

FO(RM)AP: um modelo de processo formativo para o Raciocínio Matemático visando o Desenvolvimento Profissional de professores que ensinam Matemática

Eliane Maria de Oliveira Araman^a 

André Luis Trevisan^a 

Maria de Lurdes Serrazina^b 

João Pedro da Ponte^b 

^a Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná, Brasil.

^b Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, Lisboa, Portugal

RESUMO

Contexto: Um ensino de Matemática de qualidade está intrinsicamente relacionado com a formação de professores, com seus conhecimentos profissionais e com a reflexão que fazem a partir da prática, elementos essenciais ao seu desenvolvimento profissional. Um tema que tem nos interessado sobremaneira, nos últimos anos, é o Raciocínio Matemático (RM), as formas de promovê-lo nas aulas de Matemática e a contribuição que ele tem para a aprendizagem matemática. **Objetivos:** propor um modelo teórico de processo formativo que contribua para a compreensão dos professores sobre o RM, seus processos e as formas de como promovê-lo em sala de aula e discutir os elementos que integram. **Design:** ciclos de Investigação Baseada em Design, aliadas aos estudos teóricos e metodológicos que realizamos sobre essa temática, nos evidenciou a necessidade de pensar, de forma sistemática, nos elementos que integram esses processos formativos. **Cenário e Participantes:** Cinco experiências formativas com professores de Matemática em diferentes contextos escolares. **Coleta e Análise de Dados:** consideramos dados gerados e recolhidos no decorrer de cinco processos formativos, que foram organizados, transcritos e analisados buscando evidências das aprendizagens profissionais que os processos formativos possibilitaram aos professores participantes. **Resultados:** Estruturou-se o modelo FO(RM)AP em três dimensões (introdução, aprofundamento e consolidação), cada uma promovendo oportunidades de desenvolvimento profissional por meio de tarefas, registros e ciclos reflexivos. **Conclusões:** O modelo contribui para a formação de professores ao estruturar práticas que favorecem a promoção do RM dos alunos.

Palavras-chave: Raciocínio Matemático; Ensino de Matemática. Desenvolvimento Profissional; Modelo teórico; Pesquisa Baseada em Design; Oportunidades de Aprendizagem Profissional.

Corresponding author: Eliane Maria de Oliveira Araman.

Email: eliane.araman@gmail.com

FO(RM)AP: A Theoretical Model for Teacher Development Focused on Promoting Mathematical Reasoning

ABSTRACT

Background: High-quality mathematics teaching is intrinsically linked to teacher education, their professional knowledge, and their capacity for reflection grounded in classroom practice—elements that are essential to their professional development. In recent years, we have been particularly interested in Mathematical Reasoning (MR), in ways to foster it during mathematics lessons, and in the contributions, it offers to students' mathematical learning. **Objectives:** To propose a theoretical model of a formative process that supports teachers' understanding of MR, its underlying processes, and how to promote it in the classroom; and to discuss the key elements that constitute this model. **Design:** Cycles of Design-Based Research (DBR), combined with the theoretical and methodological studies we have developed on this topic, have revealed the need to systematically reflect on the elements that make up such formative processes. **Setting and Participants:** Five formative experiences involving mathematics teachers in different school contexts. **Data Collection and Analysis:** We considered data generated and collected during the five formative processes. These data were organized, transcribed, and analyzed in search of evidence of the professional learning made possible by the formative processes for the participating teachers. **Results:** The FO(RM)AP model was structured around three dimensions (introduction, deepening, and consolidation), each providing opportunities for professional development through tasks, documentation, and reflective cycles. **Conclusions:** The model contributes to teacher education by structuring practices that foster the promotion of MR in students.

Keywords: Mathematical Reasoning; Mathematics Teaching; Professional Development; Theoretical Model; Design-Based Research; Professional Learning Opportunities.

INTRODUÇÃO

No âmbito das pesquisas em Educação Matemática, muitos estudos têm se dedicado a explorar e investigar alternativas pedagógicas com o intuito de inserir o aluno como sujeito ativo da sua aprendizagem. Nessa seara, o grupo de pesquisa “Raciocínio Matemático e formação de professores”, do qual os dois primeiros autores desse artigo são os líderes, tem-se dedicado a investigar as formas de promover o Raciocínio Matemático (RM) em sala de aula, em todos os níveis de escolarização (e.g., Araman & Serrazina, 2020; Trevisan & Araman, 2021; Morais et al., 2022; Oliveira et al., 2022; Trevisan et al., 2023).

A relevância e a pertinência do desenvolvimento do RM dos alunos são preconizadas por diversos estudos internacionais (Lannin et al., 2011;

Jeannotte & Kieran, 2017; Mata-Pereira & Ponte, 2018), ao considerar que “sem raciocínio matemático não há matemática”, que “o raciocínio matemático é fundamental para uma compreensão mais profunda da matemática” (Lannin et al., 2011, p. 7) e que o desenvolvimento do raciocínio é um dos grandes objetivos do ensino da Matemática (Mata-Pereira & Ponte, 2017).

Tomando em consideração esses elementos, o grupo de pesquisa inicialmente direcionou seus esforços na compreensão conceitual do RM, seus processos e ações do professor para sua promoção em sala de aula, o que resultou em um conjunto de resultados da pesquisa (na forma de dissertações, teses e artigos em periódicos e anais de eventos). Em paralelo, dedicou-se à elaboração, proposição e desenvolvimento de processos formativos que contribuíssem para a ampliação do conhecimento profissional de professores sobre o RM, seu potencial para a aprendizagem matemática e as formas de promovê-lo em sala de aula. Tomamos como pressuposto que o conhecimento que o professor tem sobre o RM influencia diretamente as ações que desenvolve em sala de aula (Araman et al., 2019), de forma que é “necessário que os professores conheçam os processos de raciocínio dos seus alunos e reflitam sobre eles” (Ponte et al., 2012, p. 375), de preferência por meio da reflexão sobre situações vivenciadas no contexto de sala de aula.

Assim, ao longo dos últimos cinco anos, estudamos, estruturamos e desenvolvemos cinco processos formativos envolvendo professores atuantes em diversos níveis de ensino, tanto em formação tanto inicial e quanto em continuada. Tais processos formativos foram estruturados seguindo o modelo PLOT (*Professional Learning Opportunities for Teachers*) (Ribeiro & Ponte, 2020), modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar Matemática. Essa estruturação adota pressupostos da metodologia de Investigação Baseada em Design – IBD (Cobb et al., 2016; Ponte et al., 2016), prevendo a realização de vários ciclos de design. Isso permite que cada novo ciclo (processo formativo) apresente incrementos em relação ao anterior, com base na experiência por ele promovida, reformulando os princípios que fundamentam o processo formativo, com base na reflexão coletiva e colaborativa entre pesquisadores que integram o grupo de pesquisa.

Dessa forma, o presente artigo, por meio de sistematização de resultados de pesquisa realizadas a partir de dados produzidos nesses processos formativos, tem como objetivo *propor um modelo teórico de processo formativo que contribua para a compreensão dos professores sobre*

o RM, seus processos e as formas de como promovê-lo em sala de aula e discutir os elementos que o integram. Este amálgama entre os elementos teóricos, metodológicos e experienciais oriundos dos ciclos de design, nos conduziu a pensar, estruturar e discutir, de forma sistemática, um modelo teórico para processos formativos sobre RM que contribua para o desenvolvimento dos conhecimentos dos professores e, em consequência disso, para o seu desenvolvimento profissional.

Para tal, este artigo é estruturado do seguinte modo: além desta introdução, há uma fundamentação teórica com princípios e fundamentos que sustentam o modelo; na sequência, discutimos percursos metodológicos de pesquisas que deram origem ao modelo; apresentamos o modelo FO(RM)AP – Formação de Professores para o Raciocínio Matemático, discutindo cada uma de suas dimensões. Finalizando, tecemos algumas considerações sobre como esse modelo pode ser usado na formação de professores que ensinam Matemática, destacando potencialidades.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Em busca de ampliar as possibilidades de aprendizagem dos professores, processos formativos podem conduzir ao aprofundamento de seus conhecimentos (Ball et al., 2008; Carrillo-Yañes et al., 2018) e, consequentemente, contribuir para o seu desenvolvimento profissional (Richit, 2021). Espera-se que isso se repercuta na aprendizagem dos alunos, pois os processos formativos e os momentos de discussão entre professores lhes oportunizam ressignificarem seus conhecimentos (Ribeiro & Ponte, 2020) e têm relação com o modo como os alunos aprendem. Isto distingue-se do conceito de formação de professores que, por muitas décadas, se resumiu a oferecer “treinamentos” para “suprir” possíveis déficits de seu conhecimento, sem articulação com sua prática ou relação com a aprendizagem dos alunos (Ponte et al., 2022).

Recentemente, pesquisas têm apontado que a formação de professores deve compreender a ressignificação de diferentes domínios do conhecimento especializado para o ensino (Carrillo-Yañez et al., 2018), em articulação com a prática por meio do trabalho com tarefas formativas ou Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) (Ribeiro & Ponte, 2020). Nessa direção, pensar a aprendizagem profissional dos professores implica gerar oportunidades para que discutam, interajam e socializem suas dúvidas, compartilhem sugestões e inquietações sobre práticas de sala de aula, possibilitando que aprendam na interação com outros profissionais e no compartilhamento de resultados e inquietações que emergem de seu trabalho

(Gross et al., 2024). O conceito de Oportunidade de Aprendizagem Profissional (OAP) adotado neste estudo tem como um dos elementos fundamentais os formadores (Ribeiro & Ponte, 2020), que estabelecem um complexo elo de articulação entre aspectos de ensino com os professores, a sala de aula, os alunos e os conteúdos (Prediger et al., 2019).

Ao considerar esses aspectos, mostra-se fundamental compreender como organizar processos formativos que possam potencializar OAP aos professores, em especial quando discutem a respeito do Raciocínio Matemático (RM), nosso foco de interesse. Contudo, não há consenso, na literatura, sobre o que é o RM e o que significa raciocinar matematicamente. Para Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 38) o RM “inclui uma diversidade de processos de raciocínio, nomeadamente, a formulação de questões, a formulação e teste de conjecturas, a definição e aplicação de estratégias de resolução e a justificação”. Na mesma direção, para Jeannotte e Kieran (2017), o RM é um processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos, definição que assumimos nesse artigo. Essas autoras analisam o raciocínio, tanto em termos do seu aspecto estrutural (dedutivo, indutivo e abdutivo) quanto de seus processos, que envolvem a busca por semelhanças e diferenças (generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar e classificar), validação (justificação e prova/demonstração) e exemplificação (Jeannotte & Kieran, 2017).

A organização de ambientes de ensino e de aprendizagem de Matemática envolvendo a resolução de tarefas de natureza exploratória (Ponte, 2005), o trabalho colaborativo (Brodie, 2010; Ellis, 2011) e a promoção de discussões matemática (Wood, 1999; Ponte, 2017; Rodrigues et al., 2018) são essenciais para que os alunos ampliem sua capacidade de pensar e para que mobilizem diferentes processos de RM. É interessante que os professores escolham e planejem cuidadosamente tarefas desafiadoras, que incentivem o pensamento crítico e a busca por justificações. O acompanhamento do progresso dos alunos e a intervenção, quando necessária, (Canavarro, 2011) são aspectos importantes da atuação do professor, que contribuem para o desenvolvimento do RM dos alunos.

Assumindo a concepção de que os processos de ensino e de aprendizagem se conectam e se completam de forma indissociável e que, embora o professor não possa dirigir diretamente o processo de aprendizagem dos alunos, pode oportunizar-lhes ambientes de aprendizagem (Steinbring, 1998) com potencial para o desenvolvimento do RM, por meio de diferentes

ações (Araman et al., 2019). Entretanto, trabalhos que abordam o desenvolvimento profissional do professor em contextos de formação relacionados ao RM são ainda incipientes (Davidson et al., 2019; Henriques & Martins, 2022).

Em especial, nos últimos anos, acentuam-se investigações relevantes no cenário acadêmico a partir de estudos que procuram identificar, analisar e reconhecer como conhecimentos sobre RM se articulam com a formação docente. Vieira et al. (2020) investigaram como futuros professores que ensinarão Matemática nos anos iniciais entendem os processos de RM antes e após um processo formativo, verificando uma maior clareza na explicitação do que entendem serem esses processos após essa experiência. Nesta mesma direção, o estudo de Rodrigues et al. (2021) apontou que a participação de professores em um processo formativo contribuiu para um maior conhecimento sobre ações promotoras dos processos de raciocínio dos alunos e um melhor entendimento sobre ações docentes que desafiam a utilizar os processos de generalizar e justificar.

Santos et al. (2022) argumentam que professores participantes de processos formativos centram progressivamente a sua atenção em processos de RM, com oportunidades em identificá-los e caracterizá-los. Para os autores, o design desses processos parece ter contribuído para que os professores aprofundassem a sua compreensão de processos centrais do RM (generalizar e justificar), além de sua capacidade de fomentar e identificar tais processos no trabalho com seus alunos.

Rodrigues et al. (2021), propõem um quadro teórico organizado em seis níveis de conhecimento dentro de cada um dos processos de raciocínio – generalizar, justificar, comparar, classificar e exemplificar – analisando a evolução deste tipo de conhecimento em um contexto de formação. Com base neste quadro, Correa et al. (2024), discutiram em que níveis estão os entendimentos essenciais de RM e seus processos, evidenciando a pertinência do desenvolvimento de encontros formativos para ampliar o nível de compreensão das professoras participantes. De modo similar, Hebert et al. (2015) propõem categorias que delineiam as diferentes percepções do RM expressas por professores que atuam nos anos iniciais, apresentando um quadro teórico que facilita o acompanhamento do crescimento da consciência dos professores do ensino primário sobre aspectos do RM.

No âmbito do grupo de pesquisa na qual se desenvolve este estudo, destacamos três experiências de formação descritas e analisadas nas dissertações de Anjos (2023), Oliveira (2024) e Trevisolli (2024). Na

primeira, os resultados evidenciaram que um processo formativo presencial destinado a professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental propiciou, às participantes, OAP para compreensão dos processos de RM, em especial generalização, por meio da investigação matemática e de reflexões acerca de suas práticas docentes.

Já Trevisolli (2024) e Oliveira (2024) analisaram um outro processo formativo estruturado a partir de discussões a respeito do RM e seus processos, seguido de etapas de planejamento, realização e reflexão de uma aula. O primeiro estudo revelou OAP relacionadas ao repensar das práticas pedagógicas, com foco na busca de estratégias para a promoção dos processos de conjecturar, generalizar e justificar em Matemática. O segundo estudo analisou discussões acerca das aulas planejadas e realizadas por esses professores, evidenciando diferentes OAP que, com base em Ball, Thames e Phelps (2008), foram categorizadas em dois grupos: Conhecimento Especializado do RM e Conhecimento Pedagógico do RM.

Apesar dos resultados promissores desses trabalhos, para estudar se e como um processo formativo pode apoiar a aprendizagem profissional do professor acerca do RM, é necessário compreender de forma mais sistemática que conhecimentos profissionais (Ball et al., 2008) são necessários para que os professores promovam o desenvolvimento do RM dos alunos (Martins et al., 2023). Por sua vez, para estudar se e como um processo formativo pode gerar OAP acerca do RM, é necessário que se organize o design deste processo para tal finalidade (Davis & Krajcik, 2005; Fuentes & Ma, 2018) por meio de um modelo teórico que oriente e fundamente programas de formação de professores que ensinam Matemática, tendo em vista a promoção do Raciocínio Matemático de alunos, como se propõe neste artigo.

Adota-se uma perspectiva interativa e interconectada que considera diferentes domínios que, em conjunto, podem contribuir para gerar OAP para o professor (Ribeiro & Ponte, 2020), e uma estrutura que visa romper com uma lógica linear e compartimentada de se conceber os processos de formação que objetivam propiciar aprendizagem ao professor (Goldsmith et al., 2014). Justifica-se, assim, a relevância de se delinear alguns parâmetros apoiados nos estudos teóricos que contribuam para estruturação de ações que promovam o RM de alunos, por meio de princípios e fundamentos que sustentem o modelo que se apresenta na continuidade deste texto.

PERCURSOS METODOLÓGICOS

Como já mencionado, ao longo dos últimos anos, o grupo de pesquisa “Raciocínio Matemático e formação de professores” tem-se dedicado a estudar, estruturar e desenvolver processos formativos que visam apoiar a aprendizagem profissional do professor acerca do RM, seus processos e as formas de promovê-lo em sala de aula. As pesquisas desenvolvidas no âmbito de tais processos foram pensadas, estruturadas e realizadas tendo como embasamento metodológico a *Design-Based Research (DBR)* ou Investigação Baseada em Design (IBD) (Cobb *et al.*, 2016; Ponte *et al.*, 2016). Essa opção metodológica se dá pela característica cíclica da IBD, que compreende fases de preparação, intervenção e análise retrospectiva (Cobb *et al.*, 2016), que em conjunto constituem um ciclo de design. Por sua vez, a realização de vários ciclos permite o desenvolvimento de teorias locais e a projeção de intervenções educativas (Gravemeijer, 2016). De acordo com Gravemeijer (2016), as teorias desenvolvidas apresentam um âmbito limitado, uma vez que estão relacionadas a um domínio específico. São estudadas de maneira iterativa e cumulativa, que permite desenvolver aprendizagens acerca do domínio específico que está sendo estudado.

De fato, o programa de pesquisa que realizamos, apoiado pela IBD, nos permitiu, a partir da análise retrospectiva do ciclo anterior para propor um novo ciclo, analisar os dados obtidos e elaborar uma teoria local. Destacamos que, até o momento, foram realizados cinco processos formativos, conforme consta na Figura 1. Os dois primeiros resultaram nas dissertações de Anjos (2023), Oliveira (2024) e Trevisolli (2024), além de uma tese ainda em elaboração, bem como na publicação de artigos relacionados (Anjos *et al.*, 2025; Anjos *et al.*, 2024; Trevisolli *et al.*, 2024). O terceiro e quarto processos formativos produziram dados ainda em fase de análise por mestrandas, e o último por um doutorando.

Figura 1

Processos formativos realizados (Autores, 2026)

Processo Formativo 1 - 2022	Processo Formativo 2 - 2023	Processo Formativo 3 - 2024	Processo Formativo 4 - 2024	Processo Formativo 5 - 2025
8 professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (formação continuada)	10 professores que ensinam Matemática em diferentes níveis de escolaridade (formação continuada)	14 alunos de um curso de Licenciatura em Matemática (formação inicial)	28 alunos de um curso de Licenciatura em Pedagogia (formação inicial)	40 alunos de um curso de Licenciatura em Pedagogia (formação inicial)
Foram realizadas e analisadas 3 TAP.	Foram realizadas 4 TAP (sendo 3 as mesmas do processo formativo 1).	Foram realizadas 5 TAP.	Foram realizadas 2 TAP.	Foram realizadas 5 TAP.

Dada a natureza iterativa e cíclica da IBD, a análise dos dados oriundos de cada processo formativo subsidiou o incremento do processo formativo seguinte. Cada evolução na teoria localizada em cada um dos processos auxiliou na projeção do processo formativo seguinte, ou seja, num novo ciclo de design (Cobb et al., 2016; Ponte et al., 2016), conforme Figura 2.

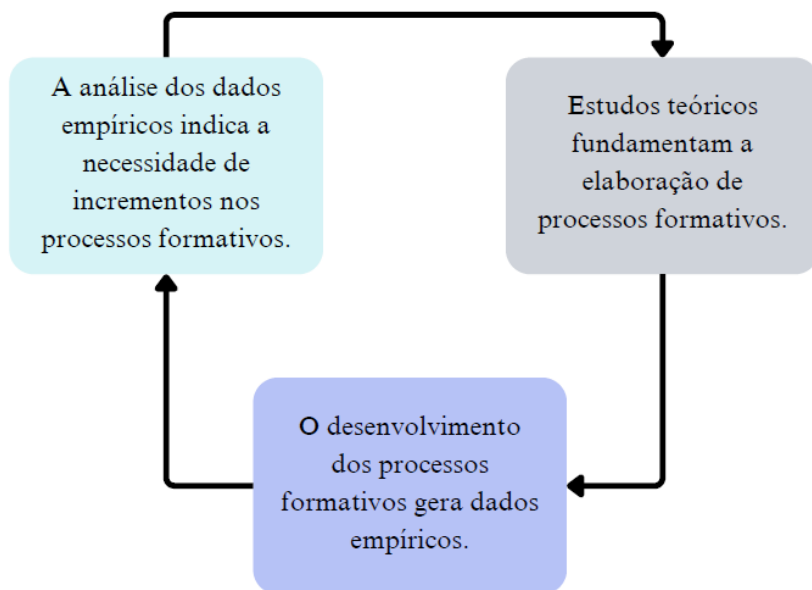
Os dados gerados e recolhidos no decorrer dos processos formativos (Figura 1) compreendem: (1) protocolos escritos (os registros escritos das TAP realizadas pelos professores participantes dos processos formativos); (2) gravações em áudio e vídeo das discussões ocorridas em pequenos grupos entre os professores e também em plenária entre professores e os formadores durante a realização dos processos formativos; (3) os registros escritos, por meio de diários de campo e memórias de reuniões, de pesquisadores que integram o grupo de pesquisa, e que se reuniram durante e ao final de cada processo formativo.

Esses dados foram recolhidos, organizados, transcritos e analisados buscando evidências de OAP (Ribeiro & Ponte, 2020) que os processos formativos possibilitaram aos professores participantes, principalmente as relacionadas ao desenvolvimento de conhecimentos necessários à docência

(Ball et al., 2008; Carrillo-Yañes et al., 2018), aos processos de raciocínio matemático (Jeannotte & Kieran, 2017) e das ações promotoras do RM em sala de aula (Rodrigues et al., 2021).

Figura 2

Processo iterativo para a elaboração dos processos formativos (Araman et al., 2025, p. 11)



Assim, salientamos que o modelo teórico que apresentamos e discutimos na sequência é decorrente dos resultados teóricos e empíricos obtidos por nós ao longo dos anos e têm potencial para fundamentar a estruturação de novos processos formativos que contribuam para a promoção do RM. Nele constam três dimensões (introdução, aprofundamento e consolidação), cada uma promovendo um aprofundamento em relação ao nível anterior, compondo um modelo teórico com potencial para o desenvolvimento de conhecimentos profissionais relacionados ao RM e as formas de promovê-lo em sala de aula.

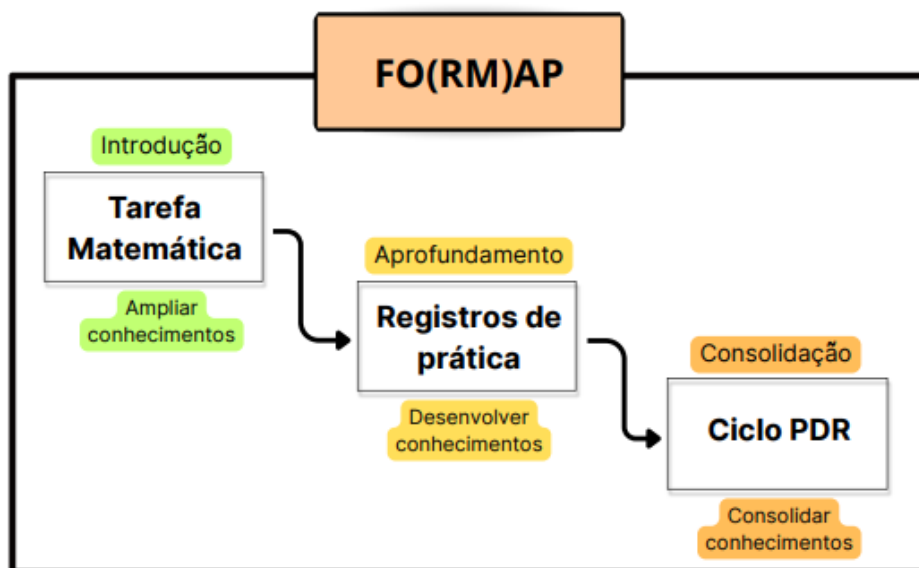
MODELO TEÓRICO

O modelo teórico que propomos (Figura 3) foi intitulado Formação de Professores para o Raciocínio Matemático – FO(RM)AP e apresenta três dimensões, que se articulam e se complementam, com foco na geração de OAP

relacionadas às diferentes dimensões de conhecimentos dos professores envolvidos. A dimensão da introdução, pautada em tarefa(s) matemática(s), etapa em que se prevê a ampliação (aquisição) de diversos conhecimentos relacionados ao RM; a dimensão do aprofundamento, apoiada na análise de registros oriundos da prática letiva, que visa desenvolver os conhecimentos adquiridos na etapa anterior; e a dimensão da consolidação, na qual os professores têm oportunidade de consolidar os conhecimentos desenvolvidos no decorrer do processo formativo por meio da realização de um ciclo PDR (de planejar, desenvolver e refletir) (Trevisan, Ribeiro & Ponte, 2020).

Figura 3

Modelo teórico FO(RM)AP (Autores, 2026)



As setas indicam um movimento contínuo e interconectado entre as três dimensões, em que cada uma integra conhecimentos desenvolvidos nas demais, aprofundando-os, à medida que são pensados, discutidos e sistematizados por meio da vivência do professor em formação em contextos diferentes que possibilitam diferentes OAP (Ribeiro & Ponte, 2020), a saber: as geradas a partir do trabalho com a tarefa matemática, em que o professor em formação coloca-se “no lugar” do aluno, antecipando estratégias de resolução; as geradas por meio da análise e reflexão de registros de prática, incluindo protocolos escritos e registros em áudio e vídeo da resolução da tarefa matemática por

alunos; e as geradas na vivência com o ciclo PDR, momento no qual os professores em formação têm oportunidade de planejar, desenvolver e refletir sobre uma experiência real de ensino, realizada em uma sala de aula.

Na sequência, discutimos cada uma das dimensões:

Introdução

Esta é a primeira dimensão do modelo FO(RM)AP e o momento no qual, em muitos casos, os professores em formação terão um primeiro contato com um estudo sistematizado do RM, apoiado em aportes teóricos e metodológicos específicos das pesquisas sobre essa temática. Alguns resultados de pesquisas indicam que, mesmo que haja consenso entre professores que ensinam Matemática sobre a pertinência e a relevância de promover o desenvolvimento do RM dos alunos, o entendimento do que é o RM, dos seus processos e das maneiras como isso pode ser feito ainda é uma dificuldade para a maioria deles.

Assim, a primeira dimensão ocupa um lugar singular no processo formativo. Nesta dimensão serão abordados aspectos relacionados à definição de RM (Araman & Serrazina, 2020), compreensão sobre seu aspecto estrutural e processual (Jeannotte & Kieran, 2017), entendimentos essenciais sobre o RM (Lannin et al., 2011) e o papel que as tarefas matemáticas desempenham na sua promoção (Ponte et al., 2020).

Entretanto, a experiência por nós adquirida nos diversos processos formativos que realizamos (Quadro 1) nos mostrou que tais temas não são tão fáceis de serem compreendidos imediatamente pelos professores sem um contexto no qual façam sentido (Martins et al., 2023). Assim, o modelo FO(RM)AP sugere a uso de tarefas matemáticas como ponto de partida para o desenvolvimento do processo formativo, ou seja, toda discussão é feita a partir da tarefa matemática: uma proposta de trabalho para os alunos, composta por uma ou mais situações voltadas ao desenvolvimento de uma ideia matemática específica (Stein & Smith, 1998).

Com relação à seleção de tarefas que apresentam potencial para o RM, Ponte et al. (2020) destacam o papel destas tarefas na promoção do raciocínio matemático dos alunos, e que “projetar ou identificar tarefas promotoras do raciocínio e implementá-las em sala de aula são aspectos fundamentais do ensino que podem influenciar as oportunidades de aprendizagem dos estudantes” (Martins et al., 2023, p. 1127).

Posto isso, nessa dimensão, a tarefa matemática a propor tem um papel notável e, portanto, precisa ser pensada, proposta e conduzida de forma a suscitar questões que envolvam o RM e seus processos. Esse é um ponto a destacar, uma vez que, para além da tarefa matemática a ser trabalhada nessa dimensão apresentar potencial para o RM e suscitar discussões pertinentes, ela também servirá como exemplar para os professores de como uma tarefa matemática pode contribuir para o RM em sala de aula, uma vez que esta mesma tarefa matemática selecionada para a dimensão da *Introdução* do modelo FO(RM)AP será usada na dimensão seguinte, numa outra perspectiva.

Mas o que podemos considerar que seja uma tarefa que tenha potencial para a promoção do RM? Já é sabido que boas tarefas matemáticas contribuem para o pensar e o argumentar, entretanto, de forma mais específica, encontramos no Projeto Reason (Ponte, 2022), alguns princípios a considerar na tarefa para envolver os alunos em situações que promovam o raciocínio matemático, como: (i) “incluir questões que permitem uma variedade de estratégias de resolução” (p. 100); (ii) “incluir questões que envolvem uma variedade de representações” (p. 100); e (iii) “incluir questões que incentivem e favoreçam a reflexão sobre os processos de raciocínio utilizados” (p. 101). O Projeto Reason traz, ainda, princípios direcionados à promoção dos processos de RM de generalização e justificação (Ponte, 2022).

Dispor de uma tarefa matemática apropriada para a promoção do RM é um componente a considerar, mas não é o único: a forma de abordar a tarefa em sala de aula também merece relevo. Então, propomos no modelo FO(RM)AP que a tarefa matemática seja apresentada aos professores em formação e seja por eles resolvida, de acordo com a abordagem de ensino exploratório (Ponte, 2005). O ensino exploratório tem como “característica principal que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem” (Ponte, 2005, p. 13). Essa característica é determinante se pensarmos que o desenvolvimento da capacidade de raciocinar matematicamente constitui uma experiência própria, que não pode ser conseguida pelo outro, mas pode ser suscitada por meio da interação com os outros alunos e com o professor a partir da tarefa proposta.

Dito isto, a opção pela abordagem de ensino exploratório mostra-se oportuna, pois encoraja o trabalho colaborativo (Brodie, 2010; Ellis, 2011) e a promoção de discussões matemáticas (Ponte, 2017; Rodrigues et al., 2018; Wood, 1999), vertentes essenciais para o desenvolvimento do RM. O ensino exploratório compreende quatro fases: “introdução da tarefa, resolução

autônoma pelos alunos, muitas vezes organizados em pequenos grupos ou a pares, discussão coletiva das resoluções com toda a turma e sistematização das aprendizagens realizadas” (Serrazina, 2021, p. 3). Todas essas fases proporcionam momentos de interação entre os alunos e entre os alunos e o professor na discussão da tarefa e, por isso, constituem componentes importantes na promoção do RM em sala de aula.

Diante do exposto, o modelo FO(RM)AP propõe o seguinte encaminhamento para a dimensão *Introdução*:

1.º) A entrega da tarefa matemática aos professores e a proposta de que seja resolvida por eles, de forma autônoma ou em pares, conforme a primeira e a segunda fase do ensino exploratório (Serrazina, 2021). Alguns elementos precisam ser considerados pelo formador nesse momento, como a seleção de uma tarefa que, para além das características indicadas, esteja em consonância com a prescrição curricular do nível de ensino no qual os professores atuam. Nesse momento, durante a resolução, os professores têm oportunidade de experienciar um tipo de tarefa que, muitas vezes, não é habitualmente usada por eles em sala de aula, além de irem percebendo a importância que a interação entre eles tem na discussão matemática da tarefa.

2.º) Em seguida, segue-se para a fase da discussão coletiva de resoluções, segunda fase do ensino exploratório (Serrazina, 2021). Nesse momento, os professores em formação têm a oportunidade de conhecer como os outros resolveram a tarefa, como pensaram, a que estratégias de resolução recorreram, como fizeram os registros escritos, que tipo de representação usaram, entre outros aspectos que podem surgir. Este é um momento de enriquecimento para os professores e está essencialmente relacionado com o potencial da tarefa exploratória e com o ensino exploratório, que permite que tenham contato com diversas formas de se pensar e de resolver uma tarefa matemática (desde que ela apresente potencial para isso, evidentemente). É importante considerar que, em processos formativos com mais participantes, há necessidade de selecionar e sequenciar as resoluções que serão discutidas em plenária (Elliott *et al.*, 2009).

3.º) A próxima fase é a de sistematização das aprendizagens realizadas (Serrazina, 2021), conduzida pelo formador a partir das discussões ocorridas nas etapas anteriores. É neste momento que as definições de RM são apresentadas e discutidas, os processos de RM mobilizados pelos professores durante a realização da tarefa matemática são destacados, definidos e discutidos, as características da tarefa matemática proposta e a forma de promovê-la (o ensino exploratório) são evidenciados e tratados como elementos

primordiais para a promoção do RM. Também há de se destacar as ações do professor, principalmente as relacionadas à condução de uma discussão matemática, à capacidade de fazer bons questionamento e de não fornecer respostas imediatas aos alunos. Neste momento também podem ser sistematizados questões inerentes aos conceitos matemáticos, propriedades, definições, relações, enfim, elementos conceituais da Matemática abordados na tarefa proposta. Nessa etapa, o formador pode fazer uso de materiais que abordem definições de RM, de seus processos, das características da tarefa, do ensino exploratório, a fim de complementar a sistematização. Assim, a conceitualização de RM e seus processos, bem como a forma de promovê-lo em sala de aula, ganham significado a partir da experiência vivenciada pelos professores e não fornecido *a priori*.

De acordo com o modelo FO(RM)AP, nesta primeira dimensão, os professores em formação devem ampliar conhecimentos e, portanto, consideramos que o encaminhamento proposto na dimensão *Introdução* ofereça oportunidades de aprendizagem profissional (Ribeiro & Ponte, 2020) que possibilitem que os professores ampliem seus conhecimentos, especificamente em relação a:

- Tarefas matemáticas promotoras do RM: tarefa exploratória (Ponte et al., 2020) com as características elencadas no Projeto Reason (Ponte, 2022).

- Ensino exploratório, suas fases e as contribuições que ele apresenta para o RM e para a aprendizagem matemática (Serrazina, 2021).

- RM e seus processos (Lannin et al., 2011; Jeannotte & Kieran, 2017; Vieira et al., 2020)

- Ações do professor que promovem o RM (Araman et al., 2019; Araman et al., 2025), que vão desde selecionar a tarefa matemática, abordá-la de acordo com o ensino exploratório, fazer questionamentos adequados, não responder prontamente aos questionamentos dos alunos, promover discussões matemáticas de qualidade, fazer a sistematização das aprendizagens.

Para finalizar, sistematizamos os principais elementos da dimensão *Introdução* do modelo FO(RM)AP na Figura 4.

Figura 4

Sistematização da primeira dimensão do modelo FO(RM)AP – Introdução (Autores, 2026)

Primeira dimensão do modelo FO(RM)AP – <i>Introdução</i>
Tarefa matemática Ponto de partida: a tarefa matemática abordada de acordo com as fases do ensino exploratório.
Ampliar conhecimentos Oportunidades de ampliar conhecimentos, a partir do contexto da sala de aula, relacionados a: - tarefa matemática promotora do RM - ensino exploratório - RM e seus processos - ações do professor - Matemática presente na tarefa

Aprofundamento

Esta dimensão do modelo FO(RM)AP consiste no aprofundamento dos conhecimentos ampliados na dimensão anterior, no sentido de desenvolvê-los com mais profundidade, pois vai abordar a mesma tarefa matemática, mas numa nova perspectiva: a partir de registros de prática da resolução feita por alunos – que podem incluir protocolos escritos e/ou registros em áudio da discussão (Ball et al., 2014). Ao se trabalhar com esse material oriundo da prática letiva, os professores têm oportunidade de refletir e construir conhecimento a partir de experiências reais de sala de aula (Aguiar et al., 2021).

Os registros de prática são constituídos pela resolução escrita da tarefa feita por alunos e por transcrições dos áudios gravados quando eles a resolveram, nas fases descritas para o ensino exploratório (Serrazina, 2021). Os registros de prática são obtidos pelo grupo de pesquisa da seguinte forma: uma tarefa matemática (neste caso a tarefa usada na dimensão anterior) é proposta para uma turma real de alunos, cujo professor se proponha a abordá-la seguindo as fases do ensino exploratório. Alguns participantes do grupo acompanham a aplicação da tarefa e realizam a coleta de dados, sempre seguindo os preceitos estabelecidos e a aprovação da pesquisa pelo Comitê de Ética sob parecer nº 5.161.835. Os dados coletados são organizados, transcritos e analisados, buscando evidência dos processos de RM mobilizados pelos alunos durante a resolução da tarefa. A partir da análise feita pelos integrantes do grupo de

pesquisa, são elaboradas TAP (Ribeiro & Ponte, 2020), que podem levar os participantes do processo formativo a refletir e (re)significar conhecimentos matemáticos sobre o conteúdo, o ensino, os alunos e o currículo (Gross et al., 2023).

No caso do modelo FO(RM)AP, como o nosso objetivo é que os professores desenvolvam, com mais profundidade, os conhecimentos ampliados na dimensão anterior (Figura 4), os registros de prática devem possibilitar que isso aconteça. Assim, propomos que nessa dimensão de *Aprofundamento* seja feito o seguinte encaminhamento:

1.º) Os professores em formação recebem a TAP (Ribeiro & Ponte, 2020) que deve, ser constituída por registros de prática oriundos da aplicação da mesma tarefa matemática proposta aos professores em formação na dimensão *Introdução*. Isto porque se os professores já resolveram tal tarefa, já vivenciaram a sua resolução seguindo as fases do ensino exploratório, já experimentaram diversas discussões acerca do RM, de seus processos e das ações do professor no desenvolvimento da tarefa com os alunos, eles estão bem familiarizados com todas essas questões e podemos direcionar a formação para o que há de diferente nessa dimensão, que são as resoluções e diálogos dos alunos. Pois, quando o professor em formação tem acesso à TAP, ele já vivenciou o mesmo percurso para a resolução da tarefa que o aluno do qual ele tem acesso aos registros de prática também trilhou, e isso torna a análise que pode fazer mais profunda e profícua.

Essa constatação é oriunda de nossa experiência em processos formativos anteriores (ver Figura 1), em que, quando abordamos registros de prática oriundos de uma tarefa matemática diferente, os professores em formação dispenderam muita energia e tempo no entendimento da tarefa, na sua resolução e a discussão dos registros de prática que era o objetivo da TAP ocupou um papel secundário, o que não desejamos que aconteça.

A TAP proposta deve conter questionamentos que conduzam os professores em formação a analisar e discutir aspectos semelhantes àqueles mencionados no 3.º encaminhamento proposto para a dimensão *Introdução*, porém agora com foco nos alunos: observar as estratégias de resolução da tarefa que os alunos utilizaram; os processos de RM que esses alunos mobilizaram (que conjecturas elaboraram; se tentaram validar ou refutar as conjecturas elaboradas; se justificaram suas respostas; se conseguiram generalizar; de que conhecimentos matemáticos lançam mão nesses processos); que conhecimentos novos foram desenvolvidos; se a tarefa proporcionou oportunidade de desenvolvimento do RM; se está de acordo com as orientações

curriculares; se promove conexões entre os conteúdos matemáticos, enfim, uma variedade de questões relevantes para o desenvolvimento profissional que podem ser suscitadas pela TAP.

2.º) Os professores em formação devem resolver a TAP de acordo com as fases do ensino exploratório (Serrazina, 2021). Em nosso ponto de vista, não há melhor maneira de o professor se apropriar de uma abordagem de ensino senão por meio da sua vivência. Como dizer a um professor que ele deve seguir determinada abordagem sem ele ter a oportunidade de a experimentar e compreender, no papel de aprendiz, as contribuições que ela apresenta. Assim, consideramos que as sessões de formação precisam seguir uma abordagem exploratória e privilegiar “a exploração autônoma pelos professores e futuros professores de tarefas de formação” (Ponte, 2022, p. 112), ou seja, das TAP.

Nessa perspectiva, consideramos que as sessões de formação devem também seguir uma abordagem exploratória de forma que os professores em formação possam experimentar o ensino exploratório ao mesmo tempo em que mobilizam seus conhecimentos profissionais ao discutirem uma tarefa matemática no contexto de uma TAP (Aguilar et al., 2021; Ribeiro et al., 2020).

Na fase de resolução autônoma da TAP, os professores organizados em pares (ou trios), têm oportunidade de resgatar e mobilizar os conhecimentos desenvolvidos na dimensão anterior. Já na fase de discussão coletiva das suas resoluções, têm oportunidade de compartilhar o que fizeram e de ouvir os outros professores, o que contribui para aprofundar seus conhecimentos. Por sua vez, a fase da sistematização, ainda de responsabilidade do formador, já se faz mais apoiada nos conhecimentos dos professores do que na dimensão anterior, uma vez que muitos conhecimentos já foram ampliados e agora estão sendo desenvolvidos, de maneira aprofundada. Assim, a discussão conduzida nessa fase pelo formador deve emergir de questões que ainda possam afligir os professores e que, de um modo ou de outro, precisam ser mais bem esclarecidas.

Para concluir, apresentamos a Figura 5 que sistematiza os principais elementos da dimensão *Aprofundamento* do modelo FO(RM)AP:

Figura 5

*Sistematização da segunda dimensão do modelo FO(RM)AP –
Aprofundamento (Autores, 2026)*

Segunda dimensão do modelo FO(RM)AP - <i>Aprofundamento</i>
Registros de prática Ponto de partida: TAP elaborada a partir dos registros de prática oriundos da tarefa matemática abordada em contexto real de ensino seguindo as fases do ensino exploratório.
Aprofundar conhecimentos Oportunidades de aprofundar conhecimentos, a partir de registros de prática, relacionados a: - elementos de gestão da sala de aula (tarefa matemática, ensino exploratório e ações do professor) - RM dos alunos e os processos que eles mobilizam e a forma como o fazem - Matemática presente na tarefa, dificuldades e aprendizagens dos alunos

Consolidação

Esta dimensão do modelo FO(RM)AP preocupa-se com a consolidação dos conhecimentos ampliados e desenvolvidos, de maneira aprofundada, nas dimensões anteriores. Em nosso entendimento, criamos oportunidades de *Consolidação* quando os professores em formação conseguem transpor as aprendizagens para os contextos reais de ensino. Portanto, nossa opção pelo ciclo PDR se justifica, pois prevê o planejamento, o desenvolvimento e a reflexão de uