *Recogida y análisis de datos*: La recogida de datos se llevó a cabo mediante una investigación bibliográfica. **Resultados**: Se destaca el rigor de la educación matemática, científica y filosófica de Husserl, que se comprende a través de: (a) su participación en el curso impartido por Weierstrass; (b) su trabajo de doctorado, en el que hizo contribuciones teóricas al cálculo de las variaciones; (c) el trabajo a través del cual logró su habilitación como profesor universitario, donde realizó un análisis psicológico del concepto de número. Este estudio constituyó el preludio de su Filosofía de la aritmética, en la que profundizó sus reflexiones sobre el número y comenzó su viaje a través de las

complejidades de la filosofía y la fenomenología con respecto a las matemáticas y la lógica, que desarrolló en sus Investigaciones lógicas y en estudios posteriores. Este estudio destaca la ausencia de referencias al nombre de Edmund Husserl en textos importantes y conocidos sobre la historia de las matemáticas, a pesar de sus significativas contribuciones dentro del campo de las matemáticas.

Palabras clave*:* Análisis Matemático. Aritmetización de las Matemáticas. Crisis de los Fundamentos de la Matemática. Karl Weierstrass. George Cantor.

INTRODUÇÃO

Passada mais de uma década, as afirmações de Haddock, expostas na epígrafe acima, mantém sua vigência; por isso, realizamos essa pesquisa sobre os estudos realizados por Husserl (1859-1938)[2], destacando sua formação em Matemática. Ele tem sido mais conhecido por seus trabalhos realizados no âmbito da filosofia fenomenológica, à medida que foca temas como conhecimento, lógica, linguagem, intersubjetividade, empatia, consciência interna do tempo, história e historicidade, mundo-da-vida (*Lebenswelt*). Entendemos que a formação matemática de Husserl é importante e que ele teve uma participação significativa no processo de Aritmetização da Matemática. Mais do que isso, essa formação plasma as características de seus procedimentos de investigação, tanto no âmbito da própria Matemática, como naquele da Filosofia Fenomenológica.

Destacaremos, na formação do jovem Husserl, sua preocupação com temas concernentes à crise dos fundamentos da Matemática que o conduzia, desde o início, a pensar para além dos objetos próprios dessa ciência, na medida em que, por exemplo, buscava compreender a *origem do número*. Seu olhar investigador já iluminava um horizonte em que o fazer do filósofo estava presente, uma vez que não se omitiu a uma reflexão filosófica a respeito dessa origem (Bicudo, 2020).

A pesquisa aqui apresentada abrange desde o período em que Husserl inicia seus estudos em Leipzig (1876) e em Berlim (1878), até a publicação, em 1900/1901, na Universidade de Halle, da sua obra *Investigações Lógicas (Logische Untersuchungen)*, que se dá após o lançamento de outras duas de suas obras seminais: *Sobre O Conceito de Número: Análise Psicológica (Über den Begriff der Zahl. Psychologische Analysen*, Husserl, 1887/1981) e

---

[2] Alguns dados biográficos de Husserl podem ser examinados em: https://www.igt.psc.br/Aulas/Fenomenologia/EDMUND%20HUSSERL.htm

Filosofia da Aritmética: Estudos Psicológicos e Lógicos (*Philosophie der Arithmetik. Psychologische und Logische Untersuchungen*, Husserl, 1891/2003). Procedemos, realizando uma pesquisa documental e bibliográfica, baseada em traduções para os idiomas: Inglês, Português ou Espanhol de obras originais de Husserl e em outros materiais, tais como: artigos, livros, capítulos de livros e enciclopédias, que permitiram obter uma visada ampla dos estudos matemáticos de Husserl.

Essas leituras possibilitaram destacar suas contribuições para o esclarecimento do conceito de número, tema crucial no processo da *Aritmetização da Matemática*, um movimento que afirmava que a Matemática não deveria continuar se baseando em noções geométricas, mas no conceito de número. Tratou-se de um movimento migratório "da era da intuição para a era das demonstrações precisas fundamentadas na aritmética" (Magossi, 2020, p. 49) e em que Klein reconhece a liderança predominante de Weierstrass[3] (Klein, 1895/1896). Assim, ao escolher a frase *Aritmetização da Matemática*, Felix Klein dá destaque ao pensamento de Weierstrass que "está presente em suas demonstrações via epsilons ($\varepsilon's$) e deltas ($\delta's$). Isso se opõe àquelas demonstrações caracterizadas pela intuição geométrica [...]" (Magossi, 2020, p. 51).

Fundar a Matemática sobre bases aritméticas, como assumido por Weierstrass, constitui a culminância de um processo muito antigo, como ilustra Miller (1925), ao elaborar argumentações matemáticas, usando proposições expressas em uma linguagem matemática, composta só com números naturais e propriedades das operações passíveis de serem efetuadas com esses números. Indo nessa direção, Husserl, em seus textos de 1887/1981 e 1891/2003, desenvolveu suas ideias sobre o número em particular e sobre a Matemática, em geral, pautado em sua compreensão das ideias expostas por seus mestres matemáticos e filósofos, que se presentificam nos procedimentos

[3] ***Karl Wilhelm Theodor Weierstrass***, Matemático alemão, nascido em 1815 e falecido em 1897, é considerado como o pai da análise moderna. A sua vida foi marcada pelas consequências do conflito resultante das intenções de seu pai, pretendendo que seguisse uma carreira no funcionalismo público, que chocavam com a sua paixão pela matemática. Professor de um colégio secundário, afastado dos centros da matemática, só com 40 anos iniciou uma carreira universitária como reconhecimento pela qualidade extraordinária dos trabalhos que, entretanto, publicara. Dotado de um pensamento extremamente rigoroso, dedica-se fundamentalmente à teoria das funções. É sua a descoberta de uma função contínua sem derivada em qualquer ponto, que contrariava a intuição da altura, bem como a demonstração de que os números complexos são a única extensão algébrica comutativa dos reais, resultado a que Gauss se havia infrutiferamente proposto. Perseguido, desde 1850, por graves problemas de saúde, Weierstrass publicou muito pouco, sendo muitas das obras a ele atribuídas resultados de notas dos seus alunos. https://www.infopedia.pt/artigos/$karl-weierstrass

desenvolvidos, ao longo de sua vida, caracterizados pelo rigor e pelo pensar claro.

A vida académica do Jovem Husserl parece ter sido uma verdadeira peregrinação; assim diz Vargas (2018):

> Durante sua peregrinação acadêmica, Husserl frequentou as universidades de Leipzig (WS 1876-WS 1877), Berlim (SS 1878-WS 1880-1) e Viena (SS 1881-WS 1881-2). Embora a maioria dos estudos de Husserl foram dedicados à matemática e ciências (entre outros com Karl Weierstrass e Leopold Kronecker, os semideuses da matemática contemporânea), ele também frequentou cursos de filosofia ministrados por Wilhem Wundt em Leipzig, bem como por Johann Eduard Erdmann, Moritz Lazarus e Friedrich Paulsen em Berlim. Vale ressaltar um estranho padrão em seus estudos que parece sugerir que ele estava lutando para encontrar sua verdadeira vocação: durante os dois últimos semestres, Husserl se voltou para o estudo da filosofia, dedicando todo o segundo ao último semestre exclusivamente à filosofia e se inscrevendo para uma série de cursos de filosofia com Paulsen em seu último semestre. Isto, no entanto, não imediatamente resultou em uma mudança de interesse principal de Husserl, porque a razão para sua mudança para Viena foi para obter um doutorado em matemática, que ele completou entre novembro de 1882 e janeiro de 1883. Sua dissertação de doutorado altamente técnica não publicada, apresentada em junho de 1882, é intitulado *BeitTräge zur Theorie der Variationsrechnung (Contribuições para o cálculo das variações).* Husserl forneceu provas simplificadas para teoremas sobre a extrema das funções integrais, que, no entanto, logo se tornou obsoleto devido a resultados mais abrangentes. O jovem médico passou o semestre seguinte nos círculos matemáticos de Berlim (ao contrário de um equívoco popular, Husserl não serviu como assistente formal de Weierstrass), e posteriormente se voluntariou no corpo de serviço do exército austro-húngaro. (Varga, 2018, p. 108). (tradução livre dos autores)[4]

[4] During his academic peregrination, Husserl attended the universities of Leipzig (WS 1876–WS 1877), Berlin (SS 1878–WS 1880–1), and Vienna (SS 1881–WS 1881–2). Even though the majority Husserl's studies were dedicated to mathematics

Como pode ser apreciado no exposto por Vargas (ob. cit.), antes de dedicar-se completamente à Filosofia, o interesse acadêmico de Husserl estava voltado para a Matemática, ciência esta que estudou sob a orientação de grandes matemáticos como foram Karl Weierstrass e Leopold Kronecker.

De fato, pensando que uma dissertação em Austria seria melhor para ele garantir uma melhor posição acadêmica depois, para realizar seu doutoramento, em 1881, Husserl viajou para Viena onde, tendo como orientador Leo Königsberger, antigo aluno de Weierstrass, desenvolveu sua tese intitulada *Contribuições ao Cálculo de Variações*. Esse tema fazia parte de uma das disciplinas que estudou nos cursos ministrados por Weierstrass. Este matemático exerceu uma notável influência sobre Husserl; que, tão logo obteve aprovação em seu trabalho doutoral, voltou para Berlim "para ajudar Weierstrass no curso sobre Funções Abelianas em 1883-1884" (Hartimo, 2006, p. 322)[5] e, assim, com ele, continuou estudando a Teoria dessas funções.

A formação matemática de Husserl concretizou-se no âmbito da denominada "Crise dos Fundamentos da Matemática", na qual o seu Mestre Weierstrass desempenhou um papel muito destacado. Assim, em seu trabalho *Sobre o Conceito de Número*, realizou uma análise a respeito dos fundamentos psicológicos do conceito de número. Este trabalho serviu de pilar para outro, ainda mais profundo, intitulado *Filosofia da Aritmética (FdaA)*. Nesta obra, adentrando-se pelas bases epistemológicas da Matemática, oferece uma interpretação acerca da natureza dos números e das relações que se podem estabelecer entre eles; além disso, afirma Bello (2022), em *FdaA*, Husserl dá continuidade às ideias sobre o número que ele desenvolveu em *Sobre o conceito de número*; indicando que "a génese de número deve ser encontrada em uma conexão coletiva" (Bello, 2022, p. 31); também, em acordo com essa autora, na

---

and sciences (inter alia with Karl Weierstraß and Leopold Kronecker, the demigods of contemporaneous mathematics), he also attended philosophy courses given by Wilhem Wundt in Leipzig, as well as by Johann Eduard Erdmann, Moritz Lazarus, and Friedrich Paulsen in Berlin. It is worth highlighting a strange pattern in his studies that seems to suggest he was struggling to find his true vocation: during the last two semesters, Husserl turned to the study of philosophy, dedicating the whole of the second to last semester exclusively to philosophy and registering for a number of philosophy courses with Paulsen in his final semester.2 This, however, did not immediately result in a change of Husserl's main interest, because the reason for his move to Vienna was to obtain a doctoral degree in mathematics, which he completed between November 1882 and January 1883. His highly technical unpublished doctoral dissertation, submitted in June 1882, is entitled Beiträge zur Theorie der Variationsrechnung (Contributions to the Calculus of Variations). Husserl provided simplified proofs for theorems on the extrema of integral functions, which, however, soon became obsolete due to more encompassing results. The young doctor spent the next semester in the mathematical circles of Berlin (contrary to a popular misconception, Husserl did not serve as a formal assistant of Weierstraß), and subsequently volunteered in the Austro-Hungarian army service corps. (VARGA, 2018, p. 144-145).

