ISSN: 2178-7727
DOI: 10.64856/acta.scientiae.8314

A construção do conceito de variável por estudantes da educação básica: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais

Daiane Ribeiro Siqueira de Jesus[a]
Gabriela dos Santos Barbosa[b]

a Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brazil
b Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, RJ, Brazil

RESUMO

Contexto: Neste artigo apresentamos um recorte de uma pesquisa que visou a construção do conceito de variável por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. **Objetivos**: O objetivo é analisar as estratégias e os argumentos utilizados por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental quando confrontados com o conceito de variável no estudo da ágebra. **Design**: Trata-se de uma pesquisa qualitativa em educação com características de um estudo de caso, em que realizamos uma intervenção de ensino que foi construída, vivenciada e analisada à luz da Teoria dos Campos Conceituais. **Ambiente e participantes**: Participaram da pesquisa sete estudantes da turma de 8º ano da escola pública de Duque de Caxias/RJ, onde a intervenção foi realizada. **Coleta e análise de dados**: Filmamos a intervenção e transcrevemos as falas dos participantes. A Teoria dos Campos Conceituais fundamentou a pesquisa oferecendo as noções de conceito, campo conceitual, esquema, representação, invariante operatório, álgebra e pensamento algébrico. **Resultados**: Os resultados mostram que os estudantes desenvolvem uma gama de estratégias e argumentos para lidar com a noção de variável. Além disso, apresentam dificuldades para lidar com expressões do tipo “mx + n”. Os números inteiros e as operações com eles estão associados à construção do conceito de variável e a diversificação da letra que representa a variável pode ser um obstáculo quando não é bem compreendida pelos estudantes. **Conclusões**: A compreensão de expressões algébricas envolve a distinção entre os conceitos de incógnita e variável e, por isso, esses temas são indissociáveis, devendo ser abordados simultaneamente.

Palavras-chave: álgebra; variável; educação básica; teoria dos campos conceituais.

Corresponding author: Daiane Ribeiro Siqueira de Jesus.
E-mail: daianedacruz12@gmail.com

The construction of the concept of variable by elementary and secondary school students: contributions from the Theory of Conceptual Fields

ABSTRACT

Context: This article presents an excerpt from a study that aimed to develop the concept of variable among 8th-grade elementary school students. **Objectives:** The objective is to analyze the strategies and arguments used by 8th-grade elementary school students when confronted with the concept of variable in the study of algebra. **Design:** This is a qualitative educational study with case study characteristics, in which we conducted a teaching intervention that was constructed, experienced, and analyzed based on the Theory of Conceptual Fields. **Setting and Participants:** Seven students from the 8th-grade class of the public school in Duque de Caxias, Rio de Janeiro, where the intervention was conducted. **Data Collection and Analysis:** We filmed the intervention and transcribed the participants' statements. The Theory of Conceptual Fields underpinned the research, offering the notions of concept, conceptual field, schema, representation, operational invariant, algebra, and algebraic thinking. **Results:** The results show that students develop a range of strategies and arguments to deal with the notion of variable. Furthermore, they have difficulty dealing with expressions like "mx + n." Whole numbers and their operations are associated with the construction of the concept of variable, and the diversity of the letter representing the variable can be a hindrance when not well understood by students. **Conclusions:** Understanding algebraic expressions involves distinguishing between the concepts of unknown and variable; therefore, these topics are inseparable and should be addressed simultaneously.

Keywords: algebra; variable; K-12 education; theory of conceptual fields.

INTRODUÇÃO

Neste texto, temos como objetivo analisar as estratégias e os argumentos utilizados por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental quando confrontados com o conceito de variável no estudo da álgebra. Trata-se de um recorte de uma pesquisa mais ampla, que visou desenvolver e analisar uma intervenção de ensino que contribuísse para a construção do conceito de variável por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública em um contexto de periferia. Parte das ideias aqui apresentadas foram discutidas nas reuniões do GT2 durante o IX Simpósio de Pesquisa em Educação Matemática (Sipem), realizado em novembro de 2024 na cidade de Natal, Rio Grande do Norte. O GT2 é o grupo de trabalho da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem) que congrega trabalhos voltados para a Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

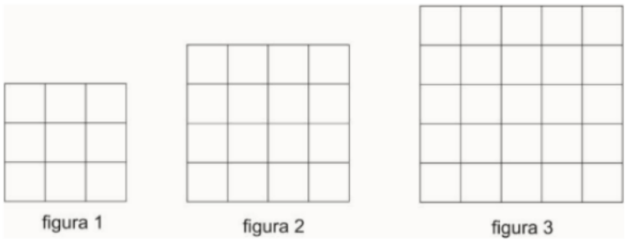
Muitos estudos abordam a álgebra na busca de defini-la e, em muitos casos, como o vivenciado neste trabalho, os estudantes a definem apenas como o uso de letras na matemática. Borges (2018) também aponta que muitos professores apresentam a ideia de variável como letras que representam números. Entretanto, Usiskin (1995, 1999) afirma que não podemos reduzir a álgebra apenas ao uso de letras. Diante disso, o autor apresenta quatro concepções de álgebra: a álgebra como aritmética generalizada; a álgebra como estudo de procedimentos; a álgebra como estudo de relações entre grandezas e a álgebra como estudo das estruturas (Usiskin, 1995, 1999).

Na concepção da álgebra como aritmética generalizada, a álgebra deve partir de situações aritméticas como um movimento de generalização. Os estudantes devem interpretar e generalizar variáveis explicitadas em situações, encontrando modelos matemáticos. A Figura 1 mostra um exemplo dessa concepção.

Figura 1

Generalização de sequências. (Guimarães,2013)

Observe as figuras a seguir, formada por linhas e colunas de quadradinhos:



a) Determine a quantidade de quadradinhos da figura 1 e da figura 2;

b) Qual a quantidade de quadradinhos da figura 3?

c) Quantos quadradinhos teria a figura 6?

Na concepção da álgebra como estudo de procedimentos, o foco é a resolução de problemas que envolvam simplificar e resolver equações. Usiskin (1999) exemplifica esta concepção com o problema: "*Quando adicionamos 3 ao quíntuplo de um número, encontramos 40 como resultado. Descubra o número*".

O problema é traduzido pela seguinte equação $3 + 5x = 40$ e, de acordo com o autor, muitos estudantes apresentam dificuldades na passagem da aritmética para a álgebra, pois enquanto a solução aritmética seria subtrair o número 3 e dividir por 5, a forma algébrica $5x + 3$ envolve multiplicação por

5 e a adição de 3. Logo, para resolver a equação, é preciso pensar nas operações inversas.

Já a concepção da álgebra como estudo de relações entre grandezas se difere da anterior, pois as letras representam variáveis, ou seja, valores que mudam. Um exemplo citado pelo autor é o da fórmula da área de um retângulo $A = B.H$, que não exige encontrar um valor desconhecido, mas apresenta uma relação entre quantidades.

Na quarta concepção, que é a álgebra como estudo das estruturas, não há um modelo para ser generalizado, uma equação para ser resolvida ou uma relação entre variáveis. Usiskin usa como exemplo a fatoração de $3x^2 + 4ax - 132a^2$ que tem como resultado $(3x + 22a)(x - 6a)$. Nesse caso, a ideia de variável não coincide com nenhuma das concepções anteriores.

