

Temas Contemporâneos Transversais: contextualização para o ensino de funções no Ensino Médio visando uma Educação Matemática Crítica

Rosângela Ferreira Domingues ^a 

Clarissa de Assis Olgin ^b 

^a Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso (SEDUC/MT), Rondonópolis, MT, Brasil

^b Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), Canoas, RS, Brasil

RESUMO

Contexto: O conteúdo de funções perpassa todo o currículo de Matemática do Ensino Médio e sua aplicabilidade é percebida em várias situações do cotidiano. Por sua importância, há a necessidade de se buscar estratégias de como melhorar o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. **Objetivos:** Analisar a aplicação de uma sequência didática com o estudo de funções desenvolvido de forma contextualizada, utilizando os Temas Contemporâneos Transversais (TCT), explorando as diferentes representações, visando potencializar o processo de ensino e aprendizagem, buscando uma formação crítica aos estudantes do Ensino Médio. **Desenho:** A metodologia adotada foi qualitativa, com análise interpretativa dos dados. **Ambiente e participantes:** O local da pesquisa foi uma escola da rede estadual de Rondonópolis/MT. Os participantes foram 20 estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Coleta e análise de dados:** A coleta e análise de dados foram realizadas a partir da aplicação da sequência didática. **Resultados:** A sequência didática permitiu a exploração dos ambientes de aprendizagem e outros aspectos da Educação Matemática Crítica (EMC), bem como a utilização dos Registros de Representação Semiótica (RRS). **Conclusões:** A sequência didática apresentou resultados positivos, pois foi possível verificar que houve avanços significativos referentes ao conteúdo de função, principalmente a partir do uso dos RRS. Além disso, o trabalho com os TCT e com os pressupostos da EMC, indica que foi desenvolvida a competência democrática, proporcionando conhecimentos e habilidades para que os estudantes participantes possam vir a agir como cidadãos críticos e responsáveis na atuação deles nos diversos setores da sociedade.

Palavras-chave: Ensino Médio; Educação Matemática Crítica; Temas Contemporâneos Transversais; Registro de Representação Semiótica; ensino e aprendizagem de funções.

Autor correspondente: Rosângela Ferreira Domingues.

E-mail: rosangela.domingues@rede.ulbra.br

Contemporary Transversal Themes: contextualization for the teaching of functions in High School aiming at Critical Mathematics Education

Background: The content of functions permeates the entire high school mathematics curriculum, and its applicability is perceived in several everyday situations. Due to its importance, there is a need to seek strategies to improve the teaching and learning process of students. **Objectives:** To analyze the application of a didactic sequence with the study of functions developed in a contextualized way, using Contemporary Transversal Themes (TCT), exploring the different representations, aiming to enhance the teaching process, seeking critical formation for high school students. **Design:** The methodology adopted was qualitative, with interpretative analysis of the data. **Environment and participants:** The research site was a state school in Rondonópolis/MT. There were 20 students in the 3rd year of High School. **Data collection and analysis:** Data collection and analysis were performed based on the application of the didactic sequence. **Results:** The didactic sequence allowed the exploration of learning environments and other aspects of Critical Mathematics Education (CME), as well as the use of Semiotic Representation Records (RSR). **Conclusions:** The didactic sequence presented positive results, as it was possible to verify that there were significant advances regarding the function content, mainly from the use of RSR. In addition, the work with TCT and with the CME assumptions indicates that democratic competence was developed, providing knowledge and skills so that the participating students can act as critical and responsible citizens in their actions in the various sectors of society.

Keywords: High School; Critical Mathematical Education; Contemporary Transversal Themes; Register of Semiotic Representation; teaching and learning of functions.

INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta os Temas Contemporâneos Transversais (TCT) como uma extensão dos já conhecidos Temas Transversais constantes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Assim, a BNCC preconiza que esses TCT sejam trabalhados de forma a contextualizar o ensino dos conteúdos das áreas do conhecimento.

O Ensino de Matemática requer uma busca contínua por aprimoramento na implementação de práticas educativas que promovam um currículo mais flexível e contextualizado, oferecendo aos estudantes oportunidades para um aprendizado ativo e participativo. Para os professores da Educação Básica, ao desenvolver esse currículo, é crucial não apenas dominar o conteúdo da disciplina, mas também entender as diversas maneiras pelas quais os estudantes assimilam e constroem conhecimentos.

Na busca por um ensino contextualizado, no desenvolvimento do trabalho de doutoramento da primeira autora, decidiu-se por um trabalho aliando os TCT ao objeto matemático função. Essa integração tem por objetivo estimular a competência crítica dos estudantes do Ensino Médio por meio dos pressupostos da Educação Matemática Crítica (EMC) na perspectiva de Skovsmose (2001, 2010, 2015). Assim, foi realizado um trabalho de investigação por meio da implementação de uma sequência didática cujo objetivo era o de investigar como o estudo de funções, ensinado a partir de atividades contextualizadas pelos TCT, contribui para o desenvolvimento do estudante almejando assim uma EMC.

TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS

Os Temas Contemporâneos Transversais (TCT) estão presentes na BNCC como temas obrigatórios e norteadores do ensino na Educação Básica brasileira. Eles devem ser utilizados de forma a contextualizar o que é ensinado, pois eles trazem temas que podem ser interessantes e relevantes para o desenvolvimento dos estudantes como cidadão, destacando que: “o grande objetivo é que o estudante não termine sua educação formal tendo visto apenas conteúdos abstratos e descontextualizados, mas que também reconheça e aprenda sobre os temas que são relevantes para sua atuação na sociedade” (Brasil, 2019a, p.7).

Assim, esses temas são chamados de contemporâneos porque dialogam diretamente com a realidade vivida pelos estudantes brasileiros. São considerados transversais por atravessarem diversas áreas do conhecimento, o que os torna relevantes para compreender e enfrentar os desafios da sociedade atual. No contexto escolar, referem-se a questões que respondem às demandas contemporâneas — temas presentes no cotidiano das comunidades, das famílias, dos estudantes e dos educadores — e que, por isso, influenciam o processo educacional (Brasil, 2019a).

Nesse sentido, a BNCC organiza esses temas em seis macroáreas temáticas, que por sua vez se desdobram em quinze temas, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1

Temas Contemporâneos Transversais. (Brasil, 2019a, p.13)



As práticas educativas com os TCT deve estar presente em todo o currículo escolar. Segundo a BNCC, essas propostas podem ser desenvolvidas dentro de um único componente curricular ou integrando múltiplos componentes, por meio de abordagens intradisciplinares, interdisciplinares ou transdisciplinares, mas sempre de forma transversal às áreas do conhecimento (Brasil, 2019b). A abordagem dos TCT deve estar conectada à dinâmica social do cotidiano, de modo a tornar seu estudo relevante. Essa conexão permite integrar seus conteúdos aos temas tratados em sala de aula e aos objetivos das competências gerais da BNCC, que visam à formação cidadã e ao desenvolvimento de atitudes e valores (Brasil, 2019a).

Dessa forma, o trabalho com os TCT é significativo e dá relevância aos conteúdos escolares, sendo que, a partir da utilização no ensino de função pode ser um diferencial para promover uma aprendizagem contextualizada aos estudantes do Ensino Médio. Além disso, lidar com as questões abordadas nesses temas é fundamental para a construção de um futuro mais justo, inclusivo e sustentável para os nossos jovens, que são pressupostos de uma Educação Matemática Crítica (EMC), que será abordada na próxima seção.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

A Educação Matemática Crítica (EMC) perpassa pela relação que a Educação Matemática (EM) tem com a competência democrática que todo cidadão precisa ter para agir em sociedade. Para tratar essa questão da democracia, Skovsmose (2001) aponta uma preocupação em que a EM deve estar envolvida na construção dessa competência democrática na sociedade, sendo que o conteúdo matemático deve ser desenvolvido de forma a servir como ferramenta da democratização.

Um ponto essencial para o desenvolvimento da competência democrática é a reflexão que pode ser considerada como um dos pontos principais da EMC, pois é a partir da reflexão que se pode tomar decisões sobre as ações que devem ou não ser desenvolvidas em uma situação específica, seja em questões do cotidiano, questões políticas ou questões sociais, inclusive na EM. Essa constatação se embasa na descoberta de Skovsmose (2001) de que a noção da crítica deve ser desenvolvida a partir da noção da incerteza, pois ele considera que a crítica não pode ser fundamentada e, mesmo em uma abordagem crítica que faça parte da EMC, deve ser construída a partir de um processo investigativo. Para tanto, as abordagens para a EMC não devem partir de algo pronto ou predeterminado, mas devem ser deixadas em aberto para se buscar novas possibilidades educacionais por meio da investigação e da reflexão. Complementa ainda que, a reflexão precisa contemplar não só o conteúdo de aprendizagem, mas também a relevância da aplicação desse conteúdo na vida do estudante, precisando para isso, que ele tenha autonomia para discutir o que está aprendendo e como está aprendendo.

Skovsmose (2010) amplia a discussão sobre as ações como objetos de reflexão, pois, para ele, elas tanto podem ser consideradas encantadoras e oportunas como também podem ser tomadas pelo oposto disso, logo há a necessidade de reflexão de qualquer que seja a ação e, principalmente as que se concretizam a partir da Matemática. Nesse contexto, o autor diz que as ações precisam ser julgadas por meio da reflexão que podem estar associadas a profundas considerações éticas que envolvem tanto o sujeito que está refletindo como a ação que está sendo refletida. Dessa forma, as reflexões estão diretamente ligadas ao julgamento das ações próprias ou do outro, mas não é um conceito simples, pois há muitas concepções que podem ser consideradas, inclusive em um contexto escolar na EM (Skovsmose, 2015).

Sendo assim, a reflexão Matemática pode ser utilizada em diversas situações de aprendizagem seja em uma aula com projetos ou mesmo em uma aula baseada apenas em exercícios propostos pelo livro didático, é possível

levantar situações que levem a reflexões por parte dos estudantes. Pode-se questionar os dados, refletir sobre as propriedades matemáticas, argumentar os resultados, propor alterações de dados, entre outras possibilidades. As reflexões precisam de diálogos, sendo mais um processo de interação do que individual, mesmo podendo ter reflexões individuais.

Toda a reflexão explorada leva ao desenvolvimento do conhecimento reflexivo que Skovsmose (2001) afirma ser necessário para avaliação dos atos e decisões dos governantes, pois, com o aumento da influência da tecnologia nas sociedades contemporâneas, também aumenta a influência da tecnologia na questão da democracia. Ainda, para avançar no trabalho com o conhecimento reflexivo, a partir da EM, é necessário fazer indagações também sobre os cálculos matemáticos: se estão corretos; se foram realmente necessários; se teria outro método de resolução; e sobre se os resultados são suficientes ou confiáveis. Skovsmose (2001) destaca a importância da contextualização para se fazer essas investigações, considerando uma situação educacional ampla, levando a reflexões dentro de uma EMC. Dessa forma, Skovsmose (2015) pontua que a EMC é mais que uma subdivisão da Educação Matemática, sendo considerada como uma EM mais voltada para a reflexão sobre a realidade social e para o desenvolvimento de um olhar crítico por parte dos estudantes.

Nesse contexto, Skovsmose (2015) apresenta o conceito de *matemacia*, definido como a capacidade de lidar com diferentes técnicas da matemática. O autor explica que essa competência pode ser entendida como a habilidade de compreender e manipular ideias, algoritmos e procedimentos matemáticos; de aplicá-los em diferentes situações; e de refletir criticamente sobre essas aplicações.

Assim, Skovsmose (2015) aponta que a EM deve ter o papel de preparar os jovens para que eles adquiram essas habilidades, integrando os estudantes em perspectivas, discursos e técnicas que serão necessários para suas carreiras futuras e para o desenvolvimento dos esquemas econômicos e tecnológicos atuais. Nesse sentido, a *matemacia* tem a sua importância, mas sem esquecer que grupos de estudantes em diferentes contextos (sejam econômicos, sociais ou culturais) vivenciam a Matemática de formas diferentes, logo a *matemacia* também será desenvolvida de formas diferentes. Desse modo, a EM deverá contemplar essa variedade, tendo como desafio partir da realidade do estudante, mas sem limitar o conhecimento e sim expandindo de forma que ele desenvolva a *matemacia* para agir também em contextos que possam ser diferentes do seu.

Nesse processo, para o desenvolvimento das aulas com o intuito de promover uma EMC aos estudantes envolvidos, Skovsmose (2010) apresenta seis ambientes de aprendizagem, classificados com base em três tipos de referência: Matemática pura, semirrealidade e realidade. Esses ambientes se relacionam com a prática em sala de aula, sendo explorados por meio de exercícios ou cenários de investigação¹. A semirrealidade é descrita pelo autor como um tipo de situação de aprendizagem inspirada na realidade, mas que não exige dados precisos. A Figura 2 apresenta os ambientes:

Figura 2

Ambientes de aprendizagem. (Adaptada de Skovsmose, 2010)

Referências	Prática da aula	Ambientes
Matemática Pura	Exercícios	1 – Dominado pela Matemática pura, por exemplo, as expressões ou equações apresentadas sem nenhuma relação com a realidade.
	Cenário de Investigação	2 – Caracterizado como aquele que envolve números e figuras geométricas, por exemplo, um exercício com translação de figuras para uma tabela numérica.
Semirrealidade	Exercícios	3 – É constituído por exercícios que envolvem a semirrealidade, por exemplo, um exercício ou problema envolvendo uma situação baseada em uma situação real de compras.
	Cenário de Investigação	4 – Há a presença de referência à produção de exercícios, mas com explorações e explicações por parte dos estudantes, com simulações de situações reais com espaço para o estudante analisar dados e tomar decisões.
Realidade	Exercícios	5 – São trabalhados exercícios baseados na realidade, por exemplo, podem ser trabalhados diagramas de uma situação real e, a partir dele, ser explorados questões do conteúdo que está sendo trabalhado pelo professor, possibilitando o diálogo entre o professor e os estudantes com possibilidade de os estudantes questionarem e acrescentarem informações ao exercício.
	Cenário de Investigação	6 – Tem-se a realidade como cenário de investigação que é tratada no trabalho com projetos onde podem ser feitas as investigações matemáticas.

Skovsmose (2010) faz um paralelo entre a prática de aulas somente com exercícios ou utilizando os cenários de investigação por meio dos

¹ Skovsmose (2010) diferencia a prática em sala de aula baseada em cenários daquela centrada apenas em exercícios. Segundo o autor, essa distinção ocorre a partir das referências — como ações, motivos ou contextos — que orientam os estudantes na construção de significados relacionados aos conceitos matemáticos.

ambientes de aprendizagem e conclui que a escolha por qual percurso seguir deve ser feita pelo professor juntamente com os estudantes, podendo inclusive perpassar por mais de um ambiente em uma determinada aula. É ainda importante ressaltar que, nos ambientes que envolvem um cenário de investigação, o estudante tem a possibilidade de explorar, questionar, propor soluções e outras ações que o levem à reflexão.

A partir desses pressupostos, procurou-se implementar uma sequência didática almejando o desenvolvimento da competência crítica dos estudantes participantes da pesquisa.

OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

O estudo dos Registros de Representação Semiótica (RRS) foi importante para o trabalho com o conteúdo de função, objeto de conhecimento matemático que foi estudado na tese de doutorado. Como esse conteúdo tem um conceito muito abstrato, requer diferentes registros para a sua compreensão e os estudos de Duval referente à aprendizagem Matemática, alertam para a necessidade de desenvolver um sistema cognitivo que utilize mais do que a linguagem natural e/ou de imagens. Esse sistema precisa se valer de todo um sistema semiótico de representação e de expressão, que faz uso de símbolos, linguagem natural, fórmulas algébricas, figuras, entre outros, que podem oportunizar a compreensão e aprendizagem de objetos matemáticos.

Dessa forma, para o entendimento a respeito da aprendizagem, torna-se imprescindível buscar a compreensão das diferentes formas pelas quais os estudantes adquirem conhecimento. Direcionando o foco para a compreensão específica da aprendizagem em Matemática, nesta seção serão apresentadas as contribuições teóricas de Duval (2009, 2011a, 2011b, 2012, 2016a, 2016b, 2018) visando o avanço no entendimento da aprendizagem nesse contexto.

Para Duval (2009), a aprendizagem em Matemática se caracteriza como um campo de estudo que engloba as análises das atividades cognitivas essenciais como a conceituação, a interpretação de textos, o raciocínio e a resolução de problemas. Para que essa aprendizagem ocorra de forma a possibilitar aos estudantes uma compreensão efetiva da Matemática, com contribuições na formação geral deles, é necessário o desenvolvimento de um sistema cognitivo diferente daquele que é praticado nas outras disciplinas (Duval, 2011b, 2016b). Assim, no desenvolvimento dessas atividades cognitivas são necessárias representações além da linguagem natural ou de imagens, o que o autor caracteriza como sistemas semióticos de representação

e de expressão, que se utilizam de símbolos gráficos, linguagem natural, fórmulas algébricas, figuras, representações gráficas e outros (Duval, 2009).

As representações semióticas são aquelas formadas com a utilização de signos próprios de um sistema de representações com suas particularidades de funcionamento e significados (Duval, 2012). A palavra signo se refere ao que se usa para a comunicação, como hieróglifos, alfabetos e outros que formam um sistema de signos que possibilitam a execução da “Operação Semiótica”, sendo classificada como distinta das operações físicas, mentais ou conceituais (Duval, 2016a, p.10). Essa operação consiste na substituição de um ou mais símbolos em um cálculo matemático, tal como nas operações de cálculo.

Para o desenvolvimento do pensamento matemático, Duval (2016b) destaca duas características fundamentais da atividade cognitiva: a importância das representações semióticas e a diversidade com que essas representações são utilizadas na Matemática. Segundo o autor (2009, 2011b, 2012), elas são essenciais ao pensamento, pois contribuem diretamente para a formação de representações mentais, a realização de funções cognitivas e a construção do conhecimento. O autor enfatiza que compreender Matemática exige distinguir o objeto matemático de sua representação, já que um mesmo conceito pode ser expresso de diferentes formas. Assim, a aprendizagem ocorre quando o estudante entende tanto o conceito quanto suas múltiplas representações, sendo capaz de estabelecer conexões entre elas.

Sobre a grande variedade de representações semióticas utilizadas em Matemática, Duval (2016b) apresenta a língua natural, os sistemas de numeração (registro numérico), as figuras geométricas (registro geométrico), as escritas algébricas (registro algébrico) e as representações gráficas (registro gráfico). A articulação entre esses registros é o que vai permitir a compreensão dos objetos de conhecimento da Matemática (Duval, 2009, 2011a, 2011b, 2012, 2016a, 2016b, 2018). Sendo que essa articulação vai ocorrer a partir das transformações (operações) que podem ser efetuadas de um para outro (conversão entre registros) ou dentro do mesmo registro (tratamento).

Segundo Duval (2016b), tratamento é a transformação de representações dentro do mesmo registro semiótico, enquanto conversão envolve a mudança de um registro para outro, mantendo o mesmo objeto matemático. Nesse contexto, o autor ressalta que há possibilidades de transformações que são específicas de cada registro.

A escolha pela conversão ou pelo tratamento se dá de acordo com a finalidade da transformação. Enquanto o tratamento tem mais importância para

as demonstrações matemáticas, a conversão é importante para o desenvolvimento cognitivo da aprendizagem matemática. Assim, para Duval (2018) ocorre a aprendizagem matemática quando há um reconhecimento imediato de um mesmo objeto em representações diferentes. Ele destaca que quando o estudante tem esse reconhecimento, ele consegue fazer a conversão entre os registros, substituindo uma representação dada por outra representação totalmente diferente. E, para que realmente haja esse reconhecimento, o trabalho com o objeto matemático deve ser realizado com a mudança de registro de representação nos dois sentidos de conversão.

Duval (2018) afirma que os objetos matemáticos precisam de suas representações semióticas para serem acessados. Dessa forma, a função como objeto matemático, pode ser visualizada a partir de suas representações. Para o autor, as representações semióticas devem ser descritas conforme o registro nas quais foram produzidas e que determinam o seu conteúdo. Ele destaca que esse conteúdo apresenta duas características inseparáveis, sendo a primeira a apresentação de certas propriedades do objeto e ocultação de outras e, a segunda, a dependência total do sistema semiótico utilizado para produzir a representação desse objeto. Dessa forma, a escolha do tipo de representação vai depender das operações que se quer fazer para obter outras representações cujos conteúdos mostrarão dados ou informações novas.

No estudo do conceito de função, é fundamental articular diferentes registros de representação semiótica. O registro algébrico é utilizado para a definição da lei de formação; o numérico, para a análise de raízes e demais pontos; o figural, para a construção de tabelas; e o gráfico, para representar a função no plano cartesiano. Como os RRS também podem ser utilizados como instrumento de observação e análise da compreensão ou incompreensão na aprendizagem de Matemática, o método utilizado deve permitir observar as produções dos estudantes de forma a distinguir o que é tratamento e o que é conversão dos registros (Duval, 2016b). Pois, entende-se que cada tipo de transformações dos registros remete a domínios cognitivos diferentes. Quando o estudante realiza corretamente um tratamento, indica domínio das regras do registro utilizado. Já quando reconhece e consegue realizar a conversão entre os registros, o autor afirma haver uma transformação representacional, o que indica que houve a compreensão do assunto estudado. No caso específico da função, o método precisa ter o objetivo de analisar se o ensino está possibilitando aos estudantes uma aprendizagem que lhes permitam uma melhor compreensão desse objeto matemático, de forma que consigam fazer associações com situações e problemas reais para além da sala de aula.

METODOLOGIA

A metodologia utilizada foi a pesquisa qualitativa com o propósito de investigar o processo de ensino e aprendizagem a partir da aplicação de uma sequência didática desenvolvida para o ensino de funções aos estudantes do Ensino Médio, utilizando os TCT para contextualizar o trabalho com esse objeto de conhecimento. A pesquisa qualitativa é utilizada para responder a questões que são muito particulares, pois esse tipo de pesquisa se ocupa não somente de fatos, mas de um universo que compreende os significados, os valores, aspirações, crenças e atitudes dos seres humanos envolvidos (Minayo, 2016).

Para a construção da sequência didática foram utilizados livros do Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2021 – etapa do Ensino Médio. Foram selecionadas e adaptadas atividades contextualizadas com os TCT (educação financeira, educação para o consumo e ciência e tecnologia) que foram escolhidos pelos estudantes participantes da pesquisa por meio do questionário inicial da pesquisa. Além da contextualização, as atividades tiveram o intuito de explorar os RRS nos ambientes de aprendizagem com referências à semirrealidade ou à realidade dos estudantes (ambientes 3, 4, 5 e 6) na classificação de Skovsmose (2010). Ressalta-se que foram utilizados também os ambientes com cenários de investigação, mas esses foram considerados em termos de atividades com situações envolvendo algum tipo de investigação e não a proposta como um todo.

A pesquisa, que foi aprovada pelo comitê de ética (parecer n. 5.069.909), foi aplicada com 20 estudantes do 3º ano do Ensino Médio de 2023 da Escola Estadual Professor Domingos Aparecido dos Santos, localizada em Rondonópolis/MT, local de trabalho e moradia da primeira autora. Para o desenvolvimento das atividades foram utilizados os seguintes recursos: Google Sites; Geogebra Classroom; projetor *datashow*; dispositivos móveis (*Chromebooks*²); papel e caneta dentre outros.

APLICAÇÃO E ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática foi elaborada para ser trabalhada com a parte inicial do conteúdo de funções, abordando os seguintes tópicos: ideia de função,

² Os *Chromebooks* são dispositivos móveis que foram disponibilizados pela Secretaria de Estado de Mato Grosso para todas as escolas da rede estadual, para uso educacional pelos estudantes (Decreto estadual nº 1.497, de 10 de outubro de 2022).

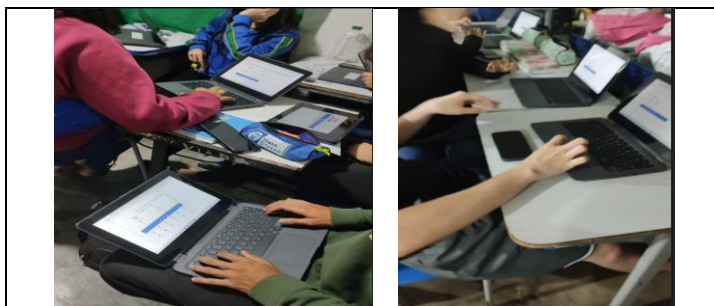
conceito e representação de função (língua natural, representação algébrica, representação figural, representação gráfica); gráfico de funções (utilização do GeoGebra para as construções e para resolução de problemas); características de função (crescimento e decrescimento, injetividade, sobrejetividade, bijetividade, função inversa; estudo do sinal de uma função para resolução de inequações).

