

Un acercamiento al *noticing* de una futura profesora de matemáticas en la enseñanza de la recta de mejor ajuste en contexto de microenseñanza

Nicolás Sánchez Acevedo^a 
Savka Riveros Silva^b 

^a Universidad Central de Chile, Facultad de Educación, Santiago, Chile.

^b Colegio para deportistas de alto rendimiento (C-dar). Departamento de matemática, Santiago, Chile.

RESUMEN

Contexto: El desarrollo profesional de futuros profesores de matemáticas requiere fortalecer la competencia de noticing, especialmente en estadística, donde identificar e interpretar el pensamiento estadístico de los estudiantes no ocurre de manera espontánea. La enseñanza de contenidos estadísticos, en particular, proporciona oportunidades clave para reconocer y responder a dicho pensamiento. **Objetivos:** Este estudio exploró esta competencia en la enseñanza de la recta de mejor ajuste durante una sesión de microenseñanza realizada por una futura profesora de matemáticas y estadística. **Diseño:** A través de un estudio de caso instrumental, se solicitó a una futura profesora diseñar e implementar una lección de microenseñanza sobre la recta de mejor ajuste, enmarcada en el tema de asociación entre variables del currículo escolar chileno. El objetivo fue explorar sus competencias profesionales en situaciones de enseñanza. **Recolección y análisis de datos:** Los datos se recopilieron mediante observación no participante, incluyendo la grabación y transcripción de la sesión de microenseñanza. Este análisis se complementó con una entrevista de recuerdo estimulado. **Resultados:** Los resultados muestran la capacidad de la profesora para identificar eventos clave del aula y reconocer el pensamiento estadístico de los estudiantes relacionado con la estimación de parámetros, muestra y población. Sin embargo, su capacidad para responder didácticamente fue menos desarrollada, ya que sus reacciones fueron superficiales al abordar las ideas de los estudiantes mediante estrategias instruccionales. Estos hallazgos contribuyen a la comprensión del noticing en la enseñanza de estadística y su papel en el desarrollo del pensamiento estadístico en contextos de microenseñanza.

Palabras clave: noticing; recta de mejor ajuste; futuros profesores de matemáticas; microenseñanza; cualitativo.

Corresponding author: author's full name. Email: nicolas.sanchez@ucentral.cl

Exploring a prospective mathematics teacher's noticing in the teaching of the line of best fit in a microteaching context

ABSTRACT

Context: Prospective mathematics teachers need to strengthen their professional noticing, particularly in statistics, where attending to and interpreting students' statistical thinking does not develop spontaneously. Statistical content affords rich opportunities to recognise such thinking and respond to it productively.

Objectives: This study explored that competence in the teaching of the line of best fit during a microteaching session led by a prospective mathematics and statistics teacher.

Design: An instrumental case study, in which the participant designed and implemented a lesson framed within the topic of association between variables in the Chilean school curriculum.

Data collection and analysis: Data came from non-participant observation of the session, which was video-recorded and transcribed, complemented by a stimulated recall interview. **Results:** The prospective teacher identified key classroom events and recognised her students' reasoning about parameter estimation, sample and population. Deciding how to respond proved less developed: her replies remained superficial and drew on a narrow range of instructional strategies. The study advances understanding of how noticing operates in statistics teaching and of the part microteaching plays in developing it.

Keywords: noticing; line of best fit; prospective mathematics teachers; microteaching; qualitative.

INTRODUCCIÓN

La expansión en ciencia y tecnología ha permitido el acceso libre a una gran cantidad de datos, tanto por ciudadanos como por instituciones formadoras en distintas áreas del conocimiento. Sin embargo, a pesar de su disponibilidad, se requiere un conocimiento en estadística, tanto en su dimensión científica como educativa (Ferreiro & Fernández, 1988). En este último caso, las instituciones de educación superior, especialmente las que forman profesores, deben generar alineaciones curriculares, ya que es imprescindible que los futuros profesores de matemáticas que enseñan estadística (de aquí en más FPMe) puedan sistematizar, analizar e interpretar datos de la realidad (Rodríguez, 2011) para su enseñanza.

En este sentido, el conocimiento del profesor y sus destrezas para comprender el pensamiento matemático y estadístico de los estudiantes es relevante no solo en el ámbito disciplinar, sino también en su transposición al aula (Juárez & Inzunza, 2014; Reyes et al., 2025). Esto permitiría diversas formas de pensar la estadística y su enseñanza (Wild & Pfannkuch, 1999), a partir de ideas fundamentales (Burrill & Biehler, 2011), y observar, desde una

mirada profesional, aspectos clave del aprendizaje de los estudiantes (Sherin & van Es, 2009; Star & Strickland, 2008).

La noción de percepción profesional del profesor de matemáticas ha sido conceptualizada por diversos autores (Sherin & van Es, 2009; Star & Strickland, 2008) y considera la relación entre el pensamiento de los estudiantes y la práctica docente (Jacobs et al., 2010). Algunas aproximaciones (p. e., Star & Strickland, 2008) se enfocan en lo que los profesores captan o pasan por alto en una clase, mientras que otras (Sherin & van Es, 2009) consideran esta habilidad como la capacidad profesional de atender e interpretar los eventos del aula con base en su conocimiento.

En este trabajo compartimos la visión de Jacobs et al. (2010), quienes conciben la percepción profesional como un proceso más amplio que incluye no solo notar e interpretar, sino también planificar respuestas, sean estas planeadas o espontáneas. Según los autores, estos tres procesos (notar, interpretar y seguir la enseñanza) están interrelacionados conceptual y temporalmente, reflejando una visión más integrada del quehacer docente.

Investigaciones recientes (Nagle et al., 2018; Shin, 2021; Türker Biber et al., 2023; Yilmaz & Yetkin Ozdemir, 2023) han estudiado la percepción profesional de FPMe en la enseñanza de la estadística, identificando las destrezas que movilizan y sus focos al interpretar el pensamiento estadístico de los estudiantes. Los estudios revelan que muchos FPMe presentan dificultades para orientar dicho pensamiento en función de los objetivos de las tareas. Esto refuerza la necesidad de generar ambientes situados donde los FPMe puedan desarrollar su conocimiento estadístico para enseñar de forma contextualizada. En esta línea, Casey & Wasserman (2015), en un estudio con profesores en ejercicio, encontraron que la mayoría consideraba que una recta trazada sobre dos puntos era suficiente para representar datos muestrales o para modelar la relación entre variables.

La correlación en las orientaciones curriculares para la formación del futuro profesor de matemáticas en Chile

En Chile, las instituciones formadoras de profesores organizan sus programas según los Estándares de la Profesión Docente (EPD) (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2021), que incluyen estándares pedagógicos y disciplinarios. Los primeros son transversales y definen prácticas docentes que aseguren aprendizajes de calidad (MINEDUC, 2021, p. 18), mientras que los disciplinarios, en el caso de los futuros profesores de matemáticas (FPM), se dividen en estándares disciplinarios y didáctico-disciplinarios. Estos abordan

tanto el conocimiento matemático/estadístico como su enseñanza en el aula, estructurados en seis grandes áreas: Números y álgebra, Geometría, Probabilidades y estadística, Cálculo, Pensamiento computacional y Habilidades y actitudes matemáticas.

El Estándar C considera temas como la asociación de variables, abordando el análisis de datos uni y bivariados mediante representaciones gráficas, tabulares y el uso de tecnologías (MINEDUC, 2021, p. 88). En tanto, el Estándar F incorpora la recta de mejor ajuste, destacando la capacidad de modelar fenómenos estadísticos en contextos significativos, considerando la variabilidad de los datos y su interpretación frente a la pregunta de investigación (MINEDUC, 2021, p. 99).

Los contenidos que el FPM debe conocer y saber enseñar requieren un sólido conocimiento del contenido estadístico (Groth, 2007) para su enseñanza en el contexto escolar. Esto abarca la formulación de preguntas, la recolección, el análisis y la interpretación de datos (Franklin et al., 2007). Las destrezas profesionales del FPM resultan claves, ya que una percepción aguda de los eventos del aula, muchos de los cuales suelen pasar desapercibidos, permite comprender la complejidad de la enseñanza (Kilpatrick et al., 2001) y tomar decisiones que favorezcan el desarrollo del pensamiento estadístico (Wild & Pfannkuch, 1999).

Microenseñanza en la formación de profesores de matemáticas

La formación de profesores, especialmente en matemáticas, ha enfrentado distintos ajustes curriculares (MINEDUC, 2021; NCTM, 2000; Franklin et al., 2007), que exigen repensar su preparación para contextos reales. Kanyongo (2021) plantea que es necesario superar prácticas centradas en la memorización, promoviendo una enseñanza más comprensiva. Para ello, los futuros profesores deben vivir experiencias distintas a las que tuvieron como estudiantes, ya que repetir esos modelos podría limitar su desarrollo profesional (Chapman, 2012). Como señalan Zhang et al. (2024), el propósito de la educación es formar para el tipo de pensamiento que se requerirá más adelante.

En este contexto, las instituciones formadoras deben generar espacios donde los futuros docentes practiquen en condiciones similares a las del aula real. La microenseñanza es una estrategia eficaz para fortalecer habilidades pedagógicas y didácticas (Mukuka & Alex, 2024; Alex & Thomas, 2023). Bozkurt y Koyunkaya (2022) destacan que esta práctica permite experiencias formativas significativas y la identificación de fortalezas y debilidades,

mientras que Altuk et al. (2012) resaltan que facilita el análisis del desempeño docente entre pares. Además, promueve la reflexión sobre la enseñanza y el desarrollo de la confianza y la intención pedagógica (Basturk, 2016; Bilger, 2017).

Desde esta perspectiva, esta investigación se sitúa en dos líneas: el estudio del *noticing* en futuros profesores de matemáticas y la microenseñanza como espacio de formación. No obstante, ambas áreas han abordado poco la enseñanza de la estadística. Por ello, este trabajo explora el *noticing* (*énfasis en la destreza perceptiva*) con foco en la percepción profesional de una futura profesora de matemáticas durante la enseñanza de la recta de mejor ajuste en un contexto de microenseñanza, aportando a la comprensión del desarrollo profesional en estadística escolar.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En este apartado, presentamos el fundamento teórico de la investigación correspondiente a la competencia *noticing* (Jacobs et al., 2010) centrada específicamente en las destrezas de *atender*, *interpretar* y *decidir*.

La competencia NOTICING

El aprendizaje y desarrollo de competencias profesionales se entiende que va más allá de lo que las instituciones formadoras de profesores ofrecen, sino que permea las acciones didáctico-pedagógicas del profesor en cuanto a la planificación de situaciones de enseñanza, predecir el qué y cómo los estudiantes resolverán dichas actividades, para posteriormente reflexionar sobre lo diseñado e implementado (Groenwald & Llinares, 2022). Este aprendizaje, para enseñar estadística, requiere un cambio de pensamiento, dado que la naturaleza propia de la disciplina, sustentada en datos, plantea la necesidad de pensar y enseñar bajo fenómenos asociados a la incertidumbre (Moore, 1997), a diferencia del pensamiento matemático.

La enseñanza, entonces, de la matemática [estadística], considerada como una práctica que debe aprehenderse durante la trayectoria formativa, requiere un conocimiento profundo de la disciplina, de cómo los estudiantes piensan y qué elementos del diseño, implementación y gestión del aula son necesarios para el aprendizaje, considerando lineamientos curriculares que han incluido estas formas de enseñanza y de aprendizaje para desenvolverse en sociedad (NCTM, 2000; MINEDUC, 2021; Franklin et al., 2007).

De acuerdo con Groenwald & Llinares (2022), el *noticing*, como una competencia profesional, se puede considerar un conjunto de destrezas que

requieren el uso de conocimientos didácticos y disciplinares para el desarrollo de actividades de manera profesional, relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas [estadística]. Por ejemplo, definiendo objetivos para comprender conceptos estadísticos, diseñando lecciones de clase que movilicen el pensamiento estadístico, implementando actividades que consideren el contexto y la elaboración de preguntas estadísticas (Arnold & Franklin, 2021), así como seleccionar y adaptar situaciones para la resolución de problemas estadísticos (Wild & Pfannkuch, 1999).

Articular estos diferentes procesos permite establecer la forma en que los futuros profesores de matemáticas, para la enseñanza de la estadística, razonarán y comprenderán las situaciones de enseñanza (Fernández et al., 2018; Nagle et al., 2018). Con ello, es posible poner de manifiesto procesos de razonamiento de los futuros profesores de matemáticas sobre el pensamiento estadístico de los estudiantes, así como los niveles de demanda cognitiva que se pueden proponer y desarrollar en una lección de clase, a partir de la interpretación de las acciones de los estudiantes y seguir con la enseñanza.

Diversas han sido las conceptualizaciones que se le han dado a la competencia *noticing* (Jacobs et al., 2010; Mason, 2002; van Es & Sherin, 2008). Para van Es & Sherin (2008), es vista como una competencia con dos subprocesos integrados: (i) atención selectiva (*Noticing*) y (ii) capacidad de razonar a partir del conocimiento adquirido. El primero se relaciona con la capacidad de los futuros profesores de centrar la atención en una situación de aula concreta y trascendente en la enseñanza, y el segundo se relaciona con la capacidad de los futuros profesores de usar el conocimiento disponible sobre un tema específico para dotar de sentido a dicha situación. Para Llinares (2013), el profesor identifica los aspectos relevantes de la situación de aula, los interpreta con su conocimiento y los vincula con principios más generales sobre la enseñanza y el aprendizaje.

En el contexto particular del pensamiento matemático [estadístico], la competencia *noticing* es conceptualizada por Jacobs et al. (2010) como la adquisición y desarrollo de tres destrezas: Atender a las estrategias de los estudiantes identificando los detalles estadísticamente relevantes en ellas; interpretar la comprensión estadística de los estudiantes considerando los detalles previamente identificados y decidir cómo seguir con la enseñanza de la estadística, considerando la interpretación de los hechos y proponiendo acciones que ayuden a los estudiantes a seguir progresando en su comprensión estadística.

METODOLOGÍA

Con la intención de dar cuenta del objetivo planteado, se ha seguido una investigación de tipo cualitativa-interpretativa (Merriam y Tisdell, 2016). Para ello, se ha considerado un diseño de estudio de casos instrumental (Stake, 1999), con la intención de explorar, en profundidad, el *noticing* de una futura profesora de matemáticas cuando enseña la recta de mejor ajuste del contenido de regresión lineal simple en un contexto de microenseñanza. En lo que sigue se describe el contexto de microenseñanza de la FPM, la recolección de los datos y el proceso de análisis.

La futura profesora de matemáticas y su contexto de microenseñanza

La futura profesora de matemáticas, a quien llamaremos Belén, cursaba la asignatura de modelos estadísticos en el noveno semestre (de un total de diez) al momento de la recopilación de datos. Su elección como informante se debió a su motivación constante por aprender y profundizar en conceptos estadísticos, especialmente en los vinculados a la modelación. Además, en sus microenseñanzas, se evidenció una planificación cuidadosa, con objetivos, recursos y estrategias didácticas orientadas a profundizar en los contenidos clave del curso.

La elección de Belén como caso de estudio se basó en dos criterios de Silverman (2008): (i) el interés del investigador por ciertas características particulares del caso, y (ii) su adecuación temporal y contextual, al encontrarse cursando la asignatura de modelos estadísticos y participando en procesos de microenseñanza en ese mismo periodo formativo.

El curso de modelos estadísticos pertenece a la línea formativa disciplinar en estadística del programa pedagógico cursado por Belén. Se estructura en tres unidades: regresión lineal simple, múltiple y extensiones hacia modelos generalizados. Previamente, los FPM cursan estadística descriptiva y didáctica (sexto semestre), probabilidades (séptimo) e inferencia estadística (octavo). Estos cursos, además de tratar contenidos disciplinares, tienen un enfoque orientado a su enseñanza, conforme a los objetivos del curriculum escolar chileno (MINEDUC, 2015, 2019).

Entre las actividades evaluativas del curso se incluyen informes estadísticos, planificaciones de clase, resolución de ejercicios con software y microenseñanzas. En el segundo semestre de 2024 se realizaron dos microenseñanzas: la primera, a inicios de semestre, abordó la correlación lineal simple; la segunda, hacia el final, trató la recta de mejor ajuste, en

ambos casos articulando los contenidos disciplinares con los objetivos del currículum escolar. La secuencia de trabajo desarrollada por Belén y sus compañeros se muestra en la Figura 1.

Figura 1
Secuencia de la actividad desarrollada en clase. (Elaboración propia)



De la secuencia realizada para implementar la microenseñanza, en este trabajo mostramos el análisis del trabajo realizado por Belén en la etapa 4, la cual consistió en implementar la microenseñanza al grupo de compañeros (FPM), considerando que eran estudiantes, y posteriormente, abrir la discusión para la reflexión conjunta. A partir de este trabajo, se busca explorar las destrezas profesionales del *noticing* que emergen al implementar y reflexionar a partir de una microenseñanza, especialmente en la enseñanza de la recta de mejor ajuste.

Recogida de datos

Las fuentes de recolección de datos fueron principalmente la videograbación (Fitzgerald et al., 2013) de la microenseñanza y la entrevista semiestructurada (Kvale, 1996). Se consideraron tres segmentos de microenseñanza, y con ello, poder definir las unidades de significado relacionadas con la competencia *noticing*: el inicio, el desarrollo y el cierre de la microenseñanza. En la Tabla 1 se muestra cada uno de los segmentos, su duración y el aspecto del contenido abordado.

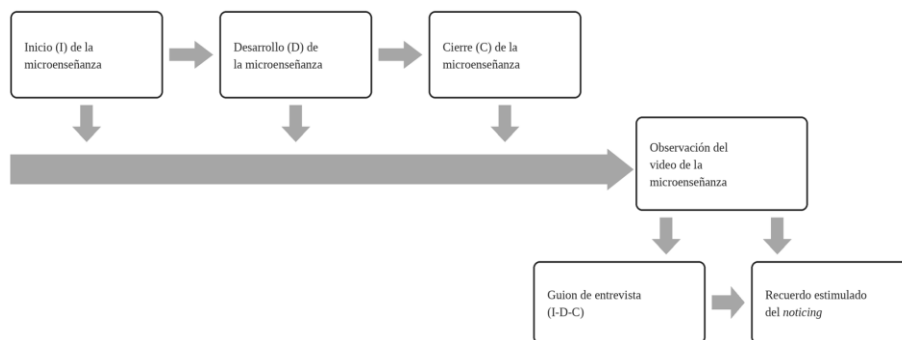
Tabla 1
Organización de la microenseñanza sobre la recta de mejor ajuste.
(Elaboración propia)

Segmento de la microenseñanza	Aspectos abordados	Duración
Inicio	Planteamiento del objetivo y conceptos previos sobre variables dependientes e independientes	06 min
Desarrollo	Modelamiento de relación entre dos variables cuantitativas y recta de mejor ajuste	21 min
Cierre	Profundización de aspectos conceptuales de población y muestra relacionadas con la recta de mejor ajuste	03 min

Posterior a la implementación de la microenseñanza, en un espacio y fecha a convenir, se le aplicó a Belén la entrevista semiestructurada de recuerdo estimulado por video (ERE, Nguyen et al., 2013) con la intención de que Belén recordara e identificara aspectos relevantes en la enseñanza de la recta de mejor ajuste y nos permitiera explorar su *noticing* (atender, interpretar y decidir) (Figura 2). Se utilizó esta técnica dado que brinda a los participantes la opción de ver su proceso de enseñanza en acción y sirve como medio para ayudarles a recordar aspectos de su desarrollo profesional ante los eventos del aula (Lyle, 2003), que en este caso se reflejan en la comprensión que manifiestan los estudiantes, relacionados con los aspectos de la recta de mejor ajuste.

Figura 2

Secuencia para el diseño de la microenseñanza sobre la recta de mejor ajuste.
(Elaboración propia)



Al término de la microenseñanza de Belén se aplicó la técnica ERE. Para ello se elaboró un guion organizado para cada uno de los momentos de la implementación (I-D-C). Cada una de las preguntas estaba codificada con el intervalo de tiempo que Belén debía observar (Ver Figura 3) para recordar aquellos eventos de la recta de mejor ajuste que fueron relevantes en el desarrollo del pensamiento estadístico de los estudiantes y estimular el *noticing* de Belén.

Figura 3

Esquema de la estructura del guion de entrevista estimulada. (Elaboración propia)

Pregunta del guion	Intención
P3) 01:06 a 02:50 - A partir de las respuestas de los estudiantes ¿Qué de esto consideras para seguir con la clase	Esta pregunta buscaba explorar en la destreza <i>seguir</i> la enseñanza, a partir <i>notar</i> e <i>interpretar</i> el pensamiento de los estudiantes sobre la idea de variable dependiente e independiente

La Figura 3 muestra un ejemplo de estructura del guion de la ERE. La primera columna tiene el número de la pregunta, el intervalo de tiempo que debía observar Belén, y la pregunta. La segunda columna tiene la intención buscada por el investigador para explorar *noticing* en la enseñanza de la recta de mejor ajuste.

Análisis de datos

El proceso de análisis comenzó con la transcripción de la grabación de la microenseñanza y de la entrevista aplicada posteriormente a Belén. Una vez transcritos ambos instrumentos, se analizaron los segmentos de clase (I-D-C), divididos en unidades de análisis centradas en el *noticing*. Estos episodios correspondían a momentos relevantes en la enseñanza de la recta de mejor ajuste, que permitieron identificar alguna de las destrezas del *noticing* (Jacobs et al., 2010) manifestadas por Belén.

Las destrezas del *noticing* propuestas por Jacobs et al. (2010) se utilizaron para explorar cómo la FPMe interpretaba el pensamiento de sus estudiantes. Cada unidad de análisis, derivada de los segmentos I-D-C, correspondía a las intervenciones de Belén durante la enseñanza del tema estadístico. El análisis se enfocó especialmente en las destrezas de atención e interpretación. Las unidades provenientes de la Entrevista de Recuerdo Estimulado (ERE) se utilizaron principalmente para evidenciar la destreza de seguir la enseñanza, sin excluir los casos donde también surgieron atención e interpretación.

Para clasificar las destrezas de atención (*attend*), interpretación (*interpret*) y seguimiento de la enseñanza (*response*), se emplearon los niveles de evidencia propuestos por Yılmaz (2023): sin evidencia, débil, parcial y sólida. Esta categorización permitió realizar una codificación deductiva (Patton, 2002), tomando como base las destrezas profesionales descritas por Jacobs et al. (2010). La Tabla 2 presenta los indicadores de *noticing* asociados a cada nivel de evidencia.

Tabla 2

Marco de análisis para el noticing de la futura profesora de matemáticas.

(Adaptado de Yılmaz, 2023)

Niveles de evidencia	Característica del nivel
Sin evidencia	La futura profesora de matemática no entrega evidencia sobre sus destrezas noticing en la durante la microenseñanza.
Evidencia débil	La futura profesora de matemática muestra intervenciones (enseñanza) o respuestas generales (entrevista) generales que no consideran el pensamiento estadístico de los estudiantes. Se centra en perspectivas que consideran la comprensión procedimental y/o mecánicas relacionadas con el pensamiento de los estudiantes sobre la recta de mejor ajuste.
Evidencia parcial	La futura profesora de matemática intenta detallar el pensamiento estadístico de los estudiantes, o considera propuestas alternativas ante las acciones de los estudiantes. Se consideran perspectivas sustentadas en la comprensión de los estudiantes más allá de los aspectos procedimentales o mecánicos sobre la recta de mejor ajuste.
Evidencia sólida	La futura profesora de matemática amplía su comprensión sobre el pensamiento de los estudiantes, dando cuenta de ayuda para profundizar en su comprensión bajo perspectivas alternativas. Se centra en una comprensión conceptual del pensamiento de los estudiantes sobre la recta de mejor ajuste.

Finalmente, el proceso de validación se realizó por medio de una triangulación de consenso de expertos (Flick, 2007), que consideró especialistas en el marco del noticing y de la enseñanza de la estadística. La triangulación se llevó a cabo por medio de una contrastación de fragmentos derivados de las unidades de análisis de las intervenciones de la microenseñanza y las respuestas de las entrevistas, como una aproximación multi-metodológica (Baxter y Lederman, 2001) de instrumentos de recolección de datos.

RESULTADOS

En este apartado mostramos los resultados, los que se organizan según los tres momentos de la microenseñanza—inicio, desarrollo y cierre, los que son analizados a través de los tres componentes del marco noticing: atender, interpretar y responder. El análisis se apoya en diferentes episodios de aula y las respuestas de la Belén recogidas en la Entrevista de Recuerdo Estimulado (ERE).

NOTICING al inicio (I) de la microenseñanza

Al inicio de la microenseñanza, Belén comenzó con un recordatorio de conocimientos previos sobre los tipos de variables dependientes e independientes para, posteriormente, introducir los contenidos del tema de la recta de mejor ajuste. Inicia proponiendo el objetivo de la clase: explicar el modelo de regresión lineal (recta de mejor ajuste) de forma manual y Excel, a partir de la relación entre dos variables. Ante el objetivo, se le preguntó a Belén en la ERE:

Investigador: ¿Por qué inicia tu clase de regresión recordando la noción de tipos de variables? ¿Qué diferencias hay con las variables matemáticas? [P2) 00:13]

Belén: quise introducir con este repaso de variables independientes y dependiente antes del concepto de variable predictora y predicha. Para esto necesitaba primero que los estudiantes recordaran estos conceptos y luego avanzar, porque ellos podrían decir porqué y cómo, y porqué cambia de nombre. La idea de repasar esto era para introducir la idea de relación entre dos variables, para que ellos pudieran entender que estos tipos de variables tenían estos otros nombres en el contexto de la regresión. Además, dentro de lo que es la matemática, a veces las variables, como en las ecuaciones es muy como abstracto o es muy general el significado de las variables, pero en este tema de la regresión, del modelo de regresión, el contexto, lo que significa esta variable es muy importante, pues no es solo el tema que se relaciona o que una depende de la otra, sino que hay una que está explicando lo que pasa y otra que va a ser explicada a partir de esa, tomando decisiones y concluyendo, y eso permite mayor comprensión de los alumnos.

La planificación inicial de Belén evidencia su destreza de atención al pensamiento de los estudiantes, al decidir comenzar con un repaso de variables dependientes e independientes para introducir la nomenclatura de variable predictora y predicha en regresión lineal. Reconoce que, a diferencia de otros contextos matemáticos más abstractos, en regresión el contexto otorga significado a las variables, lo cual favorece la comprensión conceptual. Además, muestra una interpretación parcial sobre cómo los estudiantes comprenden la recta de mejor ajuste.

Al iniciar la microenseñanza, Belén entabla una interacción con los estudiantes para clarificar y recordar el concepto de variable dependiente e independiente. Ante las respuestas que recibe, Belén tiene el siguiente intercambio con uno de ellos:

Belén: ¿qué es la variable dependiente e independiente?

Estudiante: la estatura junto con el fémur.

Belén: ya ¿y cuál sería la independiente?

Estudiante: la independiente, es que creo que esa podría ser como bi [se refiere a que puede ser dependiente o independiente], esa podría ser una dependiente de la otra, o al revés.

Belén: depende del contexto ...

Del diálogo con el estudiante se evidencia que Belén atiende de forma débil a la respuesta del estudiante sobre el pensamiento de los tipos de variables. La respuesta generaba la oportunidad de interpretar y justificar la dualidad de las variables, es decir, que una misma variable puede tomar un rol de dependiente (predicha) o independiente (predictora) a la vez, dependiendo del contexto de investigación y de que estas variables tengan sentido en el análisis. Sin embargo, Belén solo atiende a que esta dualidad depende del contexto sin profundizar en la interpretación.

A partir de las respuestas de los estudiantes, se le preguntó a Belén en la ERE lo siguiente: *¿Qué de esto consideras para seguir con la clase?* [P3) 01:06 a 02:50]. La respuesta de Belén fue la siguiente:

Belén: Considero la comprensión sobre los conceptos de variables dependientes e independientes. Saber que comprendieron me da la luz verde para avanzar hacia lo siguiente sobre la recta en la regresión. A partir de los ejemplos, por ejemplo, la distancia que corren en cierta hora. Ahí ¿quién es la variable independiente?, ¿el tiempo o la

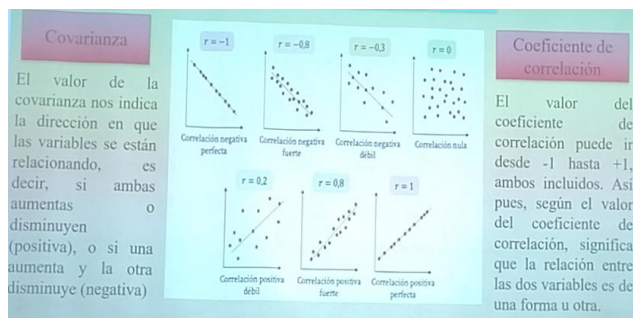
distancia en ese contexto? [ejemplo dado por Belén]. Cuando yo iba observando con mi mirada a los estudiantes, ellos dieron buenos ejemplos de que tenían la comprensión de que una variable dependía de la otra, además con los ejemplos que me dieron: uno de ellos fue, promedio general, que dependería de otras variables como las notas que serían las independientes, otra fue las notas como dependiente y la asistencia la independiente.

Se identifica en la respuesta de Belén una evidencia parcial de la destreza de seguir la enseñanza, dado que identifica y describe los conceptos que los estudiantes manifiestan comprender sobre los tipos de ejemplos de variables. Además, menciona que saber que los estudiantes comprendieron estos conceptos le permite saber que los estudiantes podrán relacionar estos conceptos con la construcción del modelo de regresión en la recta de mejor ajuste. Si bien las ideas de tipos de variables las identifica y justifica en relación con los conceptos posteriores, no profundiza en cómo se haría esta conexión.

Para finalizar el segmento de inicio de la microenseñanza, Belén muestra algunas representaciones simbólicas y gráficas sobre la covarianza y la correlación lineal entre dos variables numéricas para recordar y establecer las relaciones entre los rangos de las métricas de la correlación y covarianza y los diagramas de dispersión (Figura 4).

Figura 4

Relaciones entre representaciones gráficas y métricas de asociación de variables (Tomado de la microenseñanza de la futura profesora)



Muestra y explica estos temas con la intención de recordar dichos conceptos y poder introducir la noción de recta de mejor ajuste en regresión lineal en los estudiantes. Menciona los aspectos de la relación entre variables,

habla sobre la idea de covarianza $cov(x,y)$, que indica, sobre todo, la dirección de la relación; la correlación $corr(x,y)$, que indica la fuerza de la relación entre las variables y que sirve para fijarse si hay o no relación. Esto es complementado por Belén por medio de representaciones gráficas. En este espacio, se le preguntó en la entrevista a Belén sobre algunos aspectos presentados en esta parte de la microenseñanza sobre las componentes del *noticing*:

Investigador: el uso de las gráficas ¿qué papel cumple? En caso de que tus estudiantes no hayan recordado algunos de estos tres temas ¿cómo hubieses seguido la enseñanza y como hubieses explicado estos conceptos de repaso. [P6] 05:10 a 05:40]

Belén: desde cómo veo a los estudiantes, los gráficos sirven apoyo visual, es decir, los estudiantes, no necesariamente van a entender cuando uno les explica sobre los rangos de la correlación que aparecen arriba de los gráficos, sino que ellos entienden mejor los conceptos de covarianza y correlación complementados con las gráficas. Que ellos vean la dirección del comportamiento, y como se relacionan y que tan fuerte son, así con los puntitos [pares ordenados] ellos podrán ver que tan cerca o lejos están de esta línea teórica. En ese comportamiento lineal, ellos dicen, ..., La relación es más fuerte, y si lo ven más disperso, dicen, ahí es más débil y esa ayuda visual sirve para que comprendan.

Investigador: ¿cómo hubieses seguido la enseñanza y como hubieses explicado estos conceptos de repaso. [P6] 05:10 a 05:40]

Belén: hubiera aplicado ejemplos, por ejemplo, con la covarianza, como indica la dirección o si ambas aumentan o no simultáneamente. Hubiera puesto ejemplos... supongamos que la temperatura aumenta, cuando hace mucho calor, se acaba más rápido la cantidad de helado, o si hace frío, hay mayor cantidad de helados, porque no se vende mucho. En una sube y la otra baja, como ejemplo más cotidiano, para que lo entendieran con contextos que ellos pudieran relacionar.

En el cierre de la microenseñanza, se evidencia una interpretación parcial por parte de Belén respecto a la destreza de atención al pensamiento de los estudiantes, específicamente en el uso de representaciones gráficas como apoyo visual. Ella fundamenta su elección didáctica en la comprensión de que

los gráficos permiten a los estudiantes identificar visualmente la dirección y fuerza de la relación entre variables, favoreciendo así la interpretación de los rangos de correlación $corr(x,y)$ y su asociación con la covarianza $cov(x,y)$. Al señalar que “si lo ven más disperso, dicen, ahí es más débil”, Belén muestra cómo la representación gráfica puede actuar como un puente entre la abstracción matemática y la experiencia visual del estudiante.

Asimismo, se observa una evidencia parcial en relación con la destreza de cómo seguir la enseñanza, cuando Belén considera las dificultades que presentan los estudiantes para comprender los conceptos de correlación, covarianza y asociación. Belén propone como estrategia el uso de ejemplos cotidianos, como la relación entre temperatura y venta de helados, para reforzar la comprensión conceptual de estos términos.

NOTICING en el desarrollo (D) de la microenseñanza

Al inicio del segmento del desarrollo de la microenseñanza, Belén propone a los estudiantes la siguiente actividad (Figura 5) de activación:

Figura 5

Actividad de activación para introducir la recta de mejor ajuste (Tomado de la microenseñanza de la futura profesora).

Contexto: En México se desea predecir la nota de un alumno en un examen de Matemática, en función a la cantidad de horas que estudia en la semana en preparación para este examen. Para saber esto, se tomó a 6 estudiantes como muestra y sus resultados fueron los siguientes:

HORAS DE ESTUDIO (X)	NOTA OBTENIDA (Y)
3	8
6	10
8	15
2	8
1	5
6	12

- Considerando variables del contexto:
 x = Horas de estudio
 y = Nota obtenida
- Y la tabla con los valores entregados

- Grafica los puntos de forma manual en el plano disponible.
- Traza los puntos para formar la línea de regresión.
- Luego haz lo mismo en Excel y compara.

Belén usa lenguaje en el contexto de la recta de mejor ajuste, explicando que las horas de estudio serán la variable predictora y las notas obtenidas serán la nota predicha, o que las horas de estudio van a estar explicando la nota obtenida. Ya no se refiere a variables dependientes e independientes. Cuando explica a los estudiantes el desarrollo de la actividad, enfatiza que los valores, que son pares ordenados (x_i, y_i) , corresponden a calificaciones de otro país, lo que planifica con intencionalidad.

En el momento que Belén explicita la intencionalidad del diseño de la actividad y la relevancia del contexto para el trabajo de los estudiantes, se generó el siguiente diálogo con la FPMa a partir de la ERE:

Investigador: ¿Cuáles son las estrategias o detalles matemáticos que tus estudiantes pondrían en juego? ¿Por qué? ¿Puedes detallar algunos? [P7] 06:45]

Belén: Cuando grafican a mano antes de usar Excel, muchos no saben contar bien en los ejes, por ejemplo, de 10 en 10, y se confunden. También suelen invertir los ejes X e Y, lo que cambia todo. En la parte c) con Excel, comparan rectas y dicen que son iguales porque tienen la misma forma, pero no se fijan si pasan por los mismos puntos. No hacen bien esa comparación. [P7] 06:45]

Investigador: A partir de estos detalles matemáticos, ¿cómo los interpretas en el contexto del pensamiento matemático/estadístico de estos estudiantes? [P7] 06:45]

Belén: Sí, hay pensamiento matemático-estadístico, especialmente al comparar las rectas hechas a mano con las de Excel. Ubican puntos, crean gráficas y luego analizan. Se preguntan, por ejemplo: ¿qué tienen de diferente las otras rectas?, ¿Excel lo hace mejor?, ¿por qué mi recta es diferente? La idea es que noten esa variación. [P7] 06:45]

Investigador: Y a partir de esta comprensión, ¿qué decidirías hacer para seguir con la instrucción, ya sea habiendo pensamiento matemático/estadístico idóneo o dificultades? [P7] 06:45]

Belén: Me gustaría que compartieran en clase lo que les dio, comparar si fue igual o distinto a Excel, y concluir por qué. Si las rectas son iguales, ¿por qué? Si no lo son, ¿qué cambió? Quiero que comprendan por qué hay una mejor recta, que vean que no se trata solo de trazar, sino de entender que esa recta explica mejor lo que pasa. [P7] 06:45]

A partir del análisis de las respuestas de Belén sobre el pensamiento de los estudiantes relacionado con la recta de mejor ajuste, se identificó evidencia sólida de la destreza de atención y evidencias parciales respecto de la interpretación y la destreza de seguir la enseñanza. En este sentido, Belén demuestra una atención clara al trabajo de los estudiantes al estimar la recta de mejor ajuste, reconociendo dificultades como errores en la graduación de los ejes o en la inversión del orden de los ejes cartesianos, vinculados a las

variables del estudio. También señala que los estudiantes presentan dificultades para visualizar la recta estimada como una aproximación y no como una única recta exacta, lo que se evidencia al comparar su construcción manual con la generada en Excel, sin percibir diferencias entre ambas. Estas observaciones dan cuenta de un seguimiento parcial del aprendizaje, aunque con sensibilidad hacia las dificultades conceptuales de los estudiantes.

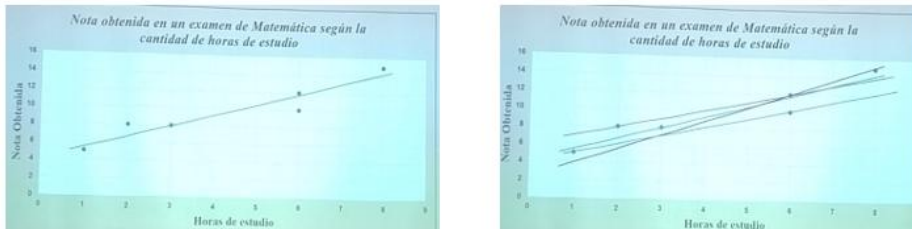
Con base en la destreza de atención identificada, se observa una evidencia parcial de la destreza de interpretación del pensamiento estadístico de los estudiantes al construir la recta de mejor ajuste. Esto se debe a que Belén justifica, a través del trabajo de los estudiantes en papel y Excel, que las dificultades de los estudiantes se centran en un pensamiento más matemático, al unir pares ordenados sin considerar que lo que están ajustando es una estimación. Además, menciona que, en este proceso de estimación, los estudiantes no se cuestionan sobre las diferencias en las rectas construidas con ambos recursos o si las diferencias en las rectas ajustadas se deben a la variación de las muestras.

En relación con la destreza de seguir la enseñanza, Belén aporta evidencia parcial sobre cómo responder a las dificultades de los estudiantes en la estimación de la recta de mejor ajuste. De acuerdo con esto, aunque menciona que una forma de ayudar a los estudiantes es hacerles preguntas para que cuestionen las diferencias en las rectas ajustadas, representar los datos de manera conjunta y conceptualizar que por los puntos puede pasar cualquier recta, siendo el objetivo encontrar la mejor, no llega a concretar cómo llevar esto a acciones específicas para desarrollar el pensamiento de los estudiantes y garantizar que comprendan la idea de una recta estimada óptima.

Belén, posterior al desarrollo del trabajo con los estudiantes, donde notó e interpretó las dificultades en la comprensión de la recta de mejor ajuste, mostró a los estudiantes el diagrama de dispersión (Figura 6) con diferentes posibilidades de rectas estimadas a partir de los pares ordenados de la actividad.

Figura 6

Diagrama de dispersión con diferentes rectas estimadas (Tomado de la microenseñanza de la futura profesora).



Al presentar el diagrama de dispersión, Belén explica a los estudiantes lo siguiente: “Esta recta que les arrojó Excel está buena [Figura 6 izquierda], pero no quiere decir que las que formaron ustedes, que no se parecían, estuvieran incorrectas. Es decir, que yo también pude haber trazado una recta así, o una así, o aun así [Figura 6 derecha]. ¿Pero por qué me quedo con la que arroja Excel? Pues Excel entrega aquella que se dice que es la que tiene mejor ajuste y eso es lo que nos sirve a nosotros, porque, como dijimos, esto está tomado de una muestra, entonces yo no sé si esto se está ajustando a los datos o no. Por lo tanto, yo tengo que considerar esa línea, o esa recta que estoy trazando, que se acerca más a los datos” [min. 15:13 a 15:56]. Esta explicación aporta indicios sobre la intencionalidad de Belén de profundizar en el pensamiento estadístico de los estudiantes en relación con la idea de que la recta encontrada es una estimación cuando se tiene una muestra, y que esta estimación busca ser la mejor posible. Al respecto, sobre esta situación de enseñanza, se dio el siguiente diálogo con Belén a partir de la ERE:

Investigador: Cuando muestras el gráfico de dispersión con distintas líneas de ajuste, ¿qué dificultades podrían tener los estudiantes al aprender este concepto? ¿Cómo decidirías seguir con la enseñanza ante los errores o formas de comprensión que observes? Además, mencionas el concepto de muestra al hablar de diferentes rectas de ajuste, ¿por qué lo haces y qué papel juega en estadística? [P9] 15:07 a 16:00]