Como conclusão de seu trabalho, Usiskin (1999) afirma que o papel da álgebra é maior do que ser um instrumento para a resolução de problemas, mas fundamental para a caracterização e compreensão de estruturas matemáticas. Esse fato, segundo o autor, justifica a álgebra ser a principal área de estudo no Ensino Médio. O destaque para a álgebra no Ensino Médio, por sua vez, enleva a necessidade da sua abordagem nos anos finais do Ensino Fundamental e as diferentes ideias de variável presentes nas diferentes concepções de álgebra nos conduziram a considerar o conceito de variável como um dos conceitos centrais a serem trabalhados nesta fase. Por isso, neste estudo, nossa questão de pesquisa é: Quais são as estratégias e os argumentos que estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental utilizam quando confrontados com o conceito de variável no estudo da álgebra?

Ao longo do texto, o termo pensamento algébrico será mais utilizado do que álgebra. De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87), o pensamento algébrico é caracterizado pela "percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização".

Ainda, segundo Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), no que diz respeito à linguagem pela qual o pensamento algébrico pode ser manifestado, podemos afirmar que não existe apenas uma forma de linguagem. É possível expressá-lo mediante a linguagem natural, através da aritmética, da geometria ou de uma linguagem específica, conhecida como linguagem algébrica de maneira simbólica. Por isso, esses pesquisadores defendem que é necessário repensar a relação entre a educação algébrica e o pensamento algébrico. É necessário ir na contramão da prática baseada apenas em algoritmos e criar condições para que os estudantes produzam significados para símbolos e procedimentos, que devem ser investigados e justificados. É nesse sentido que o conceito de variável ocupa um papel central no estudo da álgebra e esta deve ser incluída desde os anos iniciais por meio da generalização de padrões aritméticos, o que rompe com a ideia de que álgebra e aritmética são partes distintas da Matemática. Corroborando essas afirmações, Bilhalva (2020) assegura que a distinção entre álgebra e aritmética pode trazer noções erradas para os estudantes,

> Por exemplo, quando os alunos encontram uma expressão do tipo x + 2, tendem a somar os elementos, juntando todos, como na aritmética (encontrando 3x), como se fosse possível somar um número com parte literal a outro sem, afinal, para eles o sinal de igualdade implica em um resultado (alguns, chegam a "sumir" com o símbolo x, pois, ele não tem significado para esses alunos) (Bilhalva, 2020, p. 24).

Assim, embora em algumas circunstâncias a álgebra possa ser vista como a generalização da aritmética, essa não é a única forma de se trabalhar os conteúdos algébricos. É preciso levar em consideração diferentes aspectos dessas áreas da Matemática, pois a aritmética busca encontrar soluções concretas, enquanto a álgebra trata de situações genéricas. Para desenvolver o pensamento algébrico, é necessário que os estudantes saibam investigar regularidades, sistematizar propriedades, resolver e discutir problemas algébricos, modelar situações e determinar padrões entre informações distintas.

É importante mencionar que a álgebra constitui uma das cinco unidades temáticas sugeridas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino de Matemática em todas as etapas da educação básica. A unidade temática "Álgebra" tem o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico, que, segundo a BNCC, "[...] é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (Brasil, 2017, p. 270).

Definindo como ideias matemáticas fundamentais a equivalência, a variação, a interdependência e a proporcionalidade, o documento afirma que algumas dimensões da álgebra devem ser trabalhadas desde os anos iniciais. Para essa etapa, a proposta é desenvolver as ideias de generalização, regularidade e propriedades de igualdade, e não o uso de letras, sendo esse aspecto introduzido somente nos anos finais. Um exemplo citado é a utilização de atividades que envolvem igualdade, como 2 + 3 = 4 + 1, para que os alunos compreendam que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser realizada (Brasil, 2017). Dessa forma, o documento reforça a noção de que iniciar os estudos de álgebra desde as séries iniciais é essencial para romper com a concepção de que a álgebra é apenas uma aritmética generalizada.

Como mencionado anteriormente, o grupo de participantes desta pesquisa é formado por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, especificamente do 8º ano. A BNCC apresenta algumas considerações para essa etapa de aprendizagem, afirmando que as escolas devem proporcionar aos estudantes um ensino voltado para a apreensão de significados de objetos matemáticos. O documento enfatiza que "[...] nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação" (Brasil, 2017, p. 300).

Cabe mencionar ainda que a Secretaria Municipal de Educação (SME) de Duque de Caxias, cidade onde esta pesquisa foi realizada, organizou, inspirada na BNCC, no final de 2022, uma reestruturação curricular para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e a Educação de Jovens e Adultos (Eja). Para todos esses níveis de ensino, o documento apresenta diretrizes, atualizando a visão sobre a educação e seus objetivos (Duque de Caxias, 2022).

Especificamente para os anos finais do Ensino Fundamental, o documento afirma que o ensino de Matemática deve ter como objetivo oferecer aos estudantes uma formação que proporcione uma visão positiva dessa disciplina, destacando sua importância para a sociedade em conjunto com as demais ciências. Assim como a BNCC, a organização dos conteúdos matemáticos divide-se em cinco unidades temáticas: números, grandezas e medidas, álgebra, geometria, probabilidade e estatística (Duque de Caxias, 2022).

No que se refere à unidade temática "Álgebra", a matriz curricular apresenta como objetivo principal o pensamento algébrico, "tendo como meta a compreensão e a representação das relações de grandezas, equivalências, variação, interdependência e proporcionalidade" (Duque de Caxias, 2022, p. 75). A integração desses conteúdos deve conduzir os estudantes à percepção de regularidades, de padrões em sequências numéricas e não numéricas, à interpretação de representações gráficas e simbólicas, bem como à resolução de equações e inequações.

A matriz curricular foi desenvolvida como um caminho para que os estudantes desenvolvam as habilidades e competências contidas na BNCC. Para tanto, o documento salienta a necessidade de metodologias adequadas e de professores capacitados. Entre os objetivos específicos a serem alcançados nos anos finais em Matemática, destaca-se o de "[...] desenvolver o pensamento algébrico como generalização matemática da aritmética e como ampliação das possibilidades de argumentação e de resolução de problemas" (Duque de Caxias, 2022, p. 79).

O Quadro 1 apresenta parte da matriz curricular de Matemática para o 7º e 8º anos, especificamente os conteúdos de álgebra. Os tópicos contidos na matriz foram extraídos da BNCC, indicados pelos códigos alfanuméricos, conforme orienta o documento.

É importante destacar que a matriz evidencia a preocupação com o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais, pois, como já apontado, segue as orientações da BNCC. Dessa forma, desde o 1º ano do Ciclo de Alfabetização, existe o eixo "Números e Álgebra", em que constam conhecimentos como "[...] identificar regras e padrões implícitos em sequências recursivas ou repetitivas, sejam elas numéricas, figurativas, de objetos, de sons etc." (Duque de Caxias, 2022, p. 80).