Para a aplicação da sequência didática, as aulas foram ministradas a partir das atividades expostas aos estudantes pela professora pesquisadora. A situação foi apresentada por meio do *site*³ “O Estudo de Funções e os Temas Contemporâneos Transversais”, criado no Google Sites, que os estudantes acessaram utilizando os *Chromebooks* ou o próprio celular. O *site* apresenta o resultado do questionário inicial da pesquisa, os TCT, a parte teórica dos assuntos abordados, as atividades desenvolvidas e as atividades propostas com os *links* para a resolução no GeoGebra Classroom.

Após a leitura da situação abordada na atividade, os estudantes eram incentivados a propor caminhos para a resolução da situação e, ao mesmo tempo, a professora pesquisadora ia direcionando-os para a conceituação formal do tópico abordado na questão. Ao final de cada tópico, uma lista de atividades era proposta aos estudantes para resolverem em grupos ou individualmente. A Figura 3 mostra um dos momentos de desenvolvimento das atividades.

Figura 3

Estudantes desenvolvendo as atividades. (A pesquisa)



³<https://sites.google.com/edu.mt.gov.br/sequenciadidatica/in%C3%ADcio>. O *site* não é de acesso público, os estudantes tiveram acesso pelo *e-mail* institucional.

A sequência didática foi composta com 60 atividades que foram organizadas em duas categorias: situações de aprendizagem (SA) e atividades propostas (AP). As aulas para a aplicação da sequência didática aconteceram no segundo semestre de 2023, totalizando 23 aulas.

As SA envolvem exemplos, situações problemas e atividades com o objetivo de construção dos conceitos abordados, além de situações problemas nas quais são utilizados os conceitos desenvolvidos para resolver um problema. Já as AP, foram realizadas com o intuito de verificação da aprendizagem.

Análise das atividades com o TCT educação para o consumo

O TCT educação para o consumo foi trabalhado com o objetivo de despertar o consumo consciente dos estudantes, abordando situações que envolvem sustentabilidade. Esse tema, segundo a BNCC (Brasil, 2022b, p. 27), visa “educar os indivíduos para que conheçam os seus direitos de consumidor de bens e serviços, assim como os impactos de seus atos de consumo sobre os recursos naturais”, o que deve ser refletido nas suas ações como participante ativo na comunidade ou sociedade em que vive, bem como sobre o meio ambiente. Assim, as atividades contextualizadas com esse tema abordam assuntos como consumo de energia elétrica, cálculo do valor da tarifa de água, consumo de combustíveis fósseis e biocombustível, dentre outros.

No tópico “ideia de função” foram utilizadas duas situações de aprendizagem e uma atividade propostas (Tabela 1).

Tabela 1

Atividades envolvendo TCT educação para o consumo com ideia de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 1	Conhecimento reflexivo; ambientes de aprendizagem 4 e 6; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: figural, numérico e gráfico.
SA 2	Conhecimento reflexivo; ambiente de aprendizagem 3.	Língua natural, registros: algébrico e numérico.
AP 3	Conhecimento reflexivo; ambientes de aprendizagem 5 e 6, desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: figural, algébrico e numérico.

No tópico “conceito e representação de função” foram utilizadas quatro SA e duas AP (Tabela 2).

Tabela 2

Atividades envolvendo TCT educação para o consumo com conceito e representação de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 6	Ambientes de aprendizagem 3 e 4.	Língua natural, registros: algébrico, figural e numérico. Conversão do registro figural para o numérico e língua natural.
SA 9	Ambientes de aprendizagem 5 e 6.	Língua natural, registros: algébrico e numérico.
SA 10	Conhecimento reflexivo; ambientes de aprendizagem 3 e 4; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: algébrico, numérico e gráfico. Conversão da língua natural para o gráfico e para o algébrico.
SA 12	Conhecimento reflexivo; ambientes de aprendizagem 5 e 6; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: algébrico e numérico. Conversão do registro numérico (tabela) para o algébrico.
AP 14, AP 15, AP 16	Conhecimento reflexivo; ambientes de aprendizagem 3, 4, 5 e 6; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: algébrico, gráfico e numérico. Conversão entre todos os registros e inclusive do gráfico para o algébrico.

No tópico “gráfico de função” foram utilizadas uma SA e quatro AP (Tabela 2).

Tabela 3

Atividades envolvendo TCT educação para o consumo com gráfico de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 22	Ambientes de aprendizagem 3 e 4.	Língua natural, registros: algébrico, numérico e registro gráfico.
AP 19, AP 20, AP 21, AP 23	Ambientes de aprendizagem 3, 4, 5 e 6; conhecimento reflexivo, desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registro: numérico, algébrico e gráfico. Conversão entre todos os registros, inclusive do registro gráfico para os demais.

Apresenta-se a análise da atividade AP 16 (Figura 4) que aborda o TCT educação para o consumo e foi proposta para o trabalho com o conceito e as diferentes representações de função.

Figura 4

Atividade proposta no tópico conceito e representação de função (AP 16).
(Adaptada de Cevada et al., 2020)

AP 16 (adaptada de Cevada *et al.*, 2020). O diretor da Escola Domingos emitiu uma notificação solicitando a todos os membros da comunidade escolar que buscassem meios para diminuir o consumo de água na escola, pois o bairro estava passando por um problema de reabastecimento desse recurso tão essencial. Pensando em uma maneira de conscientizar os alunos sobre esse assunto, o professor de Matemática da turma do terceiro ano propôs a um grupo de alunos que anotassem a quantidade de água que sai de uma torneira no pátio da escola que, com frequência, era esquecida aberta pelos estudantes. Os alunos anotaram alguns dos valores no diagrama de flechas ao lado.

Em seguida o professor solicitou ao grupo de alunos que:

- Registre esses dados em uma tabela.
- Analise se essa relação é uma função, justifique.
- Em caso afirmativo, determine o domínio e a imagem.
- Construa um gráfico que represente os valores dessa tabela no plano cartesiano, utilizando o aplicativo *GeoGebra*.
- Observe os pontos no plano cartesiano. Como esses pontos estão dispostos? É possível descrevê-los por meio de uma lei de formação? Em caso afirmativo, qual é essa lei?
- Obtenha os valores de $f(10)$ e $f(15)$. O que esses resultados significam?
- É possível determinar um valor de x para $f(x) = 43,2$. Qual seria esse valor?
- É possível determinar x pertencente ao domínio tal que $f(x) = -4,8$?
- Considerando a função encontrada, se a torneira for esquecida aberta durante 1 hora todos os dias durante uma semana, qual será a quantidade de litros de água que será desperdiçada nesse período?

Tempo que a torneira ficou aberta (minutos)	Volume de água por minuto (litros)
1	2,4
2	4,8
3	7,2
4	9,6
5	12

Essa atividade (AP 16) foi adaptada para envolver a realidade dos estudantes, utilizando o nome da escola onde estudam e uma situação que poderia acontecer. Além de explorar as diferentes representações da função, possibilitou o início do trabalho com o *software* GeoGebra. Para isso, foi utilizado o GeoGebra Classroom, acessado por meio dos *Chromebooks*. O item “a” dessa atividade trabalha a conversão do registro figural para o registro numérico. Destaca-se que os estudantes não apresentaram dificuldades nesse item. A Figura 5 apresenta imagens das resoluções de três estudantes.

Figura 5

Resolução de três estudantes no item “a” da AP 16. (Produção dos participantes da pesquisa)

Minutos	Água em litros
1	2,4
2	4,8
3	7,2
4	9,6
5	12

Estudante 4

TEMPO (min)	Litros
1	2,4
2	4,8
3	7,2
4	9,6
5	12

Estudante 11

Tempo (min)	Litros
1	2,4
2	4,8
3	7,2
4	9,6
5	12

Estudante 18

Ressalta-se que os estudantes utilizaram os recursos do *Chromebook* e do *Geogebra Classroom* com bastante facilidade no desenvolvimento das resoluções.

No item “b”, os estudantes precisaram julgar se a relação apresentada era ou não função fazendo uso do conhecimento reflexivo (Skovsmose, 2001). Percebeu-se que os estudantes fizeram buscas na *internet* e utilizaram o *site* da sequência didática apresentando respostas diversas (Figura 6).