Belén: Las líneas están una sobre otra, y mi intención era que los estudiantes notaran que cada recta pasa por distintos puntos. Según lo que observé, entendieron bien eso y no tuvieron dificultad con la idea de que hay varias rectas posibles. Una dificultad que sí noté es que no logran comprender por qué la recta final, la que muestra Excel, es la

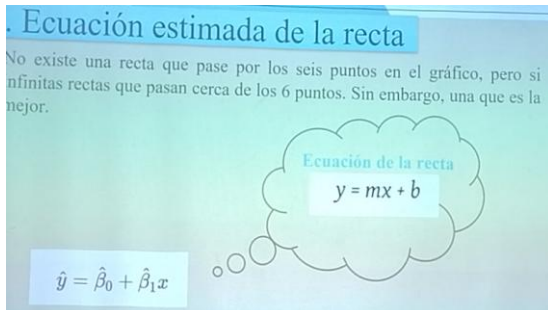
mejor, y por qué las otras no lo son, incluso si se explica. Para seguir con la enseñanza, mostraría más ejemplos con rectas de mejor ajuste, cada una construida desde diferentes muestras. Así podrían comparar visualmente, viendo que algunos puntos están más cerca de una recta que de otra, y así responder por qué esa es la mejor recta y no las demás. [P9] 15:07 a 16:00]

La respuesta de Belén no aporta evidencia sólida sobre la destreza de notar, aunque reconoce que la estrategia diseñada para ilustrar diferentes rectas de mejor ajuste fue comprensible para los estudiantes. Su conocimiento del contenido y de los estudiantes le permitió notar y justificar que los estudiantes desarrollaban los conceptos de recta ajustada y estimación por pares ordenados. Esto la llevó a mostrar la recta estimada correcta para compararla con otras, aunque no necesariamente las mejores. Si bien identifica aspectos relevantes del pensamiento estudiantil, no se evidencia una interpretación profunda de ese pensamiento. En cuanto a la destreza de seguir la enseñanza, se encontró evidencia sólida, ya que plantea que, ante dificultades, mostraría otras situaciones aplicadas para ilustrar rectas estimadas, lo cual permitiría a los estudiantes visualizar diferencias y acercarse a la mejor recta, favoreciendo su comprensión.

Al finalizar la actividad sobre estimación de rectas ajustadas, Belén introduce la ecuación de la recta estimada formalmente a los estudiantes, relacionándola con la forma en que trabaja Excel para obtener esta mejor recta. Menciona: “Debo considerar esa recta o esa línea que mejor se ajuste a los datos, y eso lo vamos a aprender con este modelo de regresión. Como estamos hablando de temas de regresión lineal, necesitamos la ecuación de la recta, y esta es la ecuación de la recta que está en la nube (Figura 7), pero yo necesito estimar estos parámetros que tiene la ecuación de la recta de la forma que está abajo”.

Figura 7

Esquema de la ecuación de la recta con la de mejor ajuste (Tomado de la microenseñanza de la futura profesora).



Sobre estos aspectos de la recta de mejor ajuste que enseña Belén, se le preguntó lo siguiente: *A partir de la forma en que piensan sus estudiantes, ¿qué es lo que buscas develar o hacer con estas dos rectas en la enseñanza? Con la de $\hat{y}$ qué se entiende por estimar ¿Por qué se estima sobre lo que ven los estudiantes?* [P10] 17:42]

Belén: una que es la ecuación de la recta [$y = mx + b$] es cuando trabajo el tema de la población, pues esto ellos lo saben, y en este caso que lo hice intencional que puse una muestra. En este caso, no me sirve esa recta, entonces yo me agarro de esto, para poder explicarles la ecuación estimada de esa recta [$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$] con basado en su comprensión de estos conceptos, es decir, que necesito estimar esta recta, que necesito que esta recta sea transformada de tal manera que se convierta en la aproximación de la recta que se ocupa en la población. Estas analogías las hago para que relacionen los modelos de las rectas en lo poblacional y lo muestral. Lo que me va a dar es una aproximación y eso ellos lo saben. Con la $\hat{y}$ es como hacer esa aproximación, hacer que sea lo más cercano a lo de la población. Esta estimación me permite tener esta respuesta más cercana a lo que es la población, y no con la muestra, y al trabajar con la muestra, necesito ajustar esta recta, estimarla.

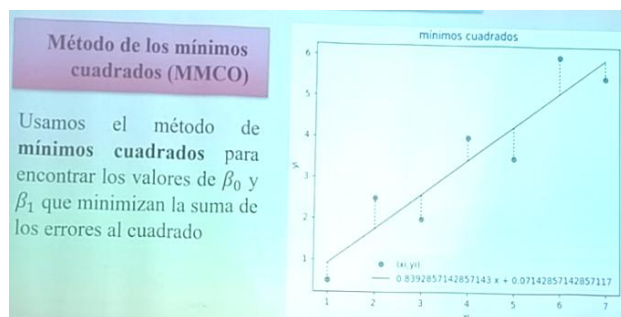
Dado que en la microenseñanza de Belén se evidenció la destreza de notar el pensamiento estadístico de los estudiantes sobre la recta de mejor

ajuste, en la pregunta **P10** se buscó recoger evidencia sobre cómo seguir la enseñanza. Se identifican evidencias sólidas tanto de la destreza de interpretar como de seguir la enseñanza. Belén interpreta el pensamiento de los estudiantes en torno a la mejor recta ajustada, abordando conceptos como estimación, diferencia entre promedio y muestra, y recta ajustada, proponiendo elementos para su profundización conceptual en relación con los modelos algebraicos tratados. Además, plantea que una forma de avanzar en la enseñanza sería transformar la línea poblacional $y = mx + b$ en la recta estimada obtenida de la muestra $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$, articulándola con los conocimientos previos de los estudiantes.

Con la explicación que entrega a los estudiantes, Belén presenta el modelo poblacional de la recta $y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$, indicando que lo que se busca es la recta que se ajusta a los datos (x_i, y_i) de una muestra, puntualizando en que los parámetros determinan la posición y la pendiente de la recta ajustada, minimizan la suma de los errores, y que el modelo general se adapta a un específico de los datos, lo que complementa con la representación gráfica de la Figura 8 para profundizar en la explicación a los estudiantes y profundizar en su pensamiento estadístico sobre la recta de mejor ajuste.

Figura 8

Representación gráfica de la recta de mejor ajuste (Tomado de la microenseñanza de la futura profesora).

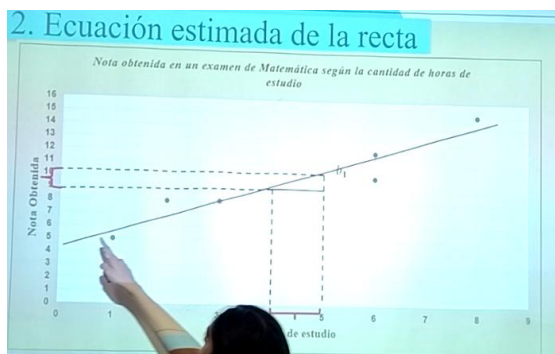


El uso de la representación gráfica, lo complementa mencionando que: “si quiero que los datos se ajusten, es lo mismo que decir que esos puntos estén más cerca de la recta” [min. 18:25 a 18:34]. A partir de esto, y para cerrar con el desarrollo y la explicación del método de estimación de la recta de mejor ajuste, Belén muestra el procedimiento de estimación de los

parámetros, el de β_1 por medio de la pendiente, dados dos puntos como una aproximación del parámetro (Figura 9):

Figura 9

Esquema gráfico para estimar el parámetro β_1 en la recta de mejor ajuste



A partir de esto, preguntamos a Belén específicamente para explorar en la destreza de seguir la enseñanza: “Si por ejemplo tus estudiantes hubieran usado diferentes valores para realizar el mismo procedimiento ¿cómo hubieses decidido seguir con la clase a partir del pensamiento de tus estudiantes?” [P13] 22:50]. El siguiente fragmento muestra la respuesta de la futura profesora:

Belén: Dado que los estudiantes ya conocen aspectos de la estimación, habría comentado que el valor del corte con el eje y es 4,4, pero podría ser otro, resaltando que es una estimación. Para ello, me apoyaría en Excel, ya que permite retomar varios conceptos trabajados, como los valores de pares ordenados, la estimación de parámetros, las muestras aleatorias y el modelo general. Aunque los estudiantes ya conocen estos temas, Excel permite profundizar sin enfocarse tanto en las fórmulas, que en este caso no son muy amigables.

La respuesta de Belén aporta evidencia parcial en relación con cómo seguir la enseñanza, considerando posibles dificultades de los estudiantes si hubiese trabajado con diferentes pares ordenados de muestra. Menciona que, a partir de los conceptos y procedimientos que ella identifica que los estudiantes conocen, usaría el recurso de Excel para mostrar la forma en que cambia el estimador del intercepto, pero no profundiza, por ejemplo, en el concepto de variabilidad, que es un tema central cuando se toman diferentes muestras; solo

alude al uso y el conocimiento de los estudiantes de conceptos previos ya explicados.

NOTICING en el cierre (C) de la microenseñanza

Para el cierre de la clase, posterior a la interpretación de la estimación de los parámetros de la recta de mejor ajuste, Belén genera una dialogo con los estudiantes sobre cuando es necesario hacer una estimación de los parámetros de la recta de mejor ajuste:

Belén: ¿si estoy trabajando con los datos de una población es necesario estimar los parámetros de la recta?

Estudiante 1: no.

Belén: ¿Por qué no?

Estudiante 1: porque estamos trabajando con todos los valores, entonces no es necesario hacer la estimación.

Belén: Bien. [le pregunta a otro estudiante]. Por ejemplos, si yo no te trajera una muestra, y supongamos que la población son 45 estudiantes y tengo sus 45 notas, ¿es necesario que si yo quiero aplicar un modelo de regresión para encontrar la recta tenga que estimar los parámetros?

Estudiante 2: no, porque esos ya serían los parámetros de la recta.

Belén: ya, ¿a qué se refiere con eso?

Estudiante 2: o sea que esa es la ecuación de la recta, que no es como de una muestra [pregunta a otro estudiante].

Estudiante 3: si, más menos similar, ya no es necesario estimar, porque ya podemos tomar decisiones si estamos trabajando con la población.

Belén: como ustedes dicen, no es necesario estimar [...], pero de que es necesario, no es necesario, porque esto lo hacemos cuando tenemos la incertidumbre de que los datos se ajustan de si eso se está ajustando a los datos de una población, que es justamente lo que pasa cuando obtenemos una muestra.

El diálogo de Belén con los estudiantes (1, 2 y 3) permitió evidenciar las destrezas de atención e interpretación sobre el pensamiento estadístico en torno a la construcción de la recta de mejor ajuste. Se observa que Belén nota y comprende que los estudiantes diferencian la estimación de la recta según si los datos provienen de una población o de una muestra. Ante una pregunta inicial, un estudiante niega que la recta se deba estimar y justifica su respuesta, la cual es respaldada por los estudiantes 1 y 2. Frente a esto, Belén retoma los

conceptos de población, muestra y estimación de parámetros mencionados por los estudiantes, proponiendo un ejemplo contextualizado (las notas de un curso) que permite vincular estos conceptos con una situación cercana a ellos.

Finalmente, ante la manifestación del pensamiento de los estudiantes sobre estimar una recta con datos poblacionales, Belén concluye que en ese caso no se estima, reconociendo que la incertidumbre solo aplica cuando se trabaja con muestras. Desde la atención a los conceptos emergentes y su interpretación del pensamiento estudiantil, establece un vínculo con la noción de incertidumbre en el contexto de los modelos de probabilidad.

Los hallazgos encontrados de la competencia *noticing* de Belén se organizaron en la Tabla 3 en relación con la atención, la interpretación y el seguimiento de la enseñanza, de acuerdo con los niveles propuestos por Yılmaz (2023), que atendieron al pensamiento estadístico de los estudiantes. Cada una de estas evidencias de *noticing* de Belén corresponde, en la mayoría de los casos, a las respuestas de la Entrevista de Recuerdo Estimulado, considerando aquellos eventos distintivos de la microenseñanza.

Tabla 3
Síntesis del NOTICING sobre la recta de mejor ajuste.

Segmento de la microenseñanza	Niveles de Noticing											
	Sin evidencia			Evidencia débil			Evidencia parcial			Evidencia sólida		
	A	I	S	A	I	S	A	I	S	A	I	S
Inicio												
Desarrollo												
Cierre												

CONCLUSIONS

De acuerdo con el objetivo de la investigación, que fue explorar el *noticing* de una futura profesora de matemáticas en la enseñanza de la recta de mejor ajuste en contexto de microenseñanza, los resultados dan cuenta de evidencias relevantes, tomando en cuenta tanto el conocimiento mostrado por la FPMe como el diseño de la lección con las restricciones de tiempo establecidas. Es decir, la FPMe mostró evidencias sólidas y parciales en los tres segmentos de la clase con mayor frecuencia, aunque la destreza de cómo seguir la enseñanza fue la que menos se evidenció durante la lección y la entrevista.

Se logró identificar que la atención presentada por la FPMé en la enseñanza de la recta de mejor ajuste es sólida en los tres segmentos en que se distribuye la microenseñanza, pero esta destreza no implica que el nivel de atención dé cuenta de la destreza de interpretación del pensamiento estadístico de los estudiantes. Para destrezas de atención sólidas, la destreza de interpretación es parcial, pues, tal como plantean Fernández et al. (2018) y Jacobs et al. (2010), interpretar el pensamiento de los estudiantes no es una consecución de la identificación, sino que implica ir más allá de ella, examinando en detalle cómo piensan los estudiantes y describiendo su forma de razonamiento ante el contenido de aprendizaje.

A pesar de lo anterior, en pocos pasajes de la microenseñanza, específicamente en el segmento de inicio y desarrollo, se identificó que las destrezas de atención e interpretación mostraron ausencia de evidencias y evidencia débil sobre el pensamiento que la FPMé identifica en sus estudiantes. Sin embargo, y a diferencia de otros trabajos (Ivars y Fernández, 2018; Zapatera, 2019), la destreza de seguir la instrucción presentó evidencias sólidas por parte de la FPMé cuando atendió e interpretó el pensamiento estadístico de los estudiantes sobre la recta de mejor ajuste.

En este sentido, y con base en los resultados obtenidos en este trabajo, parecería que los contextos de microenseñanza, apoyados metodológicamente con la Entrevista de Recuerdo Estimulado, permiten evidenciar diferentes niveles de la competencia profesional *noticing*, en particular, sobre la recta de mejor ajuste. Esto permitió que la FPMé fuera consciente de identificar e interpretar conceptos relevantes en los estudiantes, en la estadística, como estimación, parámetro, muestra, población y aproximación, que dotan de sentido al pensamiento estadístico de los estudiantes para su movilización en el aula, y dejan de lado aspectos más superficiales o procedimentales, como lo evidenciaron en algunos de sus resultados Yılmaz (2023) y Yılmaz & Yetkin Ozdemir (2023).

Estos resultados sugieren que, a partir de la evidencia, los contextos de microenseñanza son un escenario que permite explorar y profundizar en el conocimiento del futuro profesor de matemáticas para la enseñanza de la estadística, pues abren espacios donde los profesores pueden potenciar sus habilidades y destrezas de enseñanza (Mukuka y Alex, 2024) en relación con el aprendizaje de los estudiantes. Estos contextos, complementados metodológicamente con entrevistas de recuerdo estimulado, propician en el futuro profesor de matemáticas la posibilidad de rememorar eventos relevantes de la enseñanza, generando un estado de consciencia no artesanal

(Kennedy, 2002) sobre el pensamiento estadístico de los estudiantes. La relación entre los contextos de microenseñanza y las entrevistas de recuerdo estimulado puede ser complementada con procesos de discusión y reflexión entre pares, lo que generaría nuevos conocimientos y estrategias de aprendizaje en el desarrollo de las destrezas profesionales (Girit-Yıldız et al., 2023; Santagata et al., 2007).

En este sentido, el estudio aporta a esta línea de investigación, ya que, si bien sus resultados no son generalizables, ofrecen indicios sobre cómo orientar el desarrollo de destrezas profesionales en futuros profesores de matemáticas en contextos de microenseñanza. Asimismo, entrega elementos concretos para el diseño de experiencias formativas que permitan al futuro profesor de matemáticas desarrollar una mirada atenta y reflexiva sobre el pensamiento estadístico de los estudiantes.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

NSA recopiló los datos, realizó los análisis y redactó las versiones iniciales de la metodología, los resultados, la introducción y el marco teórico. Asimismo, llevó a cabo la discusión de los resultados, revisó y aprobó la versión final del trabajo como autor e investigador único; SRS llevó a cabo la revisión de estilo, análisis de datos y corrección de conclusiones.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos asociados a este estudio estarán disponibles previa solicitud.