Quadro 1

Matriz curricular de álgebra para o 7º e 8º ano. (Duque de Caxias, 2022, p. 94; p. 103)

7º Ano	8º Ano
(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1° grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu

regularidades encontradas em sequências numéricas.	contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1° grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$
(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1° grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

Analisando a estrutura da matriz, é possível observar que, para o 7º ano, estão previstos conhecimentos como o reconhecimento de regularidades e sequências, a compreensão e diferenciação da ideia de variável e de incógnita, além da compreensão da ideia de igualdade por meio da equação do 1º grau. Esses conhecimentos evidenciam a preocupação do município com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, de forma que, no 8º ano, possam aprofundar seus conhecimentos em álgebra.

Sendo a construção do conceito de variável o foco deste trabalho e, para facilitar sua compreensão, na próxima seção realizamos uma revisão das pesquisas que tratam do ensino de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Em seguida, apresentamos quatro seções que abordam, respectivamente, a TCC (teoria cognitivista que fundamenta nossa análise), a metodologia da pesquisa, a análise dos resultados e as considerações finais.

PESQUISAS SOBRE A ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A fim de fundamentar nosso estudo, realizamos um levantamento das pesquisas brasileiras, produzidas entre 2018 e 2023, que abordam o ensino da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental.

Na pesquisa relatada no artigo Recurso lúdico para apoio ao aprendizado da álgebra de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, Serpa e Kinast (2021) tiveram como objetivo principal analisar a eficácia da aplicação de uma atividade pedagógica lúdica sobre conteúdos algébricos em uma turma do 7º ano. Como base teórica, os autores apresentaram ideias referentes ao ensino de Matemática, ao ensino de Álgebra e aos recursos pedagógicos lúdicos. Foram ainda discutidos aspectos relacionados à Etnomatemática, que defende um ensino de Matemática voltado para a realidade social dos estudantes.

A pesquisa, de caráter qualitativo-exploratório, foi realizada em três etapas. Na primeira, foi proposta aos estudantes a construção de sequências matemáticas com o uso de cartelas contendo desafios; na segunda, receberam novas cartelas com equações simples; e na terceira, precisaram resolver equações do 1º grau. Em todas as etapas, as cartelas continham recursos lúdicos, como desenhos de frutas ou objetos. Nas considerações finais, Serpa e Kinast (2021) concluíram que os recursos lúdicos focados no pensamento algébrico, como enigmas e charadas, contribuíram para uma aprendizagem significativa. Quanto ao papel do professor, os autores ressaltaram a importância da contextualização dos conteúdos algébricos, pois os estudantes devem aprender além de fórmulas e procedimentos.

A dissertação de Souza (2021), intitulada O estudo de álgebra no ensino fundamental II: Uma proposta com materiais manipuláveis, buscou apresentar contribuições do uso de materiais manipuláveis para o ensino de álgebra no 8º ano. Em sua revisão da literatura, a autora destacou trabalhos que evidenciam as potencialidades desses materiais como forma de visualização de conceitos abstratos. Os conceitos trabalhados na intervenção foram: linguagem algébrica, expressão algébrica, valor numérico de uma expressão algébrica e equação do 1º grau. Os materiais produzidos foram o “tabuleiro das expressões” e os “cubos algébricos”. Com seu uso, observou-se evolução na compreensão de conceitos algébricos, pois, em avaliação subsequente, os estudantes apresentaram melhor desempenho.

O artigo de Righi, Dalla Porta e Scremin (2021), publicado na Revista Eletrônica de Educação Matemática e intitulado Pensamento algébrico: Uma análise de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, investigou se os conteúdos de sequências recursivas — que compõem a unidade "Álgebra" na BNCC — estão sendo trabalhados em livros didáticos. Foram analisados os livros do 8º ano das coleções de Edwaldo Bianchini (Matemática – Bianchini: Manual do Professor) e de Gelson Iezzi (Matemática e Realidade), ambos de 2018 e aprovados pelo PNLD/2020. Os resultados mostraram que os conteúdos de sequências estavam presentes, mas não necessariamente em capítulos específicos, aparecendo ao longo dos conteúdos algébricos. De forma geral, os autores concluíram que os livros didáticos seguem as orientações dos documentos oficiais, favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.

O estudo de Reis, Silva e Santos (2021), publicado no Brazilian Electronic Journal of Mathematics, intitulado Educação algébrica: O uso de padrões figurativo-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais do Ensino Fundamental, teve como objetivo identificar as contribuições da utilização desses padrões. Os autores destacam que a BNCC (Brasil, 2017) valoriza o desenvolvimento do pensamento algébrico como fundamental para a resolução de situações-problema. Nesse sentido, defendem a inserção de atividades com padrões, pois estas comunicam certos tipos de regularidades que, inicialmente, são observadas e, posteriormente, generalizadas. O estudo, de abordagem qualitativa e bibliográfica, concluiu que o uso de padrões figurativos potencializa a formação do pensamento algébrico.

A dissertação de Anjos (2021), intitulada Equações do 1º grau: Significando a aprendizagem por intermédio da história da matemática, apresentou uma proposta de ensino para uma turma de 7º ano a partir da história da matemática e da teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. A sequência didática foi estruturada considerando as três etapas do desenvolvimento da álgebra: retórica, sincopada e simbólica. Segundo o autor, dessa forma, os estudantes podem "encontrar na linguagem oral e escrita da álgebra retórica as explicações para os símbolos algébricos estabelecidos ao longo da história" (p. xx). Além disso, discutiu-se a importância da formação de professores, que também podem se beneficiar da história da matemática, tanto em sala de aula quanto em sua própria compreensão da disciplina.

A dissertação de Silva (2023), intitulada Sequência didática como estratégia de ensino e aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do ensino fundamental, teve como objetivo analisar os impactos de atividades organizadas em uma sequência didática, que abordou conceitos de polinômios e suas operações em uma turma do 9º ano, sob a perspectiva da BNCC. O trabalho apresentou como fundamentação teórica estudos sobre o uso de recursos didáticos nos anos finais, as dificuldades do uso de materiais concretos e as concepções de pensamento algébrico. A metodologia, de natureza qualitativa e caracterizada como estudo de caso, permitiu observar que atividades em sequência didática, aliadas à metodologia de resolução de problemas e ao uso de material didático, despertaram o interesse dos estudantes e favoreceram o desenvolvimento de habilidades algébricas.

Finalizando esta seção, destacamos as contribuições dos estudos apresentados para a presente pesquisa. As discussões sobre os documentos oficiais reforçaram nossa escolha de trabalhar com estudantes do 8º ano. Embora a álgebra (e o conceito de variável) não tenha início apenas nesse ano, é nessa etapa que encontramos oportunidade para uma abordagem mais ampla, contemplando as concepções de variável definidas por Usiskin (1999). Além disso, as pesquisas que enfatizaram recursos didáticos nos orientaram na escolha dos materiais a serem utilizados nas atividades. À luz dessas investigações, valorizamos os materiais manipuláveis e as atividades que possibilitam reflexões coletivas ou em pequenos grupos, permitindo tornar visíveis as estratégias e os argumentos dos estudantes ao lidar com o conceito de variável.

O artigo de Scremin e Rigui (2020), intitulado Ensino de álgebra no ensino fundamental: Uma revisão histórica dos PCN à BNCC, analisou historicamente as orientações para o ensino de álgebra nos anos finais. Os autores realizaram um estudo documental dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Concluíram que, apesar de os PCN terem sido formulados há mais de vinte anos, ainda são relevantes. Quanto às diretrizes, os PCN orientam a inserção dos conteúdos a partir do 7º ano, considerando os estudantes aptos às conexões lógicas e à abstração. Já a BNCC propõe o ensino desde os anos iniciais, por meio da observação de regularidades, generalizações de padrões e propriedades de igualdade.

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais foi proposta por Gérard Vergnaud (1933-2021), psicólogo francês, que a descreve como "[…] uma teoria cognitivista que visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que se relevam das ciências e das técnicas."

(Vergnaud, 1990, p. 135).

Dessa maneira, Vergnaud afirma que a TCC não se restringe apenas à Matemática, mas pode ser usada em qualquer disciplina, quando o objetivo é a aprendizagem. Além disso, Vergnaud reconhece que não é uma teoria simples, quando afirma que

> [...] ela envolve a complexidade decorrente da necessidade de abarcar em uma única perspectiva teórica todo o desenvolvimento de situações progressivamente dominadas, dos conceitos e teoremas necessários para operar eficientemente nessas situações, e das palavras e símbolos que podem representar eficazmente esses conceitos e operações para os estudantes, dependendo de seus níveis cognitivos (Vergnaud, 1994, p. 43).

Passando pelas definições, um campo conceitual pode ser definido como um conjunto de situações. Para exemplificar, o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto das situações que demandam uma adição, uma subtração ou a combinação dessas duas operações. O campo conceitual das estruturas multiplicativas demanda uma multiplicação, divisão ou combinação das duas operações. Trabalhar com a noção de situação permite a construção de uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e de quais procedimentos são necessários em cada uma delas (Vergnaud, 1993).

Outros conceitos pertencentes à teoria são as situações, os esquemas, os invariantes operatórios implícitos (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) e explícitos. Vergnaud afirma que, para dominar o conhecimento de um campo conceitual, é preciso tempo, experiência, maturidade e aprendizagem. Portanto, a superação de uma dificuldade conceitual não acontece de um dia para o outro. Vergnaud (1993) defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição, e dessa maneira, deve ser representado por uma terna (S, I, R):

- Situações (S): Conjunto de situações que dão sentido aos conceitos (combinação de tarefas);
- Invariantes (I): Conjunto dos invariantes que formam as propriedades dos sujeitos (significado);
- Representações (R): Conjunto das representações simbólicas que são usadas para representar as situações e os procedimentos (significante).

Partindo dessa terna, é possível compreender aspectos do processo de aprendizagem, pois é preciso levar em consideração que um conceito não se forma em uma única situação e que uma situação não pode ser analisada apenas com um conceito (Vergnaud, 2009).

Em relação às situações, Vergnaud (1993, p.1) afirma que é *"através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança"*. Podem ser divididas em duas classes: a) as classes de situações nas quais os alunos possuem competências necessárias para resolvê-las de imediato; e b) as classes de situações nas quais os alunos não possuem todas as competências necessárias, o que exige um tempo de aprendizagem, podendo haver sucessos e fracassos no percurso.

É importante explicar que, de acordo com essa teoria, o conceito de situação não tem o sentido de situação didática, mas o de tarefa, como afirma Vergnaud (1993). O autor aponta que a dificuldade de uma tarefa *"não é nem a soma nem o produto da dificuldade das diferentes subtarefas. É claro, contudo, que o fracasso em uma subtarefa provoca o fracasso global"* (Vergnaud, 1993, p. 9). Toda situação complexa é interpretada como uma combinação de determinadas tarefas, que possuem uma natureza e dificuldades que devem ser bem conhecidas.

Para as duas classes de situações anteriormente apresentadas, faz-se necessário o uso de esquemas, mas seu funcionamento é diferente para cada caso. Os esquemas foram introduzidos por Piaget, como maneira de considerar as formas de organização das habilidades sensório-motoras e intelectuais. Nessa perspectiva, o foco é o sujeito epistêmico, ou seja, na investigação das grandes categorias do pensamento: espaço, tempo, causalidade, etc. (Silva & Frezza, 2011). Vergnaud (1993) utiliza-se do conceito de esquema, mas acredita que o foco deve estar no sujeito em ação. O esquema deve ser composto por regras e pode ser eficaz para muitas situações, gerando diferentes ações (Barbosa, 2008).

> [...] emprestado de Piaget aspectos importantes do seu trabalho: primeiro o conceito de esquema, que possui uma larga interpretação, que o conhecimento é adaptado (acomodação e assimilação), bem como Piaget conceituou globalmente que a ação e representação fazem parte do desenvolvimento. (Vergnaud, 2009, P. 84).

Sobre o uso dos esquemas, em sua teoria, Vergnaud (1993, p. 2) os define como a *"a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada"*. Eles são compostos pelos conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, elementos cognitivos que fazem a ação ser operatória. Um exemplo clássico é esquema da resolução de equações da forma $ax + b = c$. Para esse tipo de equação, quando os valores de a, b e c são positivos e $b < c$, o esquema atinge rapidamente um grau elevado de disponibilidade e de confiabilidade nos estudantes iniciantes em álgebra. As resoluções apresentadas pelos estudantes revelam uma organização invariante sobre o que aprenderam com os teoremas, como subtrair "b" dos dois membros para conservar a igualdade ou dividir os dois membros por "a" a fim de também conservá-la.

Vergnaud (1990) afirma que os esquemas são dispositivos do mesmo tipo lógico dos algoritmos, que podem ser suficientes ou não para uma determinada situação. Os esquemas são muitas vezes eficazes, mas nem sempre efetivos. No momento que um esquema se torna ineficaz, a experiência pode conduzir o estudante a buscar um novo esquema para alcançar seu objetivo.

O campo conceitual algébrico pode ser definido como o conjunto de situações, representações e invariantes necessários para a construção de conceitos algébricos (Klopsch, 2010). Reconhecer os esquemas necessários para este campo é fundamental para analisar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes em álgebra. Vergnaud (2019) afirma que, tendo como base os conhecimentos aritméticos, a álgebra representa um grande desvio formal e apresenta as características que diferenciam a álgebra e a aritmética. Assim, o Quadro 2 apresenta essas as diferenças.

Quadro 2

Diferenças entre aritmética e algebra. (Vergnaud, 2019)

Aritmética	Álgebra
incógnitas intermediárias	extração de relações pertinentes
escolha intuitiva dos dados	expressões formais dos enunciados e das operações
operações na boa ordem	algoritmo
controladas pelo sentido	controle: regras e modelo adequado

Segundo o autor, para operar na álgebra é necessário um "roteiro-algoritmo", como a resolução de uma equação. Quando se resolve uma equação, apesar de estarem presentes operações aritméticas simples, os alunos apresentam muitas dificuldades, pois ainda precisam desenvolver competências novas. Essas competências representam a ruptura com a aritmética. Vergnaud (2019) as apresenta como:

> 1- Saber o que fazer diante de uma equação dada, atingir um certo objetivo, respeitar as regras. 2- Saber colocar um problema em equação extrair as relações pertinentes, controlar sua independência. 3- Identificar os objetos matemáticos novos equação e incógnita, função e variável. 4 - Reconhecer a função da álgebra resolver problemas incômodos; provar uma relação (Vergnaud, 2019, p. 17)

Essas competências abarcam níveis distintos de conceitualização. As duas primeiras têm base nos esquemas de Piaget, a terceira é baseada em conceituações explícitas e a quarta é metacognitiva (Vergnaud, 2019). Para exemplificar o uso de esquemas, Kikuchi (2019) apresenta um quadro com esquemas que devem ser mobilizados para o conteúdo principal distributiva no campo conceitual das estruturas algébricas. A autora afirma que "esquemas geram uma classe de condutas associadas a uma situação específica, atuando como um organizador do pensamento" (Kikuchi, 2019, p. 68) e, para cada esquema, é possível identificar dúvidas manifestadas pelos estudantes. Dessa forma, o Quadro 3 mostra o resumo entre o conteúdo, o campo conceitual e os esquemas.

Quadro 3

Quadro resumo associando o conteúdo, campo conceitual e esquemas. (Kikuchi, 2019, p. 130 – Modificado)

Esquemas mobilizados para o domínio deste conteúdo	**Exemplo de dúvida principal referente ao esquema**
Multiplicação de dois termos algébricos iguais.	Confundir a.a = a^2 e representar como a.a = 2a
Soma de termos algébricos diferentes.	Somar a + b e resultar em ab
Soma de termos algébricos iguais.	Confundir a soma de termos iguais como ab + ab e multiplicá-los resultando em a^2b^2
Multiplicação entre a soma de dois termos algébricos.	Aplicar apenas os expoentes nos termos entre parênteses $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Não considerar a.b = ab e b.a = ba
Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Compreender que o conteúdo dentro dos parênteses deve ser considerado como um termo único.
Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Acreditar que o coeficiente de uma variável x é sempre 1.

A Teoria dos Campos Conceituais busca trabalhar com situações nas quais os conceitos passam a fazer sentido para os alunos. Vergnaud (2019) aponta a dificuldade que os estudantes apresentam ao lidar com números inteiros, pois, quando chegam a um resultado negativo após resolver uma equação, acreditam ter cometido algum erro. Uma alternativa é a utilização de situações cotidianas em que aparecem números negativos, como temperatura, pontuações e dívidas, entre outras.

METODOLOGIA

Em relação ao tipo de pesquisa, é possível classificar a pesquisa aqui apresentada como uma pesquisa qualitativa, que, de acordo com Minayo (1994),

> […] trabalha um universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (Minayo, 1994, p. 21).

A escolha por esse tipo de pesquisa se justifica pelo objetivo da investigação: analisar as estratégias e os argumentos utilizados por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental quando confrontados com o conceito de variável no estudo da ágebra. Realizamos uma intervenção de ensino e, sobre esses aspectos, Gil (2002) afirma que

> A análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório. (Gil, 2002, p. 133).

A pesquisa foi realizada com 7 dos 42 estudantes de uma turma de 8º ano de uma escola pública estadual localizada no Município de Duque de Caxias/RJ, no segundo semestre de 2023. Entre outros motivos expostos anteriormente, a escolha desse ano se deu também pelo fato de os estudantes começarem a ter contato com a álgebra desde o 7º ano. Dessa forma, esperávamos que eles soubessem dialogar a respeito desse conteúdo. E a escolha de cada um dos sete estudantes levou em consideração a assiduidade, a pontualidade e o interesse. Todos eram assíduos, participativos e bastante interessados.

Por se tratar de um estudo realizado em um contexto particular, um grupo de estudantes de uma turma específica de 8º ano, a pesquisa também pode ser caracterizada como um estudo de caso (Lüdke; André, 1986). Essa abordagem metodológica considera a complexidade envolvida no contexto da pesquisa, pois cada sujeito é único. Segundo as autoras, o estudo de caso envolve o pesquisador diretamente com a situação para a obtenção de informações, enfatizando mais o processo do que o produto, e considera a perspectiva dos participantes.

A obtenção de informações se deu por meio de uma intervenção de ensino que durou 100 minutos e foi composta pela realização do jogo *corrida algébrica* e pela reflexão coletiva sobre o jogo. É importante destacar apenas que a reflexão coletiva sobre o jogo, que ocorreu depois que os estudantes jogaram várias rodadas, também fez parte da intervenção.

Além de dados e moedas para marcação de cada equipe no seu tabuleiro, entre os recursos utilizados estão, nas Figuras 2 e 3, respectivamente, o tabuleiro e os cartões.

Figura 2

Tabuleiro do jogo corrida algébrica. (As autoras, 2023)

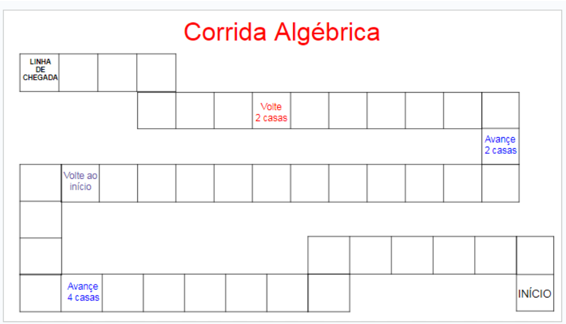


Figura 3

Cartões do jogo corrida algébrica. (As autoras, 2023)

x + 2	x - 4
2x + 1	5 - x
3 + x	2x - 3
2 - x	2a
1 + 2a	6 - a

A turma foi dividida em duplas ou trios. Cada dupla ou trio recebeu um tabuleiro, dez cartas e uma moeda para identificar a equipe. Em cada carta havia uma expressão algébrica diferente (ex.: x + 1, 2x - 4, 4 - x,...). As cartas ficavam empilhadas e viradas para baixo, e os estudantes pegavam uma de cada vez. A professora regente e a mestranda, que conduziram juntas a intervenção, lançavam um dado que determinava o valor a ser aplicado na expressão algébrica, e esse valor correspondia ao número de casas que o grupo poderia avançar ou regredir. Por exemplo, se o número sorteado fosse 4, o grupo 1, que estava com o cartão (x + 1), deveria avançar 5 casas, e o grupo 2, que estava com o cartão (2 – x), deveria recuar 2 casas. O grupo que chegasse primeiro ao fim da trilha desenhada no tabuleiro ganharia o jogo.

Para a reflexão coletiva sobre o jogo, foram questões norteadoras:

- Vocês tiveram dúvidas durante o jogo?

- Essas dúvidas foram superadas? Como?

- Vamos criar novas regras para o jogo?

- Imagine que o número do dado nos dissesse o valor que a expressão deve assumir e que o valor da letra que faz a expressão assumir o número do dado é que correspondesse ao movimento da moeda que representa a dupla, como vocês efetuariam os cálculos para descobrir como caminhariam com a moeda?

Para jogar, os sete participantes desta pesquisa formaram um trio e duas duplas. Toda a intervenção de ensino foi gravada, e as falas dos participantes foram transcritas. Os nomes mencionados na próxima seção são fictícios, a fim de preservar a identidade de todos os envolvidos. Considerando que as atividades propostas fazem parte da rotina de sala de aula, não foi exigida a aprovação da pesquisa em comitês de ética. No entanto, todos os participantes e seus responsáveis, bem como a professora da turma e os gestores da escola, foram previamente informados sobre todas as etapas da pesquisa. O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), assinado por eles, encontra-se na documentação complementar deste artigo.

RESULTADOS E ANÁLISE

O objetivo do jogo que compôs a intervenção de ensino foi criar condições para que os estudantes compreendessem o conceito de variável presente em uma expressão algébrica. Essa variável poderia assumir diferentes valores, determinados pela face do dado voltada para cima após o lançamento. O desafio foi escolhido com base nas respostas dos alunos no teste diagnóstico, no qual uma parcela considerável da turma afirmou gostar de jogos e declarou que costuma jogar em seu tempo livre.

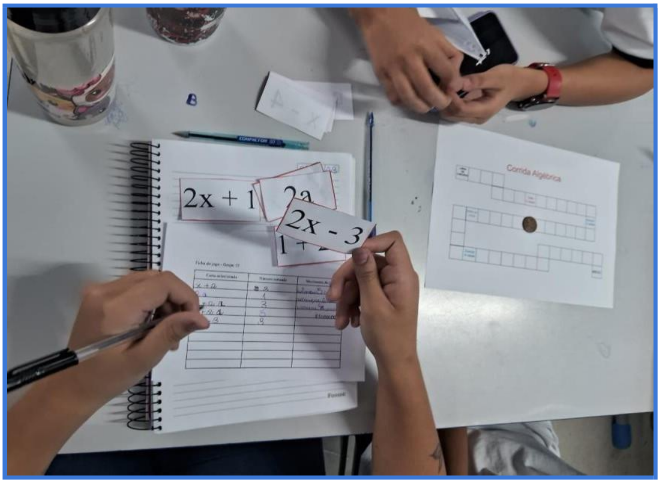
A intervenção iniciou-se com a divisão da turma em trios ou duplas. Observou-se que a turma apresentava dificuldade de interação, já que muitos colegas não se comunicavam entre si. Diante disso, foram formados 10 trios e 3 duplas. Durante essa etapa, apesar da agitação, vários alunos demonstraram curiosidade em relação ao que seria realizado. Após a divisão, os materiais foram distribuídos, o que gerou ainda mais curiosidade, pois, embora todos conhecessem o jogo de tabuleiro, não sabiam de que forma utilizariam as cartas com expressões algébricas. Apesar da orientação para manter as cartas empilhadas e viradas para baixo, alguns grupos, movidos pela curiosidade, olharam antecipadamente o conteúdo.

De modo geral, os alunos demonstraram interesse pela atividade desde o início e, assim que recebiam o material, já se organizavam para dividir funções, como quem ficaria responsável pelo tabuleiro, quem preencheria a tabela e quem manipularia as cartas.

Após a organização da turma e a entrega do material, a mestranda iniciou a explicação sobre o funcionamento do jogo. No entanto, após a primeira explicação, a maioria da turma relatou não ter compreendido a proposta, sendo necessária uma segunda explanação. Durante a primeira tentativa, a agitação da sala dificultou a escuta das instruções. Nesse momento, foi necessária a intervenção da professora regente para que os estudantes se acalmassem e prestassem atenção. Após a segunda explicação, em linhas gerais, a turma compreendeu a atividade. Contudo, a maior parte ainda apresentava dificuldades para realizar os cálculos envolvendo as expressões algébricas, o que demandou a intervenção da mestranda em diversos momentos. A Figura 4 ilustra uma dupla durante o desenvolvimento do jogo.

Figura 4

Jogando a corrida algébrica. (As autoras, 2023)



Após a explicação e a maioria da turma ter se concentrado, a mestranda se posicionou em frente à mesa da professora e pediu para os trios/duplas retirarem a primeira carta. Após terem feito isso, lançou o primeiro dado e sorteou o número 3. Como as cartas estavam embaralhadas, cada trio/dupla retirou uma carta diferente entre as 10 disponíveis. Como havia 13 grupos, alguns retiraram cartas repetidas. Muitos estudantes não sabiam o que fazer com o número 3 sorteado, então a mestranda explicou que eles deveriam substituir o número no lugar da letra e realizar a operação.

Os trios/duplas que retiraram inicialmente as cartas “x+2” e “x+3” pedem ajuda à mestranda, como mostra a transcrição a seguir:

B.: Professora, então no lugar do “x” devemos colocar o 3?

M.: Isso mesmo. Quanto dá essa conta?

Alunos pensam por um momento.

L.G.: Tem que somar o 3 com o 2?

M.: Isso mesmo. Esse será o número de casas que vocês devem avançar.

B.: Vamos andar 5 casas, então, gente

M.: Isso, mas vocês também precisam anotar na tabela.

B.: Aqui no movimento do jogo, a gente coloca o que?

M.: Vocês chegaram no número 5 e como é positivo, vocês podem escrever “avancei 5 casas”.

Os estudantes avançaram as cinco casas e se mostraram entusiasmados com o próximo movimento. Segundo Verganud (1993), a confiabilidade para mobilizar um esquema tem como base o conhecimento que possui, implícito ou explícito, das relações entre o algoritmo e os atributos do problema a ser resolvido. De modo geral, os estudantes que tiraram cartas com expressões do tipo “x + b” não demonstraram muita dificuldade em realizar os cálculos. Uma vez que tiraram suas dúvidas, conseguiram desenvolver o jogo com mais confiança, como pode ser verificado com os estudantes que tiraram as cartas “x + 2” e “x+3”.

Houve dificuldade com mais frequência quando a carta retirada era do tipo “mx + n”. A turma, em sua maioria, não conseguia dar prosseguimento ao jogo quando tirava este tipo de carta. Foi observado que os estudantes não sabiam que estruturas como “2x” e “2a” representam multiplicação entre o número constante e o valor atribuído à variável. Dessa maneira, foi necessária a intervenção da mestranda para auxiliá-los. A conversa transcrita a seguir, estabelecida entre a dupla J e A, que retirou como primeira carta “2x+3”, evidencia este fato:

J.: Professora, o que a gente faz com esse “2” na frente do x?

M.: Quando temos um número “grudado” em uma letra, existe uma operação entre eles.

J.: Então fica 23?

M.: Não, quando temos um número na frente de uma letra, existe uma multiplicação entre eles.

As estudantes faziam gestos e expressões de dúvidas. A mestranda, então, se posicionou na frente da turma e pediu a atenção de todos. Foi necessário, nesse momento, uma breve explicação na lousa sobre a estrutura de uma expressão algébrica. A mestranda explicou para a turma que existe a operação de multiplicação entre o número e a letra. Foi dado um exemplo, utilizando a expressão “2x + 1” e usando o valor x = 1. Depois disso, a turma prosseguiu com o jogo e a mestranda retornou para a dupla J e A:

J.: Professora, então vamos multiplicar o 2 pelo 3 e depois somamos 1?

M.: Isso mesmo. E qual é o resultado final?

As alunas pensam juntas, vocalizando os cálculos que estavam fazendo.

A.: 7?

M.: Isso mesmo.

De forma similar, outros grupos pediram ajuda para fazer os cálculos com expressões “mx + n”, mas observou-se que os grupos que estavam em rodadas posteriores e retiraram cartas desse tipo já não apresentavam muitas dificuldades.

Partindo das duas classes de situações propostas pela TCC, compreendemos que o uso de esquemas não se restringe somente à primeira classe. Vergnaud (1993) afirma que, quando os estudantes não conseguem resolver um problema ou cometem erros, na verdade, também estão mobilizando esquemas, que devem ser observados pelo professor. A dupla J e A mobilizou o esquema “quando um número estiver junto com uma letra e a letra assumir um valor, substituir a letra pelo valor e colocar ao lado do número”.

A partir desse momento, o jogo foi sendo desenvolvido com mais facilidade e surgiram apenas dúvidas pontuais. Uma grande dificuldade apresentada por alguns estudantes foi trabalhar com valores negativos. Por exemplo, quando foi sorteado o número 3, uma dupla que estava com a carta (x – 4) não soube calcular o resultado corretamente, sendo necessária uma discussão sobre o assunto. Vendo que outros estudantes apresentavam a mesma dúvida, a mestranda se posicionou novamente em frente à turma e pediu para que prestassem atenção. Segue a transcrição da conversa estabelecida:

M.: Turma, o número 3 foi sorteado e alguns colegas estão com a carta "x - 4". Alguém sabe o resultado?

N.: Não tem como calcular. Não dá para retirar 4 de 3.

B.: É -1.

C.: É 1.

M.: Vamos pensar um pouco. Acho que vocês já aprenderam números inteiros em algum momento, mas leva tempo mesmo pra gente entender bem.

Nesse momento, a professora regente afirmou que números inteiros foram matéria do ano passado e relembrou a turma sobre números negativos. A partir da fala da professora, muitos começaram a se lembrar do que haviam estudado e começaram a responder -1.

M.: Isso aí, gente, três menos quatro é igual a -1. Mas voltando para o jogo, o que vai acontecer com o grupo que obteve esse resultado?

Turma: Vai ter que voltar uma casa.

Um dos pré-requisitos para o jogo *corrida algébrica* é o conceito de números inteiros, que ainda está sendo construído pelos estudantes. Vergnaud (1993) destaca na TCC que não é possível a construção de conceitos de forma isolada ou linear. Dessa forma, é necessário a utilização de conceitos aritméticos fundamentais para se desenvolver a competência para atuar no campo conceitual algébrico.

Dando prosseguimento ao jogo, o segundo número sorteado foi o número 1. Até então, nenhum grupo havia retirado as cartas "2a", "6 - a" ou "1 + 2a", mas, no segundo lançamento, uma dupla retirou a carta "2a". A mestranda ficou observando qual seria a atitude das alunas, que, após visualizarem uma variável diferente do x, não sabiam como prosseguir. A mestranda se aproxima e inicia a seguinte conversa:

R.: Tia, não tem "x" nessa carta e a gente não sabe o que fazer agora

M.: O "a" faz o mesmo papel que o "x"

R.: Então no lugar do “a” a gente coloca o número 1?

Nesse momento, a outra aluna da dupla pega o papel e escreve a expressão, colocando no lugar “a” o número 1. Realizando a multiplicação chega no valor 2.

As alunas se olham e dizem juntas:

R. e F.: Vamos avançar duas casas.

Analogamente, outros grupos mostraram a mesma dificuldade com as cartas “6 - a” e “1 + 2a”, provavelmente devido aos termos deslocados e à mudança de variável. Para a carta “6 - a” não houve dificuldade na aplicação dos valores sorteados, visto que variaram entre 1 e 6, não resultando em valores negativos.

Tomamos como a base a terna (S, I, R), que, segundo Vergnaud (1993), constituem um conceito, e buscamos analisar, nos esquemas dos estudantes, a manifestação de invariantes operatórios a partir da mudança da variável x para a variável a. Além disso, buscamos perceber a importância de negociar o significado dos símbolos. Afinal, a diversificação da letra, sem uma negociação prévia, causou estranhamento nos estudantes.

Apesar das dificuldades iniciais, nossa postura dialógica, utilizando ora os símbolos algébricos, ora a linguagem materna e, até mesmo, gestos, favoreceu a condução do jogo e a aprendizagem dos estudantes.

Passando agora à reflexão sobre o jogo, quando questionamos os estudantes sobre as dúvidas que encontraram durante o jogo, verificamos que eles se davam conta de todo o processo que acabamos de descrever e identificavam as dificuldades encontradas para lidar com números negativos e para efetuar os cálculos quando pegavam cartas com expressões do tipo mx + n. No entanto, o entendimento de que deveriam proceder do mesmo jeito quando a variável era representada pela letra a não foi mencionado como uma dificuldade, mas como algo que foi preciso ser esclarecido, pois, como disse M, isso era algo que *“eles não poderiam adivinhar”*.

Essa fala, bastante recorrente entre os estudantes, nos sugeriu que eles estavam sinalizando, ainda que sem um vocabulário específico, a necessidade de negociação dos significados dos símbolos, etapa importante no processo de construção do pensamento algébrico, como afirma Vergnaud (2019). Não compreender esse significado não é equivalente a ter dificuldades no processo de aprendizagem. A negociação dos significados é, na verdade, uma etapa importante do processo de aprendizagem e pode conduzir a dificuldades futuras.

A superação das dificuldades, de acordo com os estudantes, se deu por meio da escuta atenta às falas da professora e da pesquisadora e da repetição dos procedimentos em cada rodada do jogo. Já, com relação às novas regras, chamou nossa atenção o desejo dos estudantes de eliminar a possibilidade de recuar no tabuleiro. Eles reconheciam que o recuo acontecia quando o resultado do cálculo que faziam era um número negativo e, nesse momento foi possível refletir sobre o módulo de um número inteiro:

M: Tem como impedir o resultado negativo?

N: Não, porque vai fazer a conta e vai dar o que tiver que dar.

M: Mas, então, como não recuar?

N: A gente pode pegar o resultado sem o sinal, transformando sempre em positivo e só andando pra frente.

Aqui é válido observar que, como previsto por Vergnaud (2019), o pensamento algébrico se vincula aos números inteiros e, neste caso, um jogo pensado para a construção do conceito de variável, além de mobilizar as operações com números inteiros, também conduziu a outro conceito importante no campo dos números, que é o conceito de módulo. Assim, temos mais um exemplo de que um conceito não é construído isoladamente.

Por fim, na última questão norteadora, os estudantes tiveram oportunidade de confrontar o conceito de variável com o conceito de incógnita. Voltamos às cartas do jogo e questionamos:

M: Se vocês tirarem 6 no dado e pegarem a carta “2a + 1”, quantas casas vocês vão andar?