[5] "Husserl returned to Berlin soon thereafter to assist Weierstrass with the course on Abelian functions in 1883–1884"

polémica que Husserl desenvolveu em *FdaA* contra as críticas de Frege, é possível perceber as influências de Weierstrass e de Cantor no seu pensamento.

Infere-se, assim, que a formação matemática de Husserl é bastante sólida; pois, além de ter tido como mestres Kronecker e Weierstrass, foi colega e amigo de Cantor, quando esteve na Universidade de Halle, integrando, inclusive, o Círculo de Hilbert, na Universidade de Göttingen, onde permaneceu como professor durante quinze anos. É dessa época a informação segundo a qual Zermelo compartilhou com Husserl sua descoberta do chamado *Paradoxo de Zermelo-Russell* (Fonseca e Silva, 2019), tal como pode ser examinado em Haddock (2012) e confirmado em Ierna (2016). Haddock assim se expressa:

> [...] isso não significa que ele desconhecesse os paradoxos da teoria dos conjuntos. Já em 16 de abril de 1902, Zermelo comunicou a Husserl o chamado Paradoxo de Russell – que Zermelo havia descoberto antes de Russell – e eles permaneceram muito próximos durante sua estadia em Göttingen. (Haddock, 2012, p. 241)[6] (Tradução nossa).

Nessa época, também tomou conhecimento de obras de importantes matemáticos, com destaque para Bernard Bolzano[7]. Sua aproximação com as ideias de Bolzano deu-se por três rotas: (a) as aulas de Weierstrass; (b) as discussões de Brentano sobre *Os Paradoxos do Infinito* (Bolzano, 1991); e (c) suas conversas com Cantor. É possível, porém, que Husserl tinha tido contato com o pensamento de Bolzano também por meio de outras fontes, como por exemplo, sua leitura do artigo de Stolz (1881), abordando as contribuições

[6] [...] that does not mean that he was unaware of the paradoxes of set theory. Already on April 16, 1902, Zermelo communicated Husserl the so-called Russell Paradox - which Zermelo had discovered before Russell - and they remained very near during their stay in Göttingen. (Haddock, 2012, p. 241)

[7] ***Berndard Bolzano*** (1781 – 1848) foi um matemático, lógico e filósofo checo, considerado como "uma das figuras mais importantes do pensamento ocidental moderno" (Wang; Wang, 2022, p. 85). Seus interesses intelectuais foram muito amplos, incluindo Teologia, Filosofia e Matemática, destacando-se, notavelmente, em cada uma dessas áreas, produzindo importantes obras teológicas, filosóficas e matemáticas; assim, por exemplo: em Teologia, publicou Science of Religion (1834); em Filosofia, escreveu Theory of Science (1837), obra composta por cinco volumes e um manual nos quais desenvolveu novas bases teóricas e conceituais para a Lógica; em Matemática, produziu sua Theory of Quantities, uma grande obra que infelizmente não conseguiu concluir. A imensa contribuição filosófica de Bolzano está composta dos seguintes cinco volumes: Theory of Foundations, Theory of Elements, Theory of Knowledge, The Art of Discovery (Heuristics), e Theory of Science.

desse matemático com relação à história do Cálculo Infinitesimal. Nesse artigo, Stolz trata principalmente de aspectos técnicos.

Em uma perspectiva estritamente matemática, o contato de Husserl com as ideias de Bolzano, deu-se durante seus estudos com Weierstrass que, em seus cursos, tratava da *convergência das sequências numéricas infinitas*. Bolzano tinha demonstrado que toda sequência limitada de números reais contém uma subsequência convergente. Esse resultado foi, posteriormente, demonstrado de maneira independente por Weierstrass e; na atualidade, é conhecido como Teorema de Bolzano-Weierstrass. Outra rota para o encontro de Husserl com Bolzano foi aberta pelos seminários sobre *Psicologia Descritiva*, ministrados por Franz Brentano[8], e, frequentados por Husserl no período de 1884 a 1886, após ter concluído seus estudos universitários. Nesse momento, Husserl não estava muito interessado pela Filosofia. Aproximou-se de Brentano por sugestão de seu amigo Masaryk (Schuhmann, 1988), que tinha sido aluno de Brentano (cf. Farber, 1940, p. 238). Essa aproximação aconteceu, primeiro por simples curiosidade e, em seguida, com verdadeiro entusiasmo. Em um dos seminários frequentados por Husserl, Brentano discutiu o livro de Bolzano intitulado *Os Paradoxos do Infinito*.

À medida que se adentra pelos seus estudos em Matemática e outros relacionados com assuntos filosóficos, Husserl vivencia a dúvida entre manter-se como matemático ou seguir pela filosofia. Ao estudar com Brentano, deu-se conta de que o raciocínio e a argumentação desse professor eram expressos com grande rigor, à semelhança do que ele admirava nos procedimentos seguidos por Weierstrass. Compreendeu, então, que a Filosofia podia ser tratada como uma ciência rigorosa, decidindo-se pela Filosofia, como afirmado por Farber (1968):

---

[8] ***Franz Clemens Brentano*** (1838-1917) é conhecido principalmente por seu trabalho em filosofia da psicologia, especialmente por ter introduzido a noção de intencionalidade à filosofia contemporânea. Ele fez contribuições importantes para muitos campos da filosofia, especialmente a filosofia da mente, metafísica e ontologia, ética, lógica, história da filosofia e teologia filosófica. Brentano foi fortemente influenciado por Aristóteles e pelos escolásticos, bem como pelos movimentos empiristas e positivistas do início do século XIX. Devido à sua abordagem introspeccionista de descrever a consciência a partir de um ponto de vista em primeira pessoa, por um lado, e seu estilo rigoroso, bem como sua alegação de que a filosofia deve ser feita com métodos exatos como as ciências naturais, Brentano é muitas vezes considerado um precursor tanto do movimento fenomenológico quanto da tradição da filosofia analítica. Um professor carismático, Brentano exerceu uma forte influência sobre o trabalho de Edmund Husserl, Alexius Meinong, Christian von Ehrenfels, Kasimir Twardowski, Carl Stumpf e Anton Marty, entre outros, e, assim, desempenhou um papel central no desenvolvimento filosófico da Europa Central no início do século XX. (Brentanto, Stanford Encyclopedia of Philosophy; https://plato.stanford.edu/entries/brentano/)

> Husserl relatou que não resistiu muito tempo ao poder de sua personalidade (se referindo a Brentano), apesar de todos os preconceitos. Foi a partir dessas palestras que ele ganhou a convicção de que a filosofia é um campo para o trabalho sério que pode ser tratado no espírito da ciência mais rigorosa, e isso levou-o a escolher a filosofia como trabalho principal de sua vida (Farber, 1968, p. 9) [9].

Já familiarizado com a obra de Bolzano, tanto nas aulas de Weierstrass quanto nas de Brentano, Husserl fez uma leitura mais cuidadosa desse autor entre os anos de 1894 e 1896, quando se aprofundou no estudo da *Theory of Science* (Bolzano, 1972/1837). A leitura realizada por Husserl do trabalho de Bolzano, de acordo com Lapointe (2012, p. 5), dá conta tanto de seus argumentos contra o psicologismo, quanto de sua concepção do papel da Lógica no âmbito da teoria do conhecimento, como pode ser visto na leitura de suas *Investigações Lógicas*. Nessa obra, Husserl desenvolveu seis pesquisas caracterizadas como *descritivo-psicológicas* e *epistemológicas* cujos assuntos são: (I) expressão e significado, (II) universais, (III) a ontologia formal das partes e dos todo, ou mereologia[10], (Contarato, 2022; Nunes, 2020a, 2020b) exposta em Investigações Lógicas III, intitulada, justamente, *"Zur Lehre von den Ganzen und Teilen" (Sobre a Teoria dos todos e das Partes)*, (IV) a *sintaxe* e a estrutura mereológica do significado, (V) a natureza e a estrutura da intencionalidade, e (VI) a inter-relação da verdade, intuição e cognição. Afastando-se do psicologismo, Husserl assumiu uma versão do platonismo[11],

---

[9] Husserl related that he did not long resist the power of his personality, despite all prejudices. It was from these lectures that he gained the conviction that philosophy is a field for earnest work which can be treated in the spirit of the most rigorous science, and this led him to choose philosophy as a lifework. (Farber, 1968, p. 9)

[10] A mereologia faz referência à distinção epistemológica *mais fundamental* da Fenomenologia de Husserl: a que existe entre o real e o ideal: essa noção é desenvolvida por Husserl, nos *Prolegômenos à Lógica Pura*.

[11] É recorrente o fato de que estudiosos de Husserl, que a ele se referem no âmbito de sua formação matemática e como matemático, mencionarem-no como platônico. Afirmam que tanto Platão quanto Husserl acreditam na objetividade e na universalidade das verdades matemáticas. Argumentam que, para ambos, as verdades matemáticas não são meramente convenções ou construções humanas, mas sim descobertas sobre a estrutura fundamental da realidade. Entretanto, cabe uma análise mais aprofundada a respeito dessas afirmações, adentrando pelos modos mediante os quais ambos os filósofos se referem à realidade das objetualidades matemáticas. Platão entende que as verdades matemáticas são objetivas e universais. Elas dizem da estrutura fundamental da realidade, para além do que se mostra na dimensão do mundo sensível. Husserl toma as objetualidades matemáticas como constituídas (na dimensão do sentido, percebido, apreendido e articulado pela consciência no âmbito do Leib) e produzidas (na dimensão da intersubjetividade, da historicidade do Lebenswelt e da objetivação possibilitada pela linguagem), como estruturas universais que se objetificam em idealidades. Não se tratam das ideias platônicas, mas de idealidades estruturadas, segundo propriedades, também delineadas nesse pensar e que formam constitutivamente esses objetos. Portanto, não são entidades geradas pela convenção humana. Também não são descobertas, como para Platão, da

derivada de suas interpretações das ideias de Bolzano e de Lotze (1817 - 1881), conforme o próprio Husserl explicita no seguinte excerto, inserido no prefácio que, em 1913, ele escreveu para uma segunda edição das Investigações Lógicas:

> Pela virada totalmente consciente e radical e pelo "platonismo" que a acompanha, devo dar crédito ao estudo da lógica de Lotze. Embora o próprio Lotze tenha ido pouco além [apontando] das absurdas inconsistências e do psicologismo, sua brilhante interpretação da doutrina das Ideias de Platão me deu meu primeiro grande insight e foi um fator determinante em todos os estudos posteriores. Lotze já falava de verdades em si e, assim, essa própria ideia sugeriu-se transferir a toda a matemática e uma maior parte do [mundo] tradicionalmente lógico para o reino do ideal (Husserl, 1913, p. 36) (tradução nossa)[12].