Figura 6

Respostas apresentadas para o item “b” da AP 16. (Produção dos participantes da pesquisa)

Estudante 3: “Sim, porque sim.”
Estudante 4: “É uma função pois irá ter valor final.”
Estudantes 7, 14, 17 e 18: “O conjunto X é o conjunto dos valores de entrada. A função do aplicativo opera de alguma maneira com x e produz uma saída: um valor y do conjunto Y. O programa do aplicativo associa uma única resposta y para cada comando x.”
Estudantes 3 e 11: “Sim. Conhecemos como função a relação entre os conjuntos A e B na qual, para todo elemento do conjunto A, há um único correspondente no conjunto B. Quando essa relação existe, ela é descrita da seguinte maneira $f:A \rightarrow B$ (função de A em B).”
Estudante 12: “O conjunto x é o conjunto de valores que de alguma maneira produz um valor y do conjunto y.”
Estudante 16: “Sim, pois Função é uma regra que relaciona cada elemento de um conjunto (representado pela variável x) a um único elemento de outro conjunto (representado pela variável y). Para cada valor de x, podemos determinar um valor de y, dizemos então que y está em função de x.”
Estudante 19: “Sim, porque ela segue as regras, o conjunto X é o conjunto dos valores de entrada, cada tempo vai gerar um valor diferente de água (o valor não se repete).”

Observa-se que mesmo tendo acesso a instrumentos de pesquisa, somente dez estudantes responderam e as respostas não foram totalmente

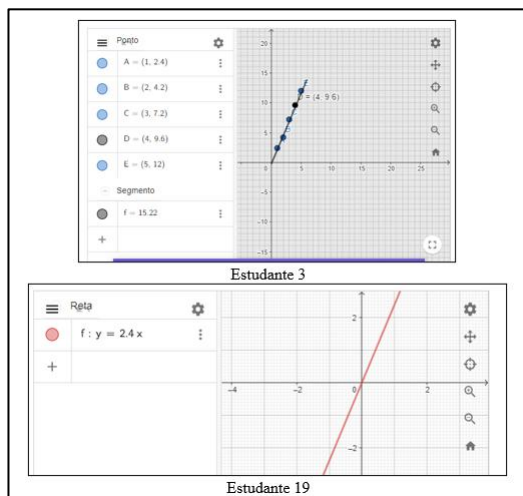
adequadas à questão, pois não relacionaram corretamente os dados da atividade, oito participantes só copiaram a definição que acharam em suas pesquisas e um nem justificou. Destaca-se que o Estudante 19 conseguiu adequar a resposta às grandezas apresentadas pelo exercício. Assim, pode-se concluir, que os estudantes ainda apresentaram dificuldades na formalização do conceito de função.

Em relação ao item “c” da AP 16, que solicitava a identificação dos conjuntos domínio e imagem da função: sete estudantes responderam que o domínio era o tempo e a imagem, os litros; três estudantes colocaram como domínio os valores apresentados no primeiro diagrama e como imagem os valores do segundo diagrama. Conclui-se que os estudantes assimilaram o conceito de domínio e imagem, mas não compreenderam que os valores expressos no diagrama representam somente uma fração do que seriam os conjuntos domínio e imagem, ou seja, todos os valores reais não negativos.

Para a construção do gráfico, solicitado no item “d” (AP 16), sete estudantes fizeram primeiro a conversão para o registro algébrico, escrevendo a lei da função $y = 2,4x$, para depois fazer a conversão para o registro gráfico. Já os outros três estudantes que resolveram essa atividade, utilizaram os pares ordenados obtidos por meio do registro figural. Na Figura 7, pode-se observar dois exemplos dessas construções.

Figura 7

Resposta de dois estudantes ao item “d” (AP 16). (Produção dos participantes da pesquisa)



Na resposta do Estudante 19 (item “d”) e dos outros seis estudantes que fizeram da mesma forma, o domínio não foi limitado ao conjunto dos reais não negativos para que a reta da função realmente representasse os dados do problema. Pode-se considerar que esse erro seja por não terem compreendido isso no item anterior.

Em relação ao item “e”, os dez estudantes responderam corretamente. Já no item “f”, os dez estudantes acertaram o cálculo, mas somente dois justificaram a resposta. No item “g”, foi fornecida uma imagem e solicitado o valor de x correspondente, cinco estudantes resolveram a equação e os outros cinco fizeram por tentativas, escolhendo valores e calculando as imagens para chegar ao resultado, mas todos os dez estudantes responderam corretamente a esse item. Para o item “h”, a resposta correta seria que não é possível um valor de x , pois a imagem tem que ser positiva, mas somente o Estudante 4 se atentou para esse fato, os demais erraram essa questão. O último item dessa atividade (AP 16) exigia as conversões entre os registros e os tratamentos no registro numérico, transformando as unidades de tempo em minutos para horas, dias e meses. Dessa forma, seis estudantes conseguiram responder corretamente ao item “i” e quatro estudantes fizeram somente cálculos parciais. Esse último item permitiu a exploração do tema educação para o consumo, considerando-se a reflexão sobre o desperdício de água, possibilitando a vinculação dos conceitos matemáticos ao TCT utilizado (Brasil, 2019a).

A AP 16 proporcionou o trabalho com a conversão, bem como os tratamentos dentro de um mesmo registro, respeitando as regras de cada registro (Duval, 2018). O TCT educação para o consumo tem destaque no item “i” da atividade a partir do cálculo do desperdício de água em um mês, considerando a torneira aberta uma hora por dia. Esse trabalho despertou a reflexão do quanto se pode economizar no consumo de água quando se tem um cuidado considerado simples, como o de fechar uma torneira. Essa reflexão com a Matemática, para Skovsmose (2010), é utilizada para tomada de decisões também de ordem econômica, política ou social.

Análise das atividades com o TCT educação financeira

O TCT educação financeira foi trabalhado com o objetivo de possibilitar, aos estudantes, conhecimentos para que possam ser capazes de estabelecerem julgamentos, tomar decisões e atuar de forma crítica e reflexiva em relação aos problemas, e possíveis soluções, impostos pela vida econômica na sociedade em que vivem (Brasil, 2022a).

No tópicos “ideia de função” foram utilizadas duas situações de aprendizagem e uma atividade proposta (Tabela 4).

Tabela 4

Atividades envolvendo TCT educação financeira e ideia de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 1	Conhecimento reflexivo; ambiente de aprendizagem 4; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: figural, numérico e gráfico.
SA 3	Conhecimento reflexivo; ambiente de aprendizagem 3; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: algébrico e numérico.
AP 5	Ambiente de aprendizagem 3; conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: algébrico e numérico.

No tópicos “conceito e representação de função” foram utilizadas três SA e sete AP (Tabela 5).

Tabela 5

Atividades envolvendo TCT educação financeira e conceito e representação de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 7	Conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> ; ambiente de aprendizagem 4.	Língua natural, registros: algébrico e numérico. Conversão do registro da língua natural para o algébrico.
SA 13	Conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> ; ambiente de aprendizagem 4.	Língua natural, registros: algébrico e numérico. Conversão do registro da língua natural para o algébrico.
SA 14	Ambiente de aprendizagem 4.	Língua natural e registro gráfico. Conversão do registro gráfico para a língua natural.
AP 6, AP 7, AP 8, AP 9, AP 10, AP 12, AP 14	Conhecimento reflexivo; ambientes de aprendizagem 3, 4, 5 e 6; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: algébrico, gráfico e numérico. Conversão do gráfico para o algébrico e algébrico para a língua natural.

No tópico “gráfico de função” foram utilizadas quatro SA e quatro AP (Tabela 6).

Tabela 6

Atividades envolvendo TCT educação financeira e gráfico de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 19	Ambientes de aprendizagem 3 e 4.	Língua natural, registros: numérico e gráfico. Trabalha a conversão do sentido algébrico para o gráfico.
SA 20	Conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> ; ambiente de aprendizagem 4.	Língua natural, registros: algébrico, numérico e gráfico. Conversão do registro da língua natural para os demais registros.
SA 21	Ambiente de aprendizagem 3.	Língua natural, registros: algébrico e gráfico. Conversão do registro do registro gráfico para o algébrico.
SA 23	Ambiente de aprendizagem 4.	Língua natural, registros: numérico e gráfico. Conversão do registro gráfico para o numérico e para a língua natural.
AP 17, AP 18, AP 19, AP 23	Ambientes de aprendizagem 3 e 4; conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: numérico, gráfico e algébrico. Conversão entre todos os registros, inclusive do gráfico para o algébrico e para a língua natural.

No tópico “características de função” foram utilizadas seis SA e quatro AP (Tabela 7).

Tabela 7

Atividades envolvendo TCT educação financeira e características de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 24	Ambiente de aprendizagem 3.	Língua natural e registro algébrico.
SA 25	Ambientes de aprendizagem 3 e 4.	Língua natural, registros: algébrico e numérico.

SA 26	Ambiente de aprendizagem 3.	Língua natural e registro numérico.
SA 29, SA 30	Conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> ; ambientes de aprendizagem 3 e 4.	Língua natural, registros: numérico, algébrico, gráfico e figural. Conversão nos dois sentidos entre o registro gráfico, algébrico e língua natural.
SA 31	Conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> ; ambientes de aprendizagem 3 e 4.	Língua natural, registros: numérico, algébrico e gráfico. Conversão do registro gráfico para o algébrico e língua natural
AP 26, AP 27, AP 28, AP 29	Ambiente de aprendizagem 3; conhecimento reflexivo.	Língua natural, registros: numérico, algébrico e figural. Conversão do registro figural (esboço) para a língua natural.

Apresenta-se a análise da atividade AP 18 (Figura 8) que foi proposta com o intuito de trabalhar o TCT educação financeira em um ambiente de aprendizagem (tipos 3 e 4), pois trabalha uma situação de semirrealidade em que os estudantes tiveram que utilizar os RRS (língua natural, registro algébrico, numérico e gráfico), fazendo as conversões e os tratamentos necessários para a resolução e apresentação dos resultados.

Figura 8

Atividade proposta sobre gráfico de função afim (AP 18). (Adaptada de Cevada et al., 2020)

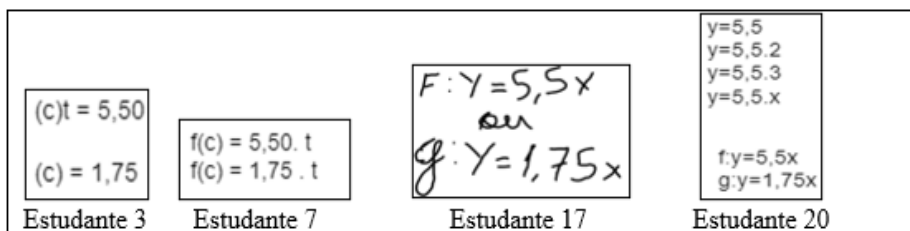
AP 18 (Adaptada de Cevada et al., 2020) - Se João toma café da manhã na padaria, ele gasta R\$ 5,50; se ele toma em casa, gasta R\$ 1,75.

- Para cada uma dessas situações determine uma lei de formação que relacione o custo c (em R\$) do café da manhã de João com o tempo t (em dias).
- Esboce o gráfico das duas funções no mesmo sistema cartesiano, utilizando o GeoGebra.
- Calcule o gasto anual de cada uma das opções. Qual é a economia que João fará se tomar café da manhã somente em casa?
- Com quantas pessoas ele pode compartilhar o café da manhã se estiver disposto a usar essa economia para uma causa social?

Para a resolução do item “a” da atividade em questão, foi necessária a conversão da língua natural para o registro algébrico, destaca-se que 13 estudantes responderam esse item. A Figura 9 apresenta a resolução de quatro estudantes.

Figura 9

Resolução de quatro estudantes ao item “a” da AP 18. (Produção dos participantes da pesquisa)

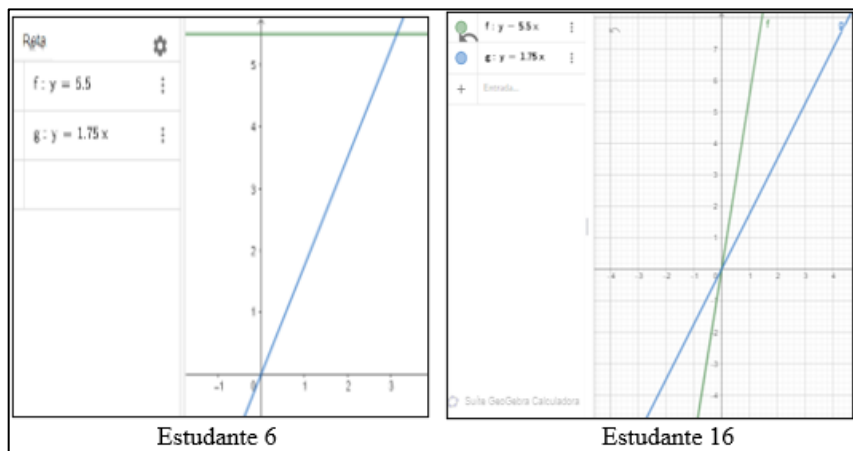


Observando-se as respostas apresentadas, nota-se que o Estudante 3 não conseguiu fazer a conversão corretamente, pois ele não identificou a variável tempo na lei da função. O Estudante 7 conseguiu fazer a conversão corretamente, faltando nomear as funções de forma diferente e utilizar a mesma letra para representar a variável, destaca-se que mais dois estudantes responderam de forma análoga. O Estudante 17 expressou a lei da função, conseguindo fazer a conversão com facilidade, além dele mais um estudante respondeu da mesma forma. Já o Estudante 20 trabalhou inicialmente alguns valores da imagem para depois escrever a função “f” no registro algébrico, mas na função “g”, ele identificou de imediato a lei de formação; assim como esse estudante, outros seis apresentaram respostas semelhantes, mas dois deles só expressaram a lei da primeira função.

Em relação ao item “b”, a AP 18 solicitou a conversão do registro algébrico para o gráfico com a construção da representação gráfica das duas funções utilizando o GeoGebra. A Figura 10 mostra a resolução de dois estudantes.

Figura 10

Resolução dos Estudantes 6 e 16 para o item “b” da AP 18. (Produção dos participantes da pesquisa)



O Estudante 6 não utilizou corretamente a lei da primeira função, logo a representação gráfica não está correta em relação ao exercício, além dele, outro estudante fez da mesma forma. Já a construção do Estudante 16 representou as duas funções adequadamente, o que faltou foi a restrição ao domínio que deveria ser somente os números positivos, outros nove estudantes fizeram construções semelhantes. Destaca-se que o Estudante 3 que errou o item anterior não apresentou nenhuma resolução nesse item.

No item “c” da AP 18, foi solicitado que os estudantes calculassem o gasto anual com o café da manhã nas duas opções, tomando o café na padaria e tomando em casa, e o cálculo da economia na opção mais barata. Para essa resolução, foi necessário o cálculo da imagem de cada uma das funções para o valor 365 dias e isso poderia ser feito utilizando o registro gráfico no GeoGebra, mas os estudantes optaram por fazer a conversão da lei da função para o registro numérico. Nesse item, somente nove estudantes apresentaram suas resoluções, sendo que todos acertaram a resposta, mas somente dois converteram a resposta para a língua natural. Já no item “d”, foi solicitado indicar com quantas pessoas seria possível dividir o café da manhã, considerando a economia na opção mais barata, a Figura 11 apresenta a resolução de três estudantes.

Figura 11

Resposta de três estudantes ao item “d” da AP 18. (Produção dos participantes da pesquisa)

$1369 \div 1,75 = 782$ 782 pessoas $1369 \div 5,5 = 248$	$1.368,75 \div 1,75$ 782,14 QUANTIDADE DE PESSOAS	Depende do valor que João estará disposto a doar por pessoa.
Estudante 16	Estudante 18	Estudante 20

O item “d” (AP 18) não deixa claro como deve ser o compartilhamento do café da manhã, se em casa ou na padaria. Sendo assim, para tomar essa decisão, os estudantes tiveram que fazer uma reflexão sobre a Matemática (Skovsmose 2010), ou seja, por meio dos cálculos realizados no item anterior, escolheram um preço e o utilizaram. Dos oito estudantes que responderam a esse item, constatou-se que (Figura 11): o Estudante 16 não tomou essa decisão e apresentou os cálculos para as duas situações; seis estudantes utilizaram os dados do café da manhã mais barato, como o Estudante 18; e o Estudante 20 não apresentou cálculos e deu uma resposta um tanto aleatória, utilizando a língua natural, mas que não pode ser considerada errada já que a pergunta ficou meio aberta.

Essa atividade (AP 18) proporcionou a visualização de duas funções em vários registros (língua natural, registro numérico, algébrico e gráfico). Ressalta-se que dos 13 estudantes que começaram a atividade somente oito fizeram todos os itens, sendo que sete não apresentaram dificuldades em relação aos tratamentos e conversões que foram necessárias para a resolução. Observando-se o desenvolvimento dos estudantes, pode-se concluir que eles não têm o hábito de apresentar a resposta solicitada na língua natural, o que é um indício da constância do trabalho com ambiente de aprendizagem do tipo 1, onde se utiliza apenas exercícios com a Matemática pura (calcule, determine, resolva) que não dão espaço para a reflexão, levando os estudantes a apenas dar respostas na linguagem Matemática (Skovsmose, 2010). Destaca-se também que o ambiente do tipo 4 despertou o interesse da maioria dos estudantes (13 participantes), mas à medida que os cálculos exigiram um pouco mais, alguns foram desistindo do processo. Diante disso, é importante a utilização de vários ambientes para ir provocando a mudança de atitude dos estudantes frente aos problemas, sejam eles didáticos na escola, ou reais com os quais eles vão se deparar no meio social, no ambiente de trabalho e outros (Skovsmose, 2015).

Análise das atividades com o TCT ciência e tecnologia

As atividades que foram selecionadas para serem trabalhadas com o TCT ciência e tecnologia apresentam aspectos relacionados às ciências (física, química, biologia e computação) e a questões de evolução tecnológica (*internet*, robótica e outros).

No tópico “ideia de função” foram utilizadas uma SA e quatro AP (Tabela 8).

Tabela 8

Atividades envolvendo TCT ciência e tecnologia e ideia de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 4	Ambiente de aprendizagem 3.	Língua natural e registro numérico.
AP 1, AP 2, AP 3, AP 4	Conhecimento reflexivo; ambientes de aprendizagem 3, 5 e 6; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: figural, algébrico e numérico.

No tópico “conceito e representação de função” foram utilizadas uma SA e três AP (Tabela 9).

Tabela 9

Atividades envolvendo TCT ciência e tecnologia e conceito e representação de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 8	Ambiente de aprendizagem 3.	Língua natural, registro algébrico e numérico.
AP 11, AP 12, AP 13	Conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> ; ambientes de aprendizagem 3 e 4.	Língua natural, registros: algébrico e numérico. Conversão da língua natural para o registro algébrico.

No tópico “gráfico de função” foram utilizadas duas SA e três AP (Tabela 10).

Tabela 10

Atividades envolvendo TCT ciência e tecnologia e gráfico de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 16	Ambiente de aprendizagem 5.	Língua natural, registros: gráfico, figural e numérico. Conversão do registro numérico para o gráfico e do gráfico para a língua natural.
SA 18	Ambientes de aprendizagem 3.	Língua natural, registros: numérico, algébrico e gráfico. Conversão entre registros algébrico e gráfico.
AP 20, AP 22, AP 23	Ambientes de aprendizagem 3, 4 e 5; conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: numérico, algébrico e gráfico. Conversão do registro gráfico para o numérico e para a língua natural.

No tópico “características de função” foram utilizadas três SA e duas AP (Tabela 11).

Tabela 11

Atividades envolvendo TCT educação financeira e características de função. (A pesquisa)

Atividades	Aspectos da EMC	RRS
SA 31	Ambientes de aprendizagem 3 e 4.	Língua natural, registros: algébrico, gráfico, figural e numérico. Conversão do registro numérico para o gráfico e do gráfico para a língua natural.
SA 27	Ambiente de aprendizagem 4.	Língua natural, registros: numérico, gráfico e figural. Conversão do registro figural para o numérico e para a língua natural.
SA 28	Ambiente de aprendizagem 5.	Língua natural, registros: numérico e gráfico. Conversão do registro gráfico para o numérico e para a língua natural.
AP 24, AP 25	Ambientes de aprendizagem 3 e 5; conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> .	Língua natural, registros: numérico, algébrico e figural. Conversão do registro figural para os demais registros.

A atividade AP 25 (Figura 12), aborda o TCT ciência e tecnologia por envolver conceitos da física (velocidade, distância, tempo) e ser uma situação que envolve a utilização de um patinete elétrico, que pode ser considerado como um recurso tecnológico para o deslocamento de pessoas.

Figura 12

Atividade proposta no tópico características de função (AP 25). (Adaptada de Bonjorno, Giovanni Junior & Souza, 2020).

AP 25 (Adaptada de Bonjorno, Giovanni Junior & Souza, 2020) – Marcelo mora em um município onde é possível alugar patinetes elétricos para se locomover. A velocidade máxima permitida desses aparelhos é de 20 km/h, mas é recomendado que pessoas sem experiência não ultrapassem 12 km/h. Fazendo alguns cálculos para estimar o tempo que levaria utilizando um patinete elétrico de uma estação de metrô até o local onde trabalha, Marcelo considerou que manteria uma velocidade constante de 3 metros por segundo e fez uma tabela para relacionar a distância percorrida, em metro, em função do tempo, em segundo.

Distância d (em metro)	3	6	9	12	15	...
Tempo t (em segundo)	1	2	3	4	5	...

Com base nessas informações, responda:

- Qual é a lei da função que relaciona a distância d , em metro, a ser percorrida por Marcelo e o tempo t , em segundo?
- Essa função é classificada como crescente ou decrescente? Justifique sua resposta.
- Marcelo levou 10 minutos para realizar o deslocamento que pretendia nas condições que tinha planejado. Qual distância ele percorreu?
- Considerando a situação do trânsito em Rondonópolis/MT, você considera que esse serviço de aluguel de patinete elétrico seria interessante para a população?

A situação apresentada na AP 25 é um ambiente de aprendizagem do tipo 3 por se tratar de um exercício explorado em uma semirrealidade (itens “a”, “b” e “c”), mas também é classificada como ambiente do tipo 5 quando transfere a situação para a realidade da cidade em que os participantes residem (item “d”). Foram trabalhados e explorados (tratamento e conversão) os RRS: numérico, algébrico, figural e língua natural.

A aula em que essa atividade foi desenvolvida contou com 18 estudantes participantes da pesquisa, mas somente 14 apresentaram suas respostas. No primeiro item, a questão solicitou a lei da função que representa a situação, exigindo dessa forma, uma conversão do registro da língua natural e figural para o algébrico. No item “a”, oito estudantes responderam corretamente e no item “b”, que era necessário responder e justificar se a função era crescente ou decrescente, dois estudantes não responderam, quatro responderam errado e oito responderam corretamente, com justificativas diversas, como por exemplo: “crescente, porque os números estão sendo múltiplos por três em ordem crescente” – Estudante 2; “a função é crescente

porque o x e o y estão crescendo ao mesmo tempo” – Estudante 10; “crescente porque conforme vai passando o tempo aumenta a distância” – Estudante 15.

Para a resolução do item “c” dessa atividade (AP 25), os estudantes fizeram os tratamentos no registro numérico, transformando a unidade de tempo fornecida (minuto) para a unidade do enunciado (segundo) e só então calcularam a imagem solicitada da função. Sendo assim, os oito estudantes que acertaram o item “a”, também acertaram esse item, ou seja, conseguiram fazer os tratamentos necessários, bem como a conversão do registro algébrico para o numérico de forma correta. Os outros estudantes conseguiram fazer a transformação na unidade tempo, mas não apresentaram a imagem da função.

Em relação ao último item da AP 25, era necessária uma reflexão considerando a situação do trânsito na cidade, bem como as distâncias percorridas e a situação estrutural e de relevo das ruas. As respostas dos participantes foram variadas, sendo que quatro acharam que seria viável, seis que não seria viável a utilização dos patinetes elétricos e um estudante disse que sim e não. As respostas dos 11 estudantes que responderam esse item estão apresentadas na Figura 13.

Figura 13

Resolução dos estudantes ao item “d” da AP 25. (Produção dos participantes da pesquisa)

Estudante 2: “Não, porque o trânsito é intenso e cheio de pessoas irresponsáveis.”
Estudante 3: “Sim, porque teria menos poluição.”
Estudante 5: “Acredito que sim e não, pois onde moro o lugar não é muito recomendado para andar de patinete elétrico, mas quem tem mais habilidade talvez consiga.”
Estudante 8: “Sim, pois haveria menos poluição e seria divertido para a maioria das pessoas.”
Estudante 11: “Sim, porque seria algo lucrativo.”
Estudante 12: “Não, pois não é algo que ia agradar muito.”
Estudante 13: “Não, pois tudo aqui é distante e o trânsito aqui é bem corrido.”
Estudante 14: “Na verdade, não, as estradas e ruas não são adequadas para o uso de patinetes.”
Estudante 15: “Não no meu bairro por causa das ruas esburacadas, porém na cidade em outros locais, seria benéfico.”
Estudante 17: “Não, por haver muitos buracos e dependendo dos horários gastaria muito.”
Estudante 18: “Sim. Tem pessoas que não tem condições de ter algum automóvel, então creio que seria interessante ter um patinete elétrico para se locomover.”

Ressalta-se que esse item da AP 25 oportunizou a reflexão para além do TCT ciência e tecnologia, pois as respostas consideraram questões também sobre os TCT educação financeira, educação para o consumo além de outros temas que não são objetos dessa pesquisa, mas que poderiam ser explorados também, como a educação para o trânsito. A utilização do ambiente de aprendizagem do tipo 5 proporcionou a reflexão necessária para que os estudantes compreendessem como a utilização do objeto função pode ser aplicada em situações reais, possibilitando assim o desenvolvimento da *matemacia* (Skovsmose, 2015).

Observa-se que o desenvolvimento da AP 25, por meio do trabalho com os RRS, possibilitou a compreensão matemática do objeto de estudo (Duval, 2011b). Entretanto, 5 estudantes, dentre os que participaram dessa atividade, não conseguiram fazer todas as conversões necessárias, sendo assim, ainda deve ser explorado um pouco mais, principalmente a conversão da língua natural para o registro algébrico, que foi a principal dificuldade percebida aqui.

CONSIDERAÇÕES

Por meio das análises realizadas, acredita-se que a sequência didática desenvolvida na pesquisa, explorando o conteúdo de função em mais de um ambiente de aprendizagem, juntamente com a utilização do conhecimento reflexivo, proporcionou o aprimoramento da *matemacia*. Aliado a isso, o trabalho com os TCT contextualizando todas as atividades que também se valeram da exploração dos RRS, evidenciou um avanço no processo de ensino e aprendizagem de função, pois a participação oral e as respostas registradas dos estudantes relatam que houve uma melhor compreensão dos conceitos estudados.

Diante dos resultados apresentados pelos estudantes participantes, percebe-se que houve avanços na compreensão dos conceitos trabalhados do conteúdo de função. Entretanto, foi possível observar que os estudantes, ainda apresentaram dificuldades na conversão entre os registros, principalmente do registro gráfico para os demais. Outra dificuldade apresentada foi a conversão para a língua natural, os estudantes, em sua maioria (18 estudantes) geralmente não apresentavam suas respostas na língua natural. O que mostra ser um resquício do trabalho predominantemente utilizando somente o registro numérico e ou algébrico na resolução das atividades.

Sobre o trabalho com os TCT, foi possível observar que a contextualização das atividades despertou o interesse dos estudantes, pois os assuntos sempre estavam relacionados a algo que conheciam ou queriam

conhecer. O TCT educação para o consumo, despertou reflexões acerca de temas como sustentabilidade e a importância de se considerar uma melhor utilização de recursos naturais em situações do cotidiano dos estudantes. O TCT educação financeira proporcionou a reflexão sobre como gerir recursos financeiros para obtenção de uma renda que seja suficiente para manutenção de despesas necessárias ao bem-estar. O TCT ciência e tecnologia permeou atividades relacionadas a grandezas da física, da química e questões relacionadas ao mundo tecnológico da era atual que são de grande interesse dos estudantes. Ainda, foi possível perceber que é possível se estender o trabalho para outros TCT tanto pela importância deles, como também para atingir o conteúdo de funções em sua totalidade.

Em relação ao ensino de funções, os estudantes, que estavam no 3º ano do Ensino Médio, ainda não tinham consolidado todos os conceitos relacionados a esse objeto matemático, pois durante as atividades foi possível observar que 16 estudantes apresentaram maiores dificuldades durante as resoluções. Ao término da aplicação da sequência didática, observou-se um grande avanço por parte desses 16 estudantes, que apresentaram sinais de compreensão dos conceitos, principalmente em relação ao reconhecimento de uma função e as representações no registro algébrico. Isso leva a indícios de que se houvesse um trabalho intensificado desde o primeiro ano do Ensino Médio, considerando o que foi proposto em termos de contextualização com os TCT e utilização dos RRS, possibilitaria resultados melhores no processo de ensino do conteúdo de função.

As fragilidades verificadas no desenvolvimento do trabalho foram relacionadas ao tempo de execução das atividades, bem como ao fato de muitos estudantes deixarem de resolver as atividades por essas não estarem vinculadas ao processo de avaliação da disciplina de Matemática para a progressão deles no ano letivo. Acredita-se que os recursos metodológicos utilizados, bem como os referenciais que embasaram a proposta foram importantes e podem ser explorados em pesquisas futuras visando alcançar resultados (semelhantes ou melhores) em outros grupos de estudantes. Pensando ainda, na possibilidade de ampliação, pode ser realizado um trabalho com outros TCT e/ou abranger mais tópicos do conteúdo de funções. Um trabalho interdisciplinar também pode vir a ser desenvolvido em pesquisas futuras, pois os TCT também podem ser explorados nesse sentido.

Dessa forma, conclui-se que a sequência didática apresentou resultados positivos em relação aos objetivos propostos, pois foi possível verificar que houve avanços significativos referentes aos tópicos trabalhados de função,

principalmente a partir do uso dos RRS. Além disso, o trabalho com os TCT e com os pressupostos da EMC, indica que foi desenvolvida a competência democrática proporcionando conhecimentos e habilidades para que os estudantes participantes possam vir a agir como cidadãos críticos e responsáveis na atuação deles nos diversos setores da sociedade.

DECLARAÇÕES DE CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

Todos os autores contribuíram para a pesquisa e redação do artigo. RFD realizou a pesquisa, análise dos dados e redação do texto e CAO orientou a pesquisa de campo e contribuiu na análise dos dados, redação e revisão do artigo.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pelo autor correspondente (RFD) mediante solicitação razoável.

REFERÊNCIAS

- BONJORNO, J. R., GIOVANNI JÚNIOR, J. R., & SOUSA, P. R. C. (2020). *Prisma Matemática: conjuntos e funções*. (Manual do professor). São Paulo: Editora FTD.
- BRASIL (2019a). Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos*. Brasília: MEC.
- BRASIL (2019b). Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: propostas de práticas de implementação*. Brasília: MEC.
- CEVADA, J. et al. (2020). *Matemática nos dias de hoje: funções*. (Manual do professor). São Paulo: Editora SEI.
- DUVAL, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais*. Trad: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física.
- DUVAL, R. (2011a). Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad: Méricles Thadeu Moretti. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática*, 6 (2), 96-112. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2011v6n2p96>

- DUVAL, R. (2011b). *Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no mundo matemático de pensar: os Registros de Representação Semiótica*. Org. Tânia M. M. Campos. (1.ed.). São Paulo: PROEM.
- DUVAL, R. (2012). Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad: Méricles Thadeu Moretti. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática*, 7 (2), 266-297. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2011v6n2p96>
- DUVAL, R. (2016a). Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de Matemática. Trad: Méricles Thadeu Moretti. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática*, 11 (2), 1-78. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p1>
- DUVAL, R. (2016b). Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. [livro eletrônico]. Campinas, SP: Papirus.
- DUVAL, R. (2018). Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? Trad: Méricles Thadeu Moretti. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática*, 13 (2), 1-27. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2018v13n2p1>
- MINAYO, M. C. de S. (2016). O desafio da pesquisa social. In: MINAYO, M. C. de S. (org.), DESLANDES, S. F., & GOMES, R. *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. Petrópolis, RJ: Vozes.
- SKOVSMOSE, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus.
- SKOVSMOSE, O. (2010). *Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica*. (2ª ed.). Campinas: Papirus.
- SKOVSMOSE, O. (2015). *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Campinas: Papirus.