Todos: 13.

M: Com essa cartinha, vocês sempre vão andar 13 casas?

R: Não, depende do número que sair no dado.

M: Agora, nessa nova regra, se sair 5 no dado, quantas casas você vai andar?

R: 2.

M: Como você descobriu?

R: Como era tudo ao contrário do que a gente “tava” fazendo, eu fui fazendo as contas ao contrário também.

Repetimos essas questões, supondo a saída de outros números no dado e os estudantes foram instigados a procurar o único valor que a incógnita poderia assumir nessa nova regra. Aproveitamos esse momento para falar sobre o sinal de igualdade “=” e a importância da sua compreensão. Foi comentada também a reversibilidade entre as operações, que fundamenta o procedimento de R. Inferimos, inclusive, que esse era um conhecimento implícito na ação dele, teoremas-em-ação como garante Vergnaud (1990). Assim, no contexto do jogo, os estudantes iniciavam o processo de diferenciação entre variáveis e incógnias. Os procedimentos para resolução de equações foram tema de outra intervenção, porém, segundo Verganud (2019), a distinção entre o que é e o que não é uma variável é fundamental para a construção desse conceito.

CONCLUSÕES

Nesta pesquisa, tivemos como objetivo identificar a construção do conceito de variável por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Para isso, realizamos um jogo no qual eles precisavam lidar com a substituição de variáveis por números inteiros em expressões algébricas.

Analisados à luz da Teoria dos Campos Conceituais, os resultados mostram que os estudantes apresentaram mais dificuldades para lidar com expressões do tipo mx + n do que com expressões do tipo x + b. Isso ocorre porque o esquema utilizado para compreender o primeiro tipo é mais complexo do que aquele empregado no segundo.

Em ambos os casos, foi possível identificar a mobilização dos conceitos de números inteiros e das operações com eles, configurando os conhecimentos-em-ação dos estudantes. Além disso, observamos que a diversificação da letra que representa a variável pode constituir um obstáculo quando não é devidamente negociada com os alunos — aspecto que, dentro da Teoria dos Campos Conceituais, corresponde à negociação do significado das representações.

Nos momentos finais da intervenção, ao refletirmos coletivamente sobre o jogo, concluímos que a compreensão do conceito de variável envolve necessariamente a distinção entre os conceitos de incógnita e variável. Por isso, consideramos que esses temas são indissociáveis e devem ser abordados de forma simultânea.

É evidente que, por se tratar de um estudo de caso, os resultados não podem ser generalizados. Entretanto, esperamos que contribuam para as reflexões sobre a construção do pensamento algébrico.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

GSB e DRSJ idealizaram a ideia apresentada. GSB desenvolveu a teoria. DRSJ adaptou a metodologia para este contexto, criou os modelos, realizou as atividades e coletou os dados. GSB e DRSJ analisaram os dados. Todos os autores participaram ativamente da discussão dos resultados, revisaram e aprovaram a versão final do trabalho.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados por DRSJ, mediante solicitação razoável.

REFERÊNCIAS

Anjos, L. F. (2021*). Equações do 1º grau: significando a aprendizagem por intermédio da história da matemática* (Dissertação de mestrado profissional, Universidade Federal de Santa Catarina). Universidade Federal de Santa Catarina.

Bilhalva, A. S. (2020). *Investigando o pensamento algébrico à luz da teoria dos campos conceituais* (Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pelotas). Universidade Federal de Pelotas.

Borges, M. E. de O. (2018). *Um mapeamento de pesquisas a respeito do estudo de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (2008–2017)* (Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Brasil. Ministério da Educação. (2017). *Base Nacional Comum Curricular. Brasília*, DF.

Duque de Caxias. Secretaria Municipal de Educação. (2022). *Matriz Curricular de Matemática - Ensino Fundamental I - Anos Iniciais*. https://portal.smeduquedecaxias.rj.gov.br/reestruturacao-curricular

Duque de Caxias. Secretaria Municipal de Educação. (2022). *Matriz Curricular de Matemática - Ensino Fundamental II - Anos Finais*. https://portal.smeduquedecaxias.rj.gov.br/reestruturacao-curricular-

Fiorentini, D., Miorim, M. Â. M., & Miguel, A. (1993). Contribuição para um repensar a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições, 4*(1), 78–90.

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa* (4ª ed.). Atlas.

Guimarães, J. F. (2013). *As concepções da álgebra articulada aos conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental* (Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Kikuchi, L. M. (2019). *A Teoria dos Campos Conceituais e os invariantes operatórios no conteúdo de Álgebra* (Tese de doutorado, Universidade de São Paulo). Universidade de São Paulo.

Klopsch, C. (2010). *Campo conceitual algébrico: análise das noções a serem aprendidas e dificuldades correlatas encontradas pelos estudantes ao final do ensino fundamental (8ª série/9º ano)* (Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco). Universidade Federal de Pernambuco.

Lins, R. C., & Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*. Papirus.

Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. EPU.

Minayo, M. C. S. (1994). Ciência, técnica e arte: O desafio da pesquisa social. In M. C. S. Minayo (Org.), *Pesquisa social: teoria, método e criatividade* (Vol. 18, pp. 31–50). Vozes.

Reis, J. P. C., Silva, R. C., & Santos, G. M. T. (2021). Educação algébrica: o uso de padrões figurativo-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais do ensino fundamental. *Brazilian Electronic Journal of Mathematics, 2*(4).

Righi, F. P., Dalla Porta, L., & Scremin, G. (2021). Pensamento algébrico: uma análise de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. *Revista Eletrônica de Educação Matemática, 16*, 1–21.

Scremin, G., & Righi, F. P. (2020). Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. *Ensino em Re-Vista, 27*(2), 409–433.

Serpa, D., & Kinast, E. (2021). *Recurso lúdico para apoio ao aprendizado da álgebra de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.*

Silva, F. A. M. (2023). *Sequência didática como estratégia de ensino e aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do ensino fundamental* (Dissertação de mestrado, Universidade Luterana do Brasil). Universidade Luterana do Brasil.

Silva, J. A., & Frezza, J. S. (2011). Aspectos metodológicos e constitutivos do pensamento do adulto. *Educar em Revista, (39*), 191–205. Editora UFPR.

Souza, P. M. (2021). *O estudo de álgebra no ensino fundamental II: uma proposta com materiais manipuláveis* (Dissertação de mestrado profissional, Universidade Tecnológica Federal do Paraná). Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Usiskin, Z. (1995). Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Orgs.), *As ideias da álgebra* (pp. 9–22). Atual.

Usiskin, Z. (1999). Conceptions of school algebra and uses of variables. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades K–12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications* (pp. 7–13). National Council of Teachers of Mathematics.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(2–3), 133–170.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos Campos Conceituais. In *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro* (pp. 1–26).

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: What and why? In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative* *reasoning in the learning of mathematics* (pp. 41–59). State University of New York Press.

Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade* (M. L. F. Moro, Trad.). Editora UFPR.

Vergnaud, G. (2019). Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder? *Caminhos da Educação Matemática em Revista, 9*(1).