No primeiro livro de suas Investigações Lógicas, (Husserl, 2014), reconhecendo sua dívida com Bolzano, afirma:

> A comparação das presentes Investigações Lógicas com a obra de Bolzano ensinará que nestas não se trata absolutamente de meros comentários ou exposições de aperfeiçoamento crítico das construções de pensamento de Bolzano, não obstante de ter recebido dele influencias decisivas [...] (Husserl, 2014, p. 169)[13].

Depreende-se, dessa afirmação, que o acesso de Husserl às obras de Bolzano, especialmente à *Teoria das Ciências*, exerceu uma influência marcante sobre o seu pensamento. De acordo com Wang (2022), no Volume I

---

estrutura fundamental da realidade. São constituídas e produzidas pelos homens, existindo na historicidade do *Lebenswelt.*

[12] For the fully conscious and radical turn and for the accompanying "Platonism," I must credit the study of Lotze's logic. Little as Lotze himself had gone beyond [pointing out] absurd inconsis- tencies and beyond psychologism, still his brilliant interpretation of Plato's doctrine of Ideas gave me my first big insight and was a determining factor in all further studies. Lotze spoke already of truths in themselves, and so the idea suggested itself to transfer all of the mathematical and a major part of the traditionally logical [world] into the realm of the ideal. (Husserl, 1913, p. 36)

[13] The comparison of the present Logical Investigations with the work of Bolzano will teach that these are not at all mere comments or critical improvement exhibitions of the constructions of thought of Bolzano, despite having received decisive influences from him (Husserl, 2014, p. 169).

das Investigações Lógicas, quando apresenta os três propósitos dessa obra, Husserl também evidencia a influência do pensamento de Bolzano, uma vez que,

> A missão de Husserl e a tarefa de fornecer uma lógica pura são as mesmas que a visão de Bolzano sobre a lógica como "as regras do pensamento" ou "as regras da verdade em si mesma", ou seja, a lógica pura é diferente da "tecnologia" ou "a arte da descoberta" como prática científica. A primeiro pertence à "lógica geral" em sentido estrito, enquanto a última é considerada "lógica especial" em sentido amplo; trata-se da lógica aplicada de ciências específicas. (Wang; 2022, p. 86) (tradução nossa)[14] .

Entretanto, mesmo que Husserl tenha assumido a Filosofia como seu projeto de vida, até sua morte manteve-se conectado às questões da Matemática. Porém, de acordo com Haddock (2012), a respeito desse assunto, há distorções historiográficas ou de conteúdo, além disso

> [...] alguns dos poucos estudiosos nos círculos analíticos que ousaram mencionar Husserl ao discutir problemas de alguma forma relacionados aos fundamentos da Matemática cometeram distorções historiográficas – por exemplo, sobre a relação entre as visões de Husserl e as de Frege – ou distorções de conteúdo. (Haddock, 2012, p. 91) (tradução nossa)[15].

Tanto é assim que, segundo Centrone (2017), para obter uma versão mais completa da visão de Husserl sobre a Matemática, além do estudo de suas obras chave, como são *Filosofia da Aritmética* e *Investigações Lógicas*, é necessário fazer uma imersão profunda em outros de seus muitos textos, onde ele faz referência aos trabalhos de outros matemáticos. Nos ensaios sobre a *Lógica e a Filosofia da Matemática,* Centrone examina as relações entre as visões de Husserl e as de Leibniz, Grassman, Boole, Schröder, Brentano,

---

[14] Husserl's mission and task of giving pure logic is the same as Bolzano's view of logic as "the rules of thought" or "the rules of truth in itself", that is, pure logic is different from "technology" or "the art of discovery" as scientific practice. The former belongs to "general logic" in a narrow sense and the latter is regarded as "special logic" in a broad sense; it is about the applied logic of specific Science," (Wang; 2022, p. 86)

[15] […] some of the few scholars in analytic circles that have dared to mention Husserl when discussing problems in one way or another related to the foundations of mathematics have made either historiographical distortions - e. g., of the relation between Husserl's views and those of Frege - or contentual distortions.(Haddock, 2012, p. 91).

Cantor, Frege, Riemann, Hilbert, Brower, Weyl, Kronecker, Carnap, Gödel e Klein. Entende que, ao se fazer um estudo da perspectiva histórico-fenomenológica das obras de Husserl, não se pode excluir seus contatos e influências, advindas desses estudiosos.

Portanto, concordamos com Haddock, quando afirma que:

> O fato, no entanto, não é apenas que Husserl foi um matemático que se tornou filósofo e - como Frege e Whitehead - especialmente preocupado com problemas de fundamentos, mas também que ele estava muito consciente – certamente muito mais do que Frege – do desenvolvimento da matemática no século XIX, particularmente na sua segunda metade e frequentemente se refere à pesquisa de alguns dos pioneiros da matemática contemporânea desse século, como Riemann, Helmholtz, Grassmann, Lie, Klein e Cantor) (Haddock, 2012, p. 92) (tradução nossa)[16] .

É importante insistir que o interesse de Husserl pela Matemática não diminuiu, quando a Filosofia, a Epistemologia e a Fenomenologia ocuparam o centro das suas reflexões. Isto pode se confirmar em seus trabalhos posteriores a esse período, como *Lógica Formal e Transcendental* (1962) e *Experiência e Juízo* (1980), publicados depois da sua morte. Haddock afirma que, embora esses textos não tenham sido explicitamente dedicados à Matemática, "contêm, sim, muitos insights de especial relevância para os fundamentos da Matemática" (Haddock, 2012, p. 93).

Outro, dentre muitos autores, que chama atenção sobre a importância de dar destaque à formação matemática de Husserl é Claire Ortiz Hill. Ela afirma que, para compreender a filosofia husserliana como um todo (Hill, 2002), é necessário examinar a relevância de sua formação em Matemática na constituição de suas ideias e estudar a fundo a formação matemática que se deu durante a etapa inicial de sua trajetória intelectual. É importante observar que Husserl se formou como matemático numa época plena de efervescência criativa dos mais importantes matemáticos do século XIX e início do século XX. Nesse período, os matemáticos realizaram um grande esforço para

[16] The fact, however, is not only that Husserl was a mathematician turned philosopher, and - as Frege and Whitehead – one especially concerned with foundational problems, but also one that was very conscious - surely much more than Frege - of the development of mathematics in the nineteenth century, particularly in its second half, and that frequently refers to the research of some of that century's pioneers of contemporary mathematics, like Riemann, Helmholtz, Grassmann, Lie, Klein and Cantor. (Haddock, 2012, p. 92)

fundamentar a Aritmética e, em geral, a Matemática toda, sobre bases firmes e isentas de contradições e inconsistências. Em suas ideias acerca da Matemática é que poderão ser respondidas questões de natureza controversa sobre aspectos, aparentemente, enigmáticos de seu pensamento. Para Hill,

> Compreender a evolução das visões de Husserl sobre a matemática é, portanto, essencial para estabelecer o lugar apropriado de Husserl na filosofia da lógica e da matemática do século XX, um campo com profundas raízes nas ideias austro-germânicas sobre matemática, lógica e filosofia, que floresceu nos países de língua inglesa no século XX. [...] (Hill, 2002, p. 78)[17] (Tradução Nossa) .

Hill (2002) explicita que as contribuições de Husserl à fundamentação da Matemática e à Teoria do Conhecimento têm sido pelo menos mal compreendidas, distorcidas ou simplesmente negligenciadas, de modo que suas ideias tenham se tornado pouco reconhecidas e não têm sido apropriadamente referidas por outros autores que contribuíram com essa fundamentação. Essa sua afirmação é corroborada por Haddock (2012), autor acima mencionado.

Nas seções seguintes, são oferecidos detalhes de alguns dos aspectos relevantes da formação de Husserl como matemático e a importância de suas contribuições.

A FORMAÇÃO DE HUSSERL EM MATEMÁTICA

O século XVII registrou um dos acontecimentos mais marcantes na história da Matemática: a invenção do Cálculo. Ele surge quase simultaneamente com Newton e com Leibniz, autores esses constantemente mencionados e considerados os mais renomados. Não foram eles, porém, os únicos que contribuíram para que tal proeza acontecesse. Outros matemáticos importantes, como os irmãos Bernoulli, também desenvolvem importantes trabalhos.

O Cálculo rapidamente se mostrou como uma técnica muito poderosa e frutífera, pois sua aplicação contribuiu para encontrar a solução de problemas muito antigos, que não tinham sido resolvidos, como aqueles sobre curvas e

---

[17] Understanding the evolution of Husserl's views on mathematics is therefore essential to establishing Husserl's proper place in 20th century philosophy of logic and mathematics, a field with deep roots in AustroGerman ideas about mathematics, logic and philosophy, which flowered in English-speaking countries in the twentieth century [..] (Hill, 2002, p. 78)

sistemas físicos, bem como problemas em que estava envolvida a noção de infinito. Nos séculos XVIII e XIX, o Cálculo teve um desenvolvimento grandioso, particularmente, em relação ao conceito de função e de outras noções relacionadas, como: continuidade, derivabilidade e convergência. Em todas essas noções estavam presentes, implícita ou explicitamente, questões associadas à noção de *infinito*.

Nos séculos XVII e XVIII, os procedimentos do Cálculo tinham sido aplicados com muito sucesso na solução de diversos problemas, tanto internos como externos à Matemática. O Cálculo mostrava uma situação paradoxal. Por um lado, exibe vitalidade e força na medida em que suas técnicas e procedimentos davam conta da solução de problemas que não tinham sido resolvidos antes; por outro lado, desloca para segundo plano a preocupação com o esclarecimento de seus fundamentos. Isso fez com que, embora a criação de Newton e de Leibniz tivera um sucesso inusitado, quando aplicados a problemas de Mecânica e de Física, suas argumentações, para justificar os procedimentos aplicados, geraram muitas dúvidas; sendo, fortemente, criticados, principalmente, pelo Bispo Berkeley. Vários matemáticos, como Tylor e McLaurin, tentaram dar conta dessas críticas, embora sem sucesso.

Desse modo, manteve-se a exigência de se fornecerem bases mais sólidas para o Cálculo, em particular e; para a Matemática, em geral; sendo necessário esclarecerem, tanto as noções conceituais constituintes do alicerce que suporta os procedimentos e as técnicas operatórias aplicadas no Cálculo, quanto à compreensão das ideias e dos conceitos que sustentam a validade e a idoneidade dessas técnicas, para resolver problemas na Matemática. Foi nesse cenário que Husserl desenvolveu sua formação como matemático no período de 1877-1881.

Husserl realizou seus estudos iniciais de Matemática na Universidade de Berlim, cidade considerada o centro mundial de formação dos matemáticos. Mestres ali eram Kummer, Kronecker e Weierstrass, esse último com uma autoridade indiscutivelmente reconhecida por todos; esses três grandes matemáticos conceberam o *Seminário de Matemática* durante a segunda metade do século XIX que, segundo Calinger (1996), teve “uma proeminência em matemática comparável à da *Ècole polythecnique* da França no início do século” (p. 153) (tradução nossa)[18].