AGRADECIMIENTOS

Este estudio fue financiado en el marco del proyecto de investigación interno CIP2023021: “La competencia docente NOTICING [mirada profesional sobre las situaciones de enseñanza] para movilizar el razonamiento estadístico en futuros profesores de Matemática y Estadística de la Universidad Central de Chile”, dependiente de la Universidad Central de Chile, Santiago, Chile.

REFERENCES

- Alex, J. K., & Thomas, R. (2023). Introduction to microteaching. In C. Okeke, O. E. Adu, M. Mncanca, & C. Ugwuanyi (Eds.), *Managing the microteaching process: A practical guide to teaching practice preparation* (pp. 14-20). Van Schaik Publishers.
- Altuk, Y. G., Kaya, V. H., & Bahceci, D. (2012). A study on developing "Microteaching Scale" for student teachers. *Procedia - Social and*

- Behavioral Sciences*, 46, 2964–2969.
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.598>
- Arnold, P., & Franklin, C. (2021). What makes a good statistical question? *Journal of Statistics and Data Science Education*, 29(1), 122–130.
<https://doi.org/10.1080/26939169.2021.1877582>
- Basturk, S. (2016). Investigating the effectiveness of microteaching in mathematics of primary pre-service teachers. *Journal of Education and Training Studies*, 4(5), 239–249.
<https://doi.org/10.11114/jets.v4i5.1509>
- Baxter, J. A., & Lederman, N. G. (2001). Assessment and measurement of pedagogical content knowledge. In J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge: The construct and its implications for science education* (pp. 147-161). Kluwer.
- Bilger, N. (2017). Appraisal in pre-service teachers' reflections on microteaching experience. *ELT Research Journal*, 6(1), 138–153.
<https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/296297>
- Bozkurt, E., & Koyunkaya, M. Y. (2022). Mathematics teachers' noticing expertise: Distinguishing marks and tools for development. *Teaching and Teacher Education*, 119, 103871.
<https://doi.org/10.1016/j.tate.2022.103871>
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study* (pp. 57-69). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10
- Casey, S. A., & Wasserman, N. H. (2015). Teachers' knowledge about informal line of best fit. *Statistics Education Research Journal*, 14(1), 8–35. <https://doi.org/10.52041/serj.v14i1.267>
- Chapman, O. (2012). Prospective elementary school teachers' ways of making sense of mathematical problem posing. *PNA*, 6(4), 135-146.
<https://doi.org/10.30827/pna.v6i4.6137>
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J., & Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: Characterization,

development and contexts. *Avances de Investigación en Educación Matemática (AIEM)*, 13, 39-61.

<https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.229>

Ferreiro, O., & Fernández, P. (1988). La estadística, una ciencia en la controversia. *Revista Universitaria*, 25, 1-10.

Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Ediciones Morata.

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A preK–12 curriculum framework*. American Statistical Association. <http://www.amstat.org/>

Fitzgerald, A., Hackling, M., & Dawson, V. (2013). Through the viewfinder: Reflecting on the collection and analysis of classroom video. *International Journal of Qualitative Methods*, 12, 52-64. <https://doi.org/10.1177/160940691301200127>

Girit Yildiz, D., Osmanoglu, A., & Gundogdu Alayli, F. (2023). Providing a video-case-based professional development environment for prospective mathematics teachers to notice students' misconceptions in measurement. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 26, 179–209. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09525-0>

Groenwald, C. L. O., & Llinares, S. (2022). Aprendiendo a mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de las matemáticas. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 2(2), e202202. <https://doi.org/10.54541/reviem.v2i2.29>

Groth, R. E. (2007). Toward a conceptualization of statistical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(5), 427–437. <https://doi.org/10.2307/30034960>

Jacobs, V. R., Lamb, L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.2.0169>

Ivars, P. y Fernández, C. (2018). The Role of writing narratives in developing pre-service Elementary teachers' noticing. En G. Stylianides y K. Hino (Eds.), *Research Advances in the Mathematical Education of Preservice Elementary Teachers* (pp. 245–259). Springer.

- Kennedy, M. M. (2002). Knowledge and teaching. *Teachers and teaching: Theory and practice*, 8, 355–370.
<https://doi.org/10.1080/135406002100000495>
- Kvale, S. (1996). *Interviews: An introduction to qualitative research interviewing*. SAGE.
- Juárez, J., & Inzunsa, S. (2014). Comprensión y razonamiento de profesores de Matemáticas de bachillerato sobre conceptos estadísticos básicos. *Perfiles Educativos*, 36(146), 14-29.
- Kanyongo, G. (2021). *Mathematics teaching and professional learning in sub-Saharan Africa*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-82723-6>
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus — Journal of Education*, 1(3), 76–93. <https://doi.org/10.25749/sis.3707>
- Lyle, J. (2003). Stimulated recall: A report on its use in naturalistic research. *British Educational Research Journal*, 29(6), 861-878.
<https://doi.org/10.1080/0141192032000137349>
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. RoutledgeFalmer. <https://doi.org/10.4324/9780203471876>
- MINEDUC. (2015). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio*. Unidad de Curriculum y Evaluación.
https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-34949_Bases.pdf
- MINEDUC. (2019). *Bases Curriculares 3° y 4° medio*. Unidad de Curriculum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-91414_bases.pdf
- MINEDUC. (2021). *Estándares de la Profesión Docente*. Unidad de Curriculum y Evaluación. <https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/Matematica-Media.pdf>
- Merriam, S., & Tisdell, E. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). Jossey-Bass.

- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123-165.
<https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1997.tb00390.x>
- Mukuka, A., & Alex, J. K. (2024). Review of research on microteaching in mathematics teacher education: Promises and challenges. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(1), em2381. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13941>
- Nagle, C., Casey, S., & Carney, M. (2018). Professional noticing on a statistical task. *Investigations in Mathematics Learning*.
<https://doi.org/10.1080/19477503.2018.1534539>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Nguyen, N. T., McFadden, A., Tangen, D., & Beutel, D. (2013). Video-stimulated recall interviews in qualitative research. Paper presented at the Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education (AARE), Adelaide 2013, Adelaide.
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED603301.pdf>
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd ed.). Sage.
- Reyes Yañez, N., Sánchez Acevedo, N., Araya Bastías, D., Huerta Molina, F., & Bustamante Silva, Y. (2025). Conocimiento especializado manifestado por una profesora de matemática en la enseñanza de la desviación estándar. *Areté. Revista Digital del Doctorado en Educación*, 11(21), 193–213.
<https://doi.org/10.55560/arete.2025.21.11.12>
- Rodríguez, N. (2011). Actitudes de los estudiantes universitarios hacia la estadística. *Interdisciplinaria*, 28(2), 199–205.
- Santagata, R., Zannoni, C., & Stigler, J. W. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(2), 123–140.
<https://doi.org/10.1007/s10857-007-9029-9>
- Silverman, D. (2008). *Doing qualitative research* (2nd ed.). Sage Publications.

- Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60, 20–37.
<https://doi.org/10.1177/00224871083281>
- Shin, D. (2021). Pre-service mathematics teachers' selective attention and professional knowledge-based reasoning about students' statistical thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 1037-1055. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10101-w>
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata, S.L.
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 107–125.
<https://doi.org/10.1007/s10857-007-9063-7>
- Türker Biber, B., Yetkin Özdemir, İ. E., & Lesh, R. (2023). Teacher noticing of students' thinking in the context of mathematical modeling activities related to statistics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(6), 1797–1818.
<https://doi.org/10.1007/s10763-022-10328-9>
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244–276. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005>
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67, 223-265.
<https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>
- Yilmaz, N., & Yetkin Ozdemir, IE (2023). El aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas para observar el pensamiento estadístico de los estudiantes en el contexto del estudio de lecciones. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 18 (3), em0745. <https://doi.org/10.29333/iejme/13398>
- Yılmaz, N. (2023). Case-Based Teacher Training Environment for Pre-service Teachers' Noticing Skills about Students' Thinking in Statistical Concept. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 24(2), 38–62. <https://doi.org/10.4256/ijmtl.v22i2>

- Zapatera, A. (2019). Descriptores del desarrollo de la mirada profesional en el contexto de la generalización de patrones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(65), 1464– 1486.
- Zhang, L., Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2024). Enhancing mathematical problem posing competence: A meta-analysis of intervention studies. *IJ STEM Education*, 11, 48.
<https://doi.org/10.1186/s40594-024-00507-1>