[18] [...] a prominence in mathematics comparable to that of France´s *École polytechnique* earlier in the century.

O *Seminário* se manteve ativo durante 20 anos (1860-1880). A turma de cada ano era formada por, no máximo, 12 estudantes que eram aceitos após a apresentação de um artigo ou após aprovação em um exame. Deles era exigido que seguissem o ciclo completo das Conferências, cujos temas eram: Teoria das Funções Analíticas; Teoria das Funções Elípticas; Cálculo de Variações; Aplicações das Funções Elípticas na solução de problemas de Geometria ou de Mecânica; Teoria das Funções Abelianas e Avanços na Teoria das Funções Analíticas (Cf Silva, 2021).

Para garantir que os estudantes lessem as obras originais dos autores de referência, havia uma biblioteca em que era possível o acesso aos trabalhos de Abel, Cauchy, Euler, Monge, Poisson, e muitos outros matemáticos de primeiro nível. Além dessas obras, o *Seminário* estava vinculado aos mais importantes periódicos da época: *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées (*conhecido como *Journal de Liouville* em homenagem a seu fundador, Joseph Liouville, em 1836*); Archiv der Mathematik und Physik (* O Arquivo de Matemática e Física, conhecido também como *Grunert's Archive*, revista científica fundada, em 1841, por Johann August Grunert, vigente até 1920); e *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Revista para Matemática Pura e Aplicada*, fundado, em Berlim em 1826, por August Leopold Crelle, ali conhecido, simplesmente, como *Jornal de Crelle*. Depois da morte de seu fundador, um dos diretores desse periódico foi Leopold Kronecker. Para incentivar os estudantes, foi criado um prêmio à melhor investigação, de modo que os melhores eram estimulados e auxiliados no desenvolvimento das suas pesquisas.

O *Seminário* era dirigido por Weierstrass que o assumia como o espaço adequado para o desenvolvimento de sua Teoria das Funções Analíticas (Knopp, 1945), pesquisa essa que o levou a se aprofundar nos princípios fundacionais da Aritmética, ao compreender que era imprescindível fundar a Matemática, enquanto ciência, sobre uma base diferente daquela dada pela Geometria. Entendendo que era preciso dar sustentação mais robusta aos fundamentos das noções básicas da Matemática, herdadas dos séculos XVII e XVIII, Weierstrass liderou um grande movimento, cuja meta era estabelecer as raízes originais da Análise Matemática e, a partir delas, deduzir de modo completamente rigoroso toda a Matemática.

E quanto ao legado deixado por Weierstrass, Massa Esteve (2016) sinaliza que

> Uma pergunta importantre é: como foi possível preservar o imenso legado deixado por Weierstrass, uma vez que dadas as

> suas diferenças insuperáveis com Kronecker, Editor do *Journal de Crelle*, sua obra poderia permanecer desconhecida? [...] contornando esse problema, Weierstrass decidiu editar ele mesmo suas obras completas. Em 1894, editou o primeiro volume; o segundo, o ano 1895 e, após sua morte, seus discípulos Johannes Knoblauch (1855-1915) e Georg Hettner (1854-1914) editaram até sete volumes, o último em 1927. Finalmente, todos foram reimpressos em 1967. É de salientar o interesse da Weierstrass em que tudo o que fosse publicado, como resultado das suas investigações, fosse verdadeiro e rigoroso. Para ele, o mais importante não era a autoria da publicação, nem que se lhe citasse, senão que se pudesse fazer progredir verdadeiramente o conhecimento científico. Esta vertente generosa em relação à investigação não era muito habitual na época" (Massa Esteve, 2016, p. 33) (tradução nossa)[19].

O movimento liderado por Weierstrass e outros, foi conhecido como *Aritmetização da Análise*, e teve como cerne criar uma teoria sólida dos números reais, razão pela qual o esclarecimento do *conceito de número* passa a ser um tema crucial na fundamentação da Matemática, conforme Guamanga (2021). O jovem Husserl se interessa por esse tema, estudando-o a fundo.

Em diferentes ocasiões, *Husserl* se referiu ao modo sistemático e rigoroso de proceder de Weierstrass, enaltecendo seu trabalho na procura de um alicerce robusto para suas teorias sobre as funções analíticas e, ainda, destacando que ele o marcou em sua forma de agir intelectualmente. Tanto foi assim, que veio a afirmar que ele "pretendia fazer com a Filosofia o que Weierstrass havia feito com a Matemática" (Hill, 2002, p. 78)[20] O esforço de Weierstrass para introduzir o rigor na Análise Matemática pode ser visto nas

---

[19] One question raised is: how was it possible to preserve the immense legacy left by Weierstrass, given that due to his insurmountable differences with Kronecker, editor of Crelle's Journal, his work could remain unknown? Massa Esteve (2016) states that, "[...] to avoid this problem, Weierstrass decided to edit his complete works himself. In 1894 he edited the first volume, the second in 1895 and after his death his disciples Johannes Knoblauch (1855-1915) and Georg Hettner (1854-1914) edited up to seven volumes, the last in 1927. Finally, all were reprinted in 1967. Weierstrass' interest in ensuring that everything published resulting from his research was true and rigorous must be noted. For him, the most important thing was not the authorship of the publication or the fact that it was cited, but rather that scientific knowledge could be truly advanced. This generous approach to research was not at all common at the time. (Massa Esteve, 2016, p. 33)

[20] "intended to do with Philosophy what Weierstrass had done with Mathematics" (Hill, 2002, p. 78).

formas de trabalho que Husserl manteve ao longo de toda sua trajetória e também

> [...].nas lutas de Husserl contra o psicologismo, sua busca ao longo da vida por fundamentos radicais para o conhecimento, seu esforço para expor as raízes originais, os conceitos e princípios mais primitivos do conhecimento, para descobrir os blocos fundamentais com base nos quais todo o seu sistema de filosofia poderia repousar, suas ideias sobre a fenomenologia como uma ciência rigorosa, [...] (Hill, 2002, p. 79)[21] (tradução nossa).

Assim, ao admirar os métodos de trabalho de seu Mestre Weierstrass, Husserl manifesta interesse por buscar pelos fundamentos radicais para a Matemática o que o conduziu à realização de profundas pesquisas sobre os princípios da Aritmética. Conforme Hill (2002):

> O tratamento minucioso e sistemático de Weierstrass, desde o início, da teoria das funções analíticas o levou a investigações profundas sobre os princípios da aritmética. Sua maneira meticulosa de submeter os fundamentos das funções analíticas a um exame rigoroso despertou em Husserl um interesse em buscar fundamentos radicais para a matemática." (Hill, 2002, p. 78)[22] (tradução nossa).

Disso dão conta seus trabalhos iniciais, já mencionados acima, *Sobre o Conceito de Número; Filosofia da Aritmética* e *Investigações Lógicas*, onde realiza uma reflexão profunda sobre aspectos essenciais da Matemática do século XX. Assim, em *Sobre o conceito de número* (*Über den Begriff der Zahl)*, que foi seu Trabalho de Habilitação (*Habilitationsschrift*), é possível visualizar convergências de suas ideias com as de outros matemáticos, que eram seus contemporâneos, tais como: Frege, autor de *Noções Básicas da Aritmética: um*

---

[21] [...] but also in Husserl's struggles with psychologism, his lifelong search for radical foundations for knowledge, his striving to lay bare the original roots, the most primitive concepts and principles of knowledge, to uncover the fundamental building blocks on the basis of which his whole system of philosophy might rest, his ideas about phenomenology as a strict science, [...] (Hill, 2002, p. 79).

[22]Weierstrass' thoroughgoing, systematic treatment, *ab initio*, of the theory of analytic functions had led him to profound investigations into the principles of arithmetic. His scrupulous manner of submitting the foundations of analytic functions to close scrutiny awoke in Husserl an interest in seeking radical foundations for mathematics. (Hill, 2002, p. 78)

estudo lógico matemático do conceito de número (1960); Kronecker, autor de *Sobre o Conceito de Número em Matemática* (1891); von Helmholtz que escreve *Contagem e medição a partir de uma visão epistemológica* (1887), e Dedekind, autor de *O Que São os Números e para que eles servem* (1887). O tratado em seu trabalho de Habilitação, permite inferir que Husserl participou do debate sobre a fundamentação do conceito de número.

Vale a pena salientar que entre as fontes que alimentaram o pensamento de Husserl está a Matemática, mas não só ela, também a Psicologia e a Filosofia; essas três disciplinas comparecem em sua obra *Filosofia da Aritmética*, onde sintetiza as influências matemáticas, oriundas das aulas de Weierstrass, e as ideias filosóficas e psicológicas advindas de suas aulas com Brentano e de outros estudos.

O CERNE DA TEORIA DA ARITMETIZAÇÃO DE WIEIERSTRASS E O TRABALHO DE HUSSERL

Como já afirmado nesse artigo, a ideia central de Weierstrass na procura de uma fundamentação rigorosa para o Cálculo era desenvolver uma sustentação robusta do sistema dos números reais e derivar desse sistema todos os conceitos básicos da Análise.

Uma das questões centrais, tratadas por Weierstrass, referia-se ao fato de a noção de número estar associada com a chamada "reta numérica" (Sinkevich, 2015). Ele tinha por meta superar todo apelo às intuições geométricas e:

> [...] construir um sistema dos números reais de maneira puramente formal. Iniciando com o desenvolvimento rigoroso do sistema dos números inteiros positivos (os chamados também números naturais, observação dos autores) e, a partir daí, gerar o sistema dos números inteiros em geral, o sistema dos números racionais e, por fim, o sistema dos números reais, mediante uma série de passos formulados de maneira precisa (Miller, 1982, p. 2)[23].

[23] [...] build up the system of real numbers in a purely formal manner. Beginning with a rigorous development of the system of positive whole numbers, he proceeded to generate the system of integers in general, the system of rational numbers and, finally, the system of real numbers itself, through a series of precisely formulated steps. (Miller, 1982, p. 2).

O trabalho de Weierstrass, esteve inserido num processo mais amplo, conhecido historicamente como da “Aritmetização da Análise”[24] que implicou a necessidade de definir, com toda clareza, a noção de número real, desafio esse no qual participaram vários dos maiores matemáticos de então, como mostra-se a seguir.

Na segunda metade do século XIX, no marco da Aritmetização da Análise (Klein, 1887), foram várias as tentativas para dar uma fundamentação robusta à Matemática; nesse processo foi percebido que era imprescindível esclarecer, sem dúvida nenhuma, o conceito de número real. Sendo assim, a tarefa essencial passou a ser, conceitualizar ao número real só sobre bases aritméticas e sem acudir à intuição geométrica; para isso, segundo Lopes (2006), foram transitadas três rotas.

A primeira, defendida por Hankel e Frege, sustentava a Análise na ideia de quantidade contínua; a segunda, assumida por Dedekind, Weierstrass e Cantor, dizendo que dita noção “[...] deveria ser substituída por uma rigorosa construção aritmética dos números reais, isto é, uma construção baseada na noção de números naturais ou racionais, que assumiu-se ser menos problemática do que a noção de quantidade contínua” (Lopes, 2006, p. 3); e, a terceira, apoiada por Heine e Hilbert, afirmando que “[...] que os conceitos fundamentais da Análise poderiam, e deveriam, ser construídos simplesmente de uma maneira formal, desprezando, tanto quanto possível, os assuntos de ordem filosófica” (Lopes, ob. cit.).

Em todas essas três rotas, para chegar ao número real, fazia-se necessário partir da noção de número racional e, daí, a importância de caracterizar aqueles números que não são racionais, o seja, os irracionais; assim sendo, essa caraterização passou a ser o primeiro problema a ser resolvido.

Em acordo com Lopes & Sá (2018), as mais importantes contribuições na procura da solução do problema indicado, foram aportadas por Charles Méray, Karl Weierstrass, Georg Cantor e Richard Dedekind; mas, é preciso levar em consideração que antes deles, Bolzano tinha feito considerações sobre a necessidade da Aritmetização da Matemática, tão grande foi o aporte deste destacado cientista que por pelos princípios formulados em seu trabalho

[24] Félix Klein (1895) refere-se a esse processo com a expressão “Aritmetização da Matemática” (*Über die Arithmetisierung der Mathematik)*

intitulado "*Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, dass zwischen zwei Werten, die ein entgegengesetztes Resultat gewaehren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege...*" *"(A purely analytical proof of the theorem that between two values with opposite results, there is at least one real root of the equation...)" he was named by Klein (1987) as "one of the fathers of the Arithmetization of Mathematics." (Klein, 1926, p. 56).*

A seguir, será feita uma exposição breve das principais teorias sobre os números reais[25]; segundo Lopes & Sá (2018), Méray usou sucessões para definir os números irracionais de maneira independente do conceito de limite; pelo seu lado, Dedekind não identificou ao número real como uma sequência convergente de números racionais, senão que observou que "[...] Em qualquer divisão dos pontos do segmento em duas classes tais que cada ponto pertence a uma e somente uma, e tal que todo ponto numa classe está à esquerda de todo ponto da outra, existe um e só um ponto que realiza a divisão" (Lopes & Sá, 2018, p. 88); dessa forma, Dedekind estabeleceu sua célebre estratégia dos Cortes de Dedekind.

Outro dos matemáticos que desenvolveram esforços importantes para definir aritmeticamente o número real, foi Weierstrass, quem

> [...] contrariamente aos outros dois, não se limitou a construir os reais a partir duma pressuposta construção dos racionais. Weierstrass parte da noção mais geral de número e das operações fundamentais da Aritmética; introduz inicialmente o conceito de número natural e, em seguida, o de número racional positivo; será então a partir de "agregados" destes números que obterá grandezas para além dos racionais. Por esta razão, na teoria dos números reais de Weierstrass, não se podem dissociar as naturezas dos números naturais, racionais e reais. Weierstrass constrói a sua teoria de modo inteiramente analítico, dotando-a dum rigor muito característico de toda a sua obra matemática e elaborando a teoria dos números reais mais completa do século XIX (Martins, 2004, p. 1)[26].

---

25 Para examinar algumas das modalidades construtivas do corpo dos números reais, ver Arboleda (2007) e Gray (2015).

26 [...] unlike the other two, he did not limit himself to constructing the real from a presupposed construction of rationals. Weierstrass starts from the more general notion of number and the fundamental operations of Arithmetic; he first introduces the concept of natural number and then that of positive rational number; It will then be from the

Finalmente, Cantor se apoiando no ensino de seu mestre Weierstrass e na troca de ideias com seu colega e amigo Dedekind, desenvolveu sua definição dos números reais como classes de equivalência de sequencias de números racionais. (Costa, 2017)

Sendo seu estudante e registrando, cuidadosamente, o que Weierstrass dissertava nas suas palestras, *Husserl* estava muito próximo do trabalho de seu Mestre, para fundamentar a Análise Matemática sobre bases não geometricamente intuitivas. Desse modo, ele pode ser considerado como testemunha privilegiada do nascimento da obra fundadora de Weierstrass. Na Introdução da sua *Filosofia da Aritmética,* afirma que:

> [...] *Weierstrass* geralmente abria suas palestras de época sobre a teoria das funções analíticas com as frases: "A aritmética pura (ou análise pura) é uma ciência baseada só e somente só no conceito de número [*Zahl*]. Não requer nenhum outro pressuposto, nenhum postulado ou premissa." (Quase idêntico ao semestre de verão de 1878 e ao semestre de inverno de 1880/81.) Seguiu-se então a análise do conceito de número no sentido do número inteiro. (Husserl, 2003, p. 13) (aspas do autor)[27] (Tradução nossa).

Boyer, na sua *História do Cálculo*, afirma que:

> Para garantir a exatidão lógica, Weierstrass desejava estabelecer o cálculo (e a teoria das funções) apenas sobre o conceito de número, separando-o completamente da geometria. Para fazer isso, era necessário dar uma definição de número irracional que deveria ser Independente da ideia limite, uma vez que esta pressupõe a primeira. Weierstras foi, assim, levado a fazer investigações profundas sobre os princípios da aritmética, particularmente, no que diz respeito à teoria dos

"aggregates" of these numbers that he will obtain quantities beyond the rational ones. For this reason, in Weierstrass' theory of real numbers, one cannot dissociate the natures of natural, rational, and real numbers. Weierstrass builds his theory in an entirely analytical way, endowing it with a rigor very characteristic of all his mathematical work and elaborating the most complete theory of real numbers of the nineteenth century. (Martins, 2004, p. 1)

[27] [...] usually opened his epoch-making lectures on the theory of analytical functions with the sentences: "Pure arithmetic (or pure analysis) is a science based solely and only upon the concept of number [*Zahl*]. It requires no other presupposition whatsoever, no postulates or premises." (Almost identically the same in the summer semester of 1878 and the winter semester of 1880/81) There then followed the analysis of the number concept in the sense of the whole number. (Husserl, 2003, p. 13)

> irracionais. Neste trabalho, Weierstrass não entrou na natureza do número inteiro em si, mas começou com o conceito de número inteiro como um agregado de unidades que possuem uma propriedade característica em comum, considerando que um número complexo deveria ser pensado como um agregado de unidades de várias espécies que gozam de mais de uma propriedade característica. (Boyer, 1959, p. 285) (Tradução nossa)[28].

Husserl considerou os aspectos matemáticos do número e foi além. Realizou uma análise psicológica, buscando as origens cognitivas do número e, posteriormente, adentrou por discussões de ordem filosófica e lógica.

As afirmações de Weierstrass concernentes aos números, em seu sentido mais fundamental, de que devem ser rastreados até o ato mental de contar, foram importantes para as pesquisas iniciais de Husserl sobre a Filosofia da Matemática. Não há evidência de que Weierstrass visse o problema da origem do número como, particularmente, difícil ou como um assunto que deveria ser abordado pelos filósofos e não apenas pelos próprios matemáticos. Mas, para Husserl, esse problema se mostrou difícil e importante, requerendo pesquisas cuidadosas e detalhadas. Na investigação apresentada na Filosofia da Aritmética, esse era, principalmente, o problema focado. Sua intenção era levar até o final o programa de Weierstrass, qual seja, estabelecer fundamentos seguros para a Análise Matemática. Para tanto, entendeu que, se procedesse, ao tratar o problema sobre a origem do número, de acordo com um rigor filosófico comparável ao rigor mediante o qual seu Mestre procedia no concernente à própria Matemática, ele daria conta de realizar o pretendido, ou seja, de avançar com o programa de Weierstrass. Sendo assim, a *Filosofia da Aritmética de Husserl se configurou como uma tentativa de abordar as questões não-matemáticas a que o programa de Aritmetização da Análise inevitavelmente conduzia.* Conforme Miller:

[28] In order to secure logical exactitude, Weierstrass wished to establish the calculus (and the theory of functions) upon the concept of number alone, thus separating it completely from geometry. To do this it was necessary to give a definition of irrational number which should be independent of the limit idea, since the latter presupposes the former. Weierstrass was thus led to make profound investigations into the principles of arithmetic, particularly with respect to the theory of irrationals. In this work, Weierstrass did not go into the nature of the whole number itself, but began with the concept of whole number as an aggregate of units enjoying one characteristic property in common, whereas a complex number was to be thought as a set of units of several species possessing more than one characteristic property. (Boyer, 1959, p. 285)

> A afirmação de Weierstrass de que os números, no sentido mais fundamental, devem ser rastreados até o ato mental de contar serviu como ponto de partida para as primeiras pesquisas de Husserl na filosofia da matemática. Não há evidências de que Weierstrass tenha visto o problema da origem dos números como particularmente difícil ou como uma questão a ser abordada por filósofos, diferentemente dos próprios matemáticos. Seu aluno, Husserl, no entanto, viu-o como um problema difícil que exigia investigações cuidadosas e detalhadas. Quando Husserl começou a falar da 'filosofia da aritmética', foi primeiramente este problema que ele tinha em mente. Sua intenção era levar adiante o programa de Weierstrass para assegurar os fundamentos da análise, aplicando ao problema da origem dos números um rigor filosófico comparável ao rigor que seu professor exigia na matemática propriamente dita. Assim, a filosofia da aritmética de Husserl tomou forma como uma tentativa de abordar as questões não matemáticas às quais o programa de aritmetização da análise inevitavelmente levava. (Miller,1982, p. 4) (tradução nossa)[29].

Em seus estudos iniciais sobre o tema relativo à origem do número, é notável a proximidade de Husserl com Weierstrass; mas, à medida que avançou em suas reflexões, foi se afastando progressivamente. Husserl apresenta diferenças de perspectiva quanto à questão da *Aritmetização da Análise*. Enquanto o seu mestre afirmava que a mesma deveria acontecer apenas no âmbito da própria Matemática, ele admitia que os fundamentos da Matemática tinham que ser estabelecidos também na Filosofia e na Psicologia. De fato, desenvolveu essa visão em seu trabalho de Habilitação, intitulado *Sobre o Conceito de Número. Análise Psicológica*. Esse subtítulo deixa transparecer a

[29] Weierstrass' assertion that numbers in the most fundamental sense are to be traced back to the mental act of counting served as the starting point for Husserl's own early research in the philosophy of mathematics. There is no evidence that Weierstrass himself saw the problem of the origin of number as a particularly difficult problem or as an issue to be taken up by philosophers, as distinct from mathematicians themselves. His student Husserl did, however, see it as a difficult problem requiring careful and detailed investigations. And when Husserl first began to speak of the 'philosophy of arithmetic,' it was this problem which he had primarily in mind. His intention was to carry through to completion Weierstrass' program for securing the foundations of analysis, and to do so by applying to the problem of the origin of number a philosophical rigor comparable to the rigor which his teacher had demanded in mathematics proper. Thus Husserl's philosophy of arithmetic took shape as an attempt to address the non-mathematical issues to which the program of arithmetizing analysis inevitably led. (Miller,1982, p. 4)

importância que ele atribuiu à Psicologia no exame dessa noção essencial da Matemática. No entanto, é em *Filosofia da Aritmética* que explicita mais suas ideias sobre o conceito de número:

> [...] Na *Filosofia da Aritmética*, Husserl divide a visão de Weierstrass sobre a análise aritmetizada em um sistema de numerais e cálculos cegos e um sistema de números e conexões conceituais. Estabelece assim uma distinção muito clara, que hoje seria chamada de distinção entre sintaxe e semântica. O ponto de partida para a análise conceitual de Husserl, ou seja, a semântica, é descrever a maneira como pensamos, em nosso cotidiano, nos números. Na primeira parte da Filosofia da Aritmética, Husserl descreve uma aritmética autêntica que consiste em uma análise psicológica descritiva de um conceito de número e das relações entre números. Assim, Husserl já na Filosofia da Aritmética difere de Frege, assim como de uma série de filósofos analíticos posteriores, ao considerar que a base da filosofia está na análise da experiência e não na lógica (Hartimo, 2006, p. 334).[30]

Destaca-se o interesse de Husserl em rastrear vínculos entre Matemática e Filosofia. Na *Filosofia da Aritmética*, já indica que os matemáticos, no momento da produção desse seu trabalho, não conseguiam examinar, adequadamente, seus conceitos e seus métodos, donde compreendia ser preciso realizar tanto uma clarificação lógica, quanto uma análise muito mais precisa dos conceitos e dos métodos assumidos por esses profissionais. À semelhança do plano de Weierstrass de não fundar a Matemática na experiência empírica, Husserl, em seu trabalho, tinha assumido a experiência interna como fundamento, para expor a origem do conceito de número e, para estudá-la, valeu-se de métodos da Psicologia Descritiva. Importante observar que Koenigsberger (1874) afirmava que:

---

[30] [...] in the *Philosophy of Arithmetic*, Husserl divides Weierstrass's view of arithmetized analysis into the system of numerals and blind computations and the system of numbers and conceptual connections. Very sharply, Husserl thus establishes a distinction, which today would be called a distinction between syntax and semantics. The starting point for Husserl's conceptual analysis, i.e. semantics, is to describe the way in which we, in our everyday life, think of numbers. In the first part of Philosophy of Arithmetic, Husserl describes an authentic arithmetic that consists of a descriptive psychological analysis of a concept of number and relations between numbers. Hence, Husserl already in the Philosophy of Arithmetic differs from Frege, as well as a host of later analytic philosophers, in taking the basis of philosophy to be in analysis of experience rather than in logic (Hartimo, 2006, p. 334).

> Obtemos o conceito de número inteiro, tornando-nos conscientes da repetição de uma mesma atividade mental aplicada a um determinado substrato de um fenómeno do mundo, aos objetos percebidos pelos nossos sentidos; a apreensão mental de um único corpo, v.g. uma bola, não nos levaria ainda ao número; apenas a percepção de uma série de objetos que compartilham uma característica comum, sendo portanto semelhantes em certo aspecto (seja sua forma, sua cor, seu material) implicará a repetição da mesma atividade mental e conduzirá para o conceito de número inteiro... [...] uma vez que chegamos a várias séries de números nomeados e a várias unidades nomeadas, então a comparação dessas series, i.e. , a abstração das características comuns dos membros de uma série leva ao conceito de número sem nome, considerando-o mentalmente como característica comum a todos os fenômenos observados em sucessão (Koenigsberger, 1874, apud Ierna, 2006, p. 37-38, Tradução nossa)[31].

Esse modo de conceber a contagem como uma operação iterada aplicada a objetos semelhantes, estratégia desenvolvida por Weierstrass, foi seguida por Koenigsberger (1874) e por Husserl. No seu trabalho *A Filosofia da Aritmética*, o segundo dos autores mencionados carrega consigo, como um aspecto nuclear da origem do número, a abstração[32]. Necessário é dizer que Koenigsberger fez uma distinção entre *número próprio e números impróprios*, sendo os primeiros obtidos por abstração, enquanto os segundos são obtidos

[31] We obtain the concept of whole numbers by becoming aware of a repetition of one and the same mental activity, applied to a given substratum of the fenomenal world, to objects perceived by our senses; a unique mental apprehension [*Auffassen*] of a single body, e.g. a ball, would not lead us yet to the number, only the perception of a series of objects, that share a common feature [*Merkmal*], and hence are similar *[gleichartig*] in a certain respect - similar either in form, or also in color, matter etc. - will imply the repetition of the same mental activity and deliver the concept of the named whole number, the concept of ten balls or of ten red balls or of ten wooden red balls etc. Once we have arrived at various series of named numbers and at various named unities, then the comparison of these series, i.e. the abstraction from the common features of the members of a series leads to the concept of the unnamed number, by mentally considering as common feature of all the observed phenomena just the fact that they can be observed in succession (Koenigsberger, 1874, apud Ierna, 2006, p. 37-38.

[32] É preciso observar que o caráter abstrato de um conceito advém da atividade de abstrair, que é intencional; nesse sentido DeBoer (1978) afirma que According to Husserl, the general concept is abstracted from that which a number of objects have in common. Abstraction is an act of attention in which we disregard the diferences and focus exclusively on similarities. That which a number of things have in common is the fundamentum-in-re of the general concept.(De Boer, 1978 p. 235).

por construção. Husserl assume essa diferenciação que parece ser herdada das ideias de Weierstrass que, nesse ponto, tinha assumido o posicionamento de Bolzano. Husserl, nessa sua primeira obra sobre a origem do número, assume esse modo de compreender essa origem, também inspirado na *Psicologia Descritiva* de Brentano.

Importante dizer que as críticas de Frege à Filosofia da Aritmética de Husserl, publicada em 1891, incidem nesses aspectos de caráter psicológico. Nessa obra, Husserl articulou seus conhecimentos matemáticos, psicológicos e filosóficos. Frege a examina, e, conforme Mohanty (1977), a critica em virtude do seu *psicologismo subjacente*. Entretanto, vale destacar que ambos eram amigos e mantinham correspondência, dialogando a respeito de temas que versavam sobre alguns aspectos pontuais de suas teorias do significado, bem como rejeição explicita, por parte de Frege, de qualquer forma de psicologismo. Entre os anos 1891 e 1894, as cartas que trocaram diziam respeito ao estatuto objetivo da lógica e da matemática, à filosofia da aritmética, à teoria do número, à distinção entre Representação, sentido e significado (*Vorstellung, Sinn* e *Bedeutung)*[33] e à teoria do conceito como referente dos predicados. Conforme Soares (2010):

> A correspondência entre os dois filósofos mostra que se estabeleceu entre ambos um diálogo e um confronto, sobre alguns aspetos pontuais das suas teorias do significado bem como da rejeição de qualquer forma de psicologismo. Entre os anos 1891 e 1894, as cartas que trocaram diziam respeito ao estatuto objetivo da lógica e da matemática, à filosofia da aritmética, à teoria do número, à distinção entre *Vorstellung, Sinn e Bedeutung* e à teoria do conceito como referente dos predicados. Em carta de maio de 1891, Frege acusa a recepção de um exemplar de Filosofia da Aritmética, de Husserl, que foi objeto de uma recensão por parte de Frege, na qual atribui à obra de Husserl vestígios de psicologismo na forma de entender a teoria do número (Soares, 2010, p. 26-27)[34].

---

[33] Representação, sentido e significado.

[34] The correspondence between the two philosophers shows that a dialogue and a confrontation were established between them on some specific aspects of their theories of meaning as well as the rejection of any form of psychologism. Between the years 1891 and 1894, the letters they exchanged concerned the objective status of logic and mathematics, the philosophy of arithmetic, number theory, the distinction between *Vorstellung, Sinn and Bedeutung,* and the theory of the concept as a referent of predicates. In a letter dated May 1891, Frege acknowledged

COMPREENSÕES SOBRE A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DE HUSSERL

Pelo exposto acima, fica explícita a formação matemática de Husserl durante preponderantemente a década de 1880, quando participou ativamente do movimento da Aritmetização da Análise, junto a eminentes matemáticos com trabalhos já consolidados e muito influentes nessa época, como Leopold Kroenecker e Karl Weierstrass.

Como apontado ao longo deste texto, a formação matemática de Husserl é bastante rigorosa. Além de ter tido por mestres esses dois matemáticos, Kronecker e Weierstrass, foi colega e amigo de Cantor, quando esteve na Universidade de Halle; fazendo parte do Círculo de Hilbert na Universidade de Göttingen, onde permaneceu como professor durante quinze anos. Como se mostrou em nossas investigações, durante esse período, Zermelo compartilhou com Husserl sua descoberta do chamado *Paradoxo de Zermelo-Russell*.

Seus estudos iniciais em Matemática, realizados em Berlim, de 1877-1881, são marcados pela proximidade com grandes mestres, conforme anteriormente mencionado. Nesse ambiente, o tema que nutria os debates versava em torno dos *princípios da Aritmética.* Com seu doutoramento, *Contribuições ao Cálculo de Variações*, de 1883, inicia sua vida acadêmica, mostrando desde seus primórdios seu estilo de proceder. Sua continuidade no campo da Matemática foi marcada por seu trabalho de Habilitação na Universidade de Halle, onde produziu "*Sobre o Conceito de Número*", seguido por sua Filosofia da Aritmética, onde começa já sua incursão nos terrenos da Filosofia da Matemática, tentando esclarecer a natureza lógica de seus princípios e conceitos essenciais, o que aprofundou em suas Investigações Lógicas. Pode-se inferir, então, que, a partir de suas *Contribuições...* até suas *Investigações ...*, existe uma trajetória matemática interrupta que evidencia o interesse de Husserl em participar, ativamente, na procura da superação de Crise da Matemática em que estava envolvido na época.

O entendimento do problema base que estava sendo tratado, no círculo desses importantes matemáticos do século XIX, conduz Husserl a continuar sua busca. Os estudos que realiza o conduzem à procura de fundamentos radicais

---

receipt of a copy of Husserl's Philosophy of Arithmetic, which was the subject of a review by Frege, in which he attributed to Husserl's work traces of psychologism in the way he understood the theory of number. (Soares, 2010, p. 26-27) da Matemática, eclodindo na compreensão do conceito de número como sendo a base desses fundamentos. Mergulha a fundo na ideia de *origem do número,* articulando suas ideias com as de outros estudiosos, seus contemporâneos, tendo destaque *Friedrich Ludwig Gottlob Frege*, *Leopold Kronecker*; *Hermann von Helmholtz* e *Julius Wilhelm Richard Dedekind*

Como podemos compreender, Husserl estava muito bem esclarecido a respeito das noções matemáticas e de sua problemática. Conhecia o que, sobre o número, tinha sido desenvolvido até o momento em que ele contribui com o programa da *Aritmetização da Análise,* proposto por Weierstrass. Esse seu trabalho se evidencia em muitas ideias articuladas em suas obras seminais, produzidas na época de sua estadia na Universidade de Halle. É destacável que, nesse período, tem como colega e amigo Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor, conhecido simplesmente como Georg Cantor, com quem compartilhava compreensões de problemas que interessavam a ambos, no tocante à fundamentação da Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse ensaio, explicitamos o contexto em que se desenvolveu sua formação como matemático. Sendo aluno de Weierstrass, teve a oportunidade de ser tanto testemunha privilegiada das razões que geraram a nomeada Crises da Matemática, quanto protagonista dos esforços de superar essa Crise, participando no movimento de *Aritmetização da Análise* e, portanto, da Matemática. Evidências dessa participação foram suas obras: Sobre o Conceito de Número; Filosofia da Aritmética e Investigações Lógicas. Nesse contexto, o nome de Husserl aparece junto ao de outros matemáticos, filósofos e logicistas como Weierstrass, Kronecker, Cantor, Dedekind, Leibniz, Frege.

Referências chave, para seguir a trajetória da formação de Husserl em Matemática, são as indicadas a seguir: (a) participação no *curso ministrado por Weierstrass*; (b) o trabalho para seu Doutorado, no qual fez *contribuições teóricas ao Cálculo de Variações*; (c) o trabalho com o qual conseguiu sua Habilitação como professor de universidade, onde fez uma *análise psicológica do conceito de número*, que constituiu o prelúdio de sua *Filosofia da Aritmética*, no qual aprofundou suas reflexões sobre o número e iniciou sua caminhada nos meandros da Filosofia, que desenvolveria ainda mais nas suas Investigações Lógicas.

À medida que realizava suas pesquisas, Husserl foi compreendendo que sua contribuição ao programa de seu Mestre Weierstrass sobre a Aritmetização da Matemática, tinha que ir além das fronteiras disciplinares, desenvolvendo uma espécie de Metamatemática. Essa sua disposição é passível de ser constatada no fato de que, ao investigar a origem do número, buscou por suas raízes para além do conceito de número e de apresentações da construção do número. Inicialmente, em Filosofia da Aritmética, explicitou análises psicológicas a respeito da origem do número. Avançando em suas investigações, penetra pela Lógica e pela Filosofia. Concomitantemente ao pesquisar e ao expor compreensões dos temas focados, preocupa-se com o modo pelo qual realizou o movimento dessa busca, indagando-se sempre pela clareza e pelo rigor dos caminhos percorridos nessa busca, ou seja, indagando-se pela viabilidade de serem corretos seus procedimentos metodológicos. Essa busca incessante se mantém como característica do seu pensar fenomenológico; abrindo, inclusive, questões que o conduzem ao pensar e ao criar a própria fenomenologia e o respectivo procedimento fenomenológico.

Destacamos, porque considerarmos relevantes, dois aspectos que se evidenciaram nessa pesquisa. O primeiro, também, apontado por muitos outros autores, refere-se ao interesse pela Matemática que ele manteve durante toda sua vida e que se revela tanto em ideias que vão clareando, quanto no rigor que se exigiu nos procedimentos investigativos. O segundo, que entendemos mostrar-se para nós como destacável na longa revisão, que realizamos para a escrita deste ensaio, diz da ausência da menção do nome de Edmund Husserl em importantes e conhecidos textos de História da Matemática, como, por exemplo, o de Boyer (1959). Compreendemos que esse fato de ele não ser mencionado como matemático destacável, embora tenha significativa formação matemática e tenha participado do importante movimento denominado como *Aritmetização da Análise*, gerado pela *Crise dos Fundamentos da Matemática*, deve-se à característica de sua pesquisa que visa à Matemática, às suas propriedades e aos seus procedimentos, olhando e indagando, para além dela. Realiza, assim, uma meta-análise dos sentidos e significados dos conceitos, bem como um pensar filosófico sobre essa ciência. Para ele, não foi suficiente *fazer/conhecer* matemática, mas compreendê-la em termos de sua realidade, do modo de ser conhecida na dimensão da subjetividade do sujeito e naquela da historicidade do *Lebenswelt* (mundo-da-vida), do que diz do mundo e em que perspectiva suas *verdades* são passíveis de serem aceitas e aplicadas. Seu nome não consta, portanto, em teoremas demonstrados, mas é tido como um dos mais proeminentes filósofos do século XX.

DECLARACIONES DE CONTRIBUCIONES DE LOS AUTORES

GF e MAVB, em conjunto, desenvolveram a pesquisa, organizando a parte teórica, o desenho metodológico, o GF realizou a coleta e análise dos dados. Por fim, GF, com a orientação e supervisão do MAVB, escreveu o artigo para esta pesquisa.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Os dados que apoiam os resultados deste estudo serão disponibilizados pela FG mediante solicitação razoável.

REFERÊNCIAS

Arboleda, L. C. (2020). MODALIDADES CONSTRUCTIVAS Y OBJETIVACION DEL CUERPO DE LOS REALES. *Revista Brasileira de História da Matemática,* 19. https://doi.org/10.47976/RBHM2007vn19

Bello, A. A. (2022). *Husserl e as Ciências*. (M. A. V. Bicudo; J. C. Bortolete; R. de F. Batistela, Tradutores para português). São Paulo, SP: Livraria da Fisica,

Bicudo, M. A. V. (2020). The origin of number and origin of geometry: issues raised, and conceptions assumed by Edmund Husserl. *Qualitative Research Journal. São Paulo (SP), v.8, n.18, p. 387-418, Special Edition: Philosophy of Mathematics.* DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2020.v.8.n.18.337

Bolzano, B. (1950, original de 1831). *The Paradoxes of the Infinite*. London: Routledge and Kegan Paul.

Bolzano, B. (1972, original de 1837). *Theory of Science. Attempt at a Detailed and in the main Novel Exposition of LOGIC. With Constant Attention to Earlier Authors.* Edited and translated by Rolf George. Berkeley and Los Angeles: University of California Press.

Bolzano, B. (1991). *Las Paradojas del Infinito*. México, DF: Mathema (UNAM), f. 161.

Boyer, C. (1959). *History of Calculus*. New York: Dover.

Calinger, R. (1996). The Mathematics Seminar at the University of Berlim: Origins, Funding and the Kummer-Weierstrass Years. In: R. Calinger (Ed.). *VITA MATHEMATICA. Historical research and integration with teaching.* Washington, DC: Mathematical Association of America. II. Historical Studies: From the Scientific Revolution to the Present, p. 153-176.

Centrone, S. (ed.). (2017). *Essays on Husserl's Logic and Philosophy of Mathematics.* Dordrecht, The Netherlands: Springer Verlag. (Synthese Library. Studies in Epistemology, Logic, Methodology, and Philosophy of Science. Volume 384).

Centrone, S.; Silva, J. J. da. (2017). *Husserl and Leibniz: Notes on the Mathesis Universalis.* In: Centrone (2017), Chapter 1, pp 1-23.

Contarato, T. S. R. (2022). *Mereologia, a composição do mundo – reflexões filosóficas sobre as partes que compõem os objetos.* Ponta Grossa - PR: Atena.

Costa, P. C. (2017). *A Construção dos Números Reais e Aplicações no Ensino Médio*, (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Viçosa (Minas Gerais, Brasil). https://locus.ufv.br/server/api/core/bitstreams/55ac7ea3-74b5-4bda-b1ba-dd7dcf0f8c81/content

De Boer, T. (1978). *The Development of Husserl's Thought.* (Translated by Theodore Plantinga). The Hague/Boston/London: Martinus Nijhoff.

Dedekind, R. (1998). *Qué son los números y para qué sirven? y otros escritos sobre los fundamentos de la Matemática.* Edición e Introducción a cargo de José Ferreirós. Madrid: Ediciones Alianza Editorial – Universidad Autónoma de Madrid. 188p (Versão digitalizada transcripta do original publicado em alemão no 1887 disponível aqui: http://www.opera-platonis.de/dedekind/Dedekind_Was_sind_2.pdf.

Farber, M. (2012, jul-dez). Edmund Husserl e os Fundamentos de sua Filosofia. *Revista da Abordagem Gestáltica* – XVIII(2): 235-245. Título original: "Edmund Husserl and the Background of his Philosophy," publicado na revista Philosophy and Phenomenological Research, Vol. 1, Nr.1, p. 1-20 (1940), editada pela International Phenomenological Society

Fink, E. (Ed.). (1975, original de 1913). *Edmund Husserl: Introduction to the Logical Investigations; A Draft of a Preface to the Logical Investigations* (Translated with Introductions by Philip J. Bossert and Curtis H. Peters). The Hague: Martinus Nijhoff.

Fonseca, A. & Silva, D. (2019). Estudo Histórico do Paradoxo de Russell: A fecundidade de uma matemática falível. En Pérez-Vera, Iván Esteban; García, Daysi (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 544-553). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1153759/Fonseca2019Estudo.pdf

Frege, G. (1960, original de 1884). *The foundations of arithmetic: A logico-mathematical enquiry into the concept of number*. Translated by J. L. Austin. xxii + 119. New York: Harper & Brothers.

Gray, J. (2015). *The Real and the Complex: A History of Analysis in the Nineteenth Century*. xvi + 350 pp., figs., illus., apps., bibl., index. Cham, Switzerland: Springer.

Gray, J. (2015). The Construction of the Real Numbers. In: J. Gray. *The Real and the Complex: A History of Analysis in the 19th Century*. Springer Undergraduate Mathematics Series. Springer, Cham. Chapter 25, pp 253-258. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23715-2_25

Guamanga, M. H. (2021). Husserl: ¿Fenomenología de la matemática? *Eidos: Revista de Filosofía de la Universidad del Norte*, 36:170-192. http://www.scielo.org.co/pdf/eidos/n36/2011-7477-eidos-36-170.pdf

Haddock, G. E. R. (Ed.) (2016). *Husserl and Analytic Philosophy.* Berlin/Boston: Walter de Gruyter GmbH, pp. viii + 338.

Haddock, G. E. R. (2012) *Against the Current: Selected Philosophical Papers.* Frankfurt: Ontos. ISBN: 978386838148; PP. xii + 456.

Haddock, G. E. R. (2012). *Husserl's Relevance for the Philosophy and Foundations of Mathematics.* In Haddock, (2012). Chapter 3, pp 99-109.

Hartimo, M. (2006). Mathematical roots of phenomenology: Husserl and the concept of number, *History and Philosophy of Logic*, 27:4, 319-337,

https://doi.org/10.1080/01445340600619663
https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01445340600619663

Hill, C. O. (2002). On Husserl's Mathematical Apprenticeship and Philosophy of Mathematics. In: Tymieniecka, A. T. (Editor). *Phenomenology World-Wide: Foundations - Expanding Dynamics - Life-engagements, a Guide for Research and Study*. Seção II: LAYING THE FOUNDATIONS OF PHENOMENOLOGY, pp 78-93, 2002.

Hopkins, B.; Crowell, S. & Col. (Eds.). (2005). *The New Yearbook for Phenomenology and Phenomenological Philosophy, Vol. V*. New York: ROUTLEDGE-Taylor and Francis Group. f. 414

Hopkins, B.; Crowell, S. & Col. (Eds.). (2006). *The New Yearbook for Phenomenology and Phenomenological Philosophy, Vol. VI*. New York: ROUTLEDGE-Taylor and Francis Group. f. 364

Husserl, E. (1975, original de 1913). *Introduction to the Logical Investigations; A Draft of a Preface to the Logical Investigations.* (Eugen Fink, ed. Translated with Introductions by Philip J. Bossert and Curtis H. Peters). The Hague: Martinus Nijhoff.

Husserl, E. (1981, original de 1887). Über den Begriff der Zahl. Psychologische Analysen. Halle: Heyneman. In: P. Mc Cormick and F. Elliston (eds.), *Husserl: Shorter Works*, Notre Dame: University of Notre Dame Press, 1981, 92-120.

Husserl, E. (1980, original de 1948). *Experiencia y Juicio. Investigaciones Acerca de la Genealogía de la Lógica*. (Redacción y edición de Ludwig Landgrebe Con un epílogo de Lothar Ele y Traducción: Jas Reuter. Revisión de Bernabé Navarro) (Título original en alemán: Erfahrung und Urteil. Editada por Claassen. Hamburg: 1948.). México 20, D. F.: Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria (Primera edición en español, 1980)

Husserl, E. (2014). *Investigações Lógicas, Primeiro Volume, Prolegômenos à Lógica Pura*. De acordo com o texto de Husserliana XVIII Editado por Elmar Holenstein; Tradução de Diogo Ferrer. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2014, f. 114.

Husserl, E. (1962). *Lógica formal y trascendental*. (Trad. de L. Villoro). México: UNAM. (Original: *Formale und transzendentale Logik.*

Versuch einer Kritik der logischen Vernunft. Hua XVII. Hrsg. von P. Janssen. Den Haag: Nijhoff, 1974).

Husserl, E. (2003, original de 1891). *Philosophy of Arithmetic. Psychological and Logical Investigations with Supplementary Texts from 1887–1901.* Collected Works X, D. Willard, trans., Dordrecht: Kluwer. Original: Philosophie der Arithmetik. Psychologische und Logische Untersuchungen. Halle (Saale): C.E.M. Pfeffer (R. Stricker), 1891.

Ierna, C. (2005). The Beginnings of the Husserl's Philosophy, Part 1: On the Concept of the Number to Philosophy of Arithmetic. In: Hopkins, B.; Crowell, S. & Col., *The New Yearbook for Phenomenology and Phenomenological Philosophy, Vol. V*. Chapter 1, pp 1-56

Ierna, C. (2006). The Beginnings of Husserl's Philosophy, Part 2**:** From Über den Begriff der Zahl to Philosophie der Arithmetik. In: Hopkins, B.; Crowell, S. & Col., *The New Yearbook for Phenomenology and Phenomenological Philosophy, Vol. VI*. Chapter 3, pp 33-82

Ierna, C. (2016). The Reception of Russell's Paradox in Early Phenomenology and the School of Brentano: The Case of Husserl's Manuscript A I 35α. In: G. E. R., Haddock (ed.), *Husserl as Analytic Philosopher*. De Gruyter. pp. 119-142 (2016) /

Imaguire, G. & Cid, R. R. L. (eds.) (2020). *Problemas de Metafísica Analítica / Problems in Analytical Metaphysics*. Pelotas: Editora da UFPel / UFPel Publisher.

Klein, F. (1895, nov. 2). Über die Arithmetisierung der Mathematik. Nacharichten von der Königl. *Gesellschaft der wissenschafen zu Göttingen,* v.2, p. 82-91.

Klein, F. (1926). Vorlesungen ¨uber die Entwicklung der Mathematik im 19. *Jahrhundert.* Vol. 1. Berlin: Verlag Von Julius Springer. p. 611.

Klein, F. (1996, original de 1887). The arithmetizing of mathematics. In: Ewald, W. B. *From Kant to Hilbert: a source book in the foundations of mathematics*. Oxford: Oxford University Press, v. 1, pp 965-971.

Klein, F. (1895). *Ueber Arithmetisirung der Mathematik*. Göttinger Nachrichten (Geschäftliche Mittheilungen), 1895, p.82. (The arithmetizing of mathematics. Miss Maddison's translation in the Bulletin, 2d series, vol. 2, p.241, 1896).

Knopp, K. (1945). *Theory of Functions. Part I. Elements of the General Theory of Analytic Functions*. (Translated by Frederick Bagemihl, M.A.). New York: Dover Publications; 8 figures. vii + 146pp.

Knopp, K. (1945). *Analytic Continuation and Complete Definition of Analytic Functions*. In: Knopp, K. (1945), Ch. 8 pp 92-111.

Koenigsberger, L. (1874). *Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Functionen nebst einer Einleitung in die allgemeine Functionenlehre* (Palestras sobre a teoria das funções elípticas e uma introdução à teoria geral das funções), Volume 1 (Leipzig: Teubner, 1874), 1.

Kronecker, L. (2001, original de 1891) UBER DEN BEGRIFF DER ZAHL IN DER MATHEMATIK: Offentliche Vorlesung des Herrn Prof. Dr. L. Kronecker, gehalten an der Friedrich Wilhelms Universit¨at zu Berlim im Sommer Semester 1891. Nach stenographischen Aufzeichnungen. (Sobre o conceito de número em matemática. Palestra aberta do professor Kronecker, realizada na Universidade Friedrich Wilhelms em Berlim, no verão de 1891. De acordo com registros estenográficos) In: Boniface, J.; Schappacher, N. 'Sur le concept de nombre en mathématique' Cours inédit de Leopold Kronecker à Berlim (1891). *Revue d'histoire des mathématiques*, Tome 7 (2001) no. 2, pp. 207-275. http://www.numdam.org/item/?id=RHM_2001__7_2_207_0

Lapointe, S. (2012). *Bolzano's Theoretical Philosophy, An Introduction.* Houndmills, Basingstoke, Hampshire. Palgrave Macmillan; Series: History of Analytic Philosophy.

Lopes, A. C. M., & Sá, P. F. de. (2018). NÚMEROS REAIS: ASPECTOS HISTÓRICOS. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, *3*(9), 79–90. https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/56

Lopes, P. C. R. (2006). *Construções dos Números Reais.* (Dissertação de Mestrado em Matemática), Universidade de Madeira; Funchal, Portugal; Departamento de Matemática e Engenharias) p. 163. https://digituma.uma.pt/entities/publication/1ea14606-7fcb-468a-bdd7-67c8609c24ae (https://digituma.uma.pt/bitstreams/bd7362c5-56bf-4460-b05f-373d1fb79d82/download)

Lotze, R. H. (1884). *Logic in Three Book of Thought, of Investigation, and of Knowledge*. Oxford: Clarendon Press.

Magossi, J. C. (2020). O sonho de Lagrange. *Professor de Matemátca On Line (PMO), Revista Eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática*, v.8, n.1, https://doi.org/10.21711/2319023x2020/pmo8

Martins, A. P. A construção do Sistema dos Números Reais por Weierstrass. *In*: Encontro do Seminário Nacional de História da Matemática, 17, 2004, Lisboa. *Anais eletrônicos* [...] Lisboa: Museu de Ciência da Universidade de Lisboa, 2004, jun. 25 e 26. p. 1. https://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/1403.

Massa Esteve, M. R. (2016). Karl Weierstrass (1815-1897). El padre del análisis matemático. *Métode*, Nro. 88, p. 28-34. Disponível em: https://metode.es/revistas-metode/article-revistes/karl-weierstrass-1815-1897.html

Miller, G. A. (1925). Arithmetization in the History of Mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 11, No. 9 (Sep. 15, 1925), pp. 546-548 (3 pages). https://www.jstor.org/stable/84857

Miller, J. P. (1982). *Numbers in Presence and Absence: A Study of Husserl's Philosophy of Mathematics.* The Hague/Boston/London: Martinus Nijhoff Publishers.

Mohanty, J.N. (1977). Husserl and Frege: A New Look at their Relationship. In: Mohanty, J.N. (eds) *Readings on Edmund Husserl's Logical Investigations.* Springer, Dordrecht, 1977. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-010-1055-9_3

Novák, J. (ed.). (1988). *On Masaryk: texts in English and German*. Amsterdam: Rodopi.

Nunes, R. de O. (2020a). *Totalidades e estrutura mereológica: Um estudo sobre a natureza dos objetos compostos.* (Tese de Doutorado). Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ); Doutorado em Lógica e Metafísica. https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9310076#

Nunes, R. de O. (2020b). *Mereologia e o Problema da Composição*. Em: Imaguire & (eds.) (2020); Capítulo 4, pp 109-156.

Schuhmann, K. (1988). *Husserl and Masaryk*. In: Novák (1988), pp. 129-156.

Silva, C. M. S. da. (2021). As Notas de Aula de Karl Weierstrass em 1878. *Revista Brasileira de História da Matemática*, *21*(42), 294–328. https://doi.org/10.47976/RBHM2021v21n42294-328

Sinkevich, G. I. (2015). On the History of Number Line. *Antiquitates Mathematicae*, Vol. 9(1), p. 83–92. https://arxiv.org/pdf/1503.03117

Couto Soares, M. (2010). Notas sobre referência e intencionalidade: Frege e Husserl. *Phainomenon,* (20-21), 25-42. https://phainomenon-journal.pt/index.php/phainomenon/article/view/262

Stolz, O. (1881). "B. Bolzano's Bedeutung in der Geschichte der Infinitesimalrechnung" (A importância de B. Bolzano na história do cálculo). *Mathematische Annalen* 18, pp 255-279. Disponível In: https://gdz.sub.uni-goettingen.de/download/pdf/PPN235181684_0018/PPN235181684_0018.pdf

Tymieniecka, A. T. (Editor). (2002) *Phenomenology World-Wide: Foundations - Expanding Dynamics - Life-engagements, a Guide for Research and Study*. Kluwer Academic Publishers.

Varga, P. A. (2018). Husserl's Early Period: Juvenilia and the Logical Investigations. In: Zahavi, Dan. (ed.). *The Oxford Handbook of the History of Phenomenology*. Chapter 6, pp 144–177.

Vilela, D. S. (1993). A caracterização dos números reais por Georg Cantor. *Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência, [S. l.]*, n. 10, p. 85–94, https://rbhciencia.emnuvens.com.br/rsbhc/article/view/444.

Von Helmholtz, H. (1977, original de 1887). Numbering and Measuring from an Epistemological Viewpoint From: Philosophische Aufsätze Eduard Zeller zu seinem fünfzig-jährigen Doktorjubiläum gewidmet ["Philosophical essays dedicated to Eduard Zeller on the occasion of the fiftieth anniversary of his doctorate"], Leipzig, Fues' Verlag, 1887, pp. 17-52. Reprinted in Wissenschaftliche Abhandlungen, vol. III, pp. 356-391. In: Von Helmholtz, Hermann. *Epistemological*

Writings. The Paul Hertz/Moritz Schlick Centenary Edition of 1921, with notes and commentary by the editors; newly translated by Malcolm F. Lowe; edited, with an introduction and bibliography, by Robert S. Cohen and Yehuda Elkana. Dordrecht-Holland /Boston-U.S.A: D. Reidel Publishing Company, 1977. Chapter III, p. 72-114.

Wang, Y., Wang, C. Bolzano and Phenomenology. *Cultural and Religious Studies*, February 2022, Vol. 10, No. 2, 85-90. https://www.davidpublisher.com/Public/uploads/Contribute/6232f93f3419e.pdf

Zahavi, D. (Ed.). (2018). *The Oxford Handbook of the History of Phenomenology*. Oxford: Oxford University Press, Chapter 6, pp 107–134. https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780198755340.001.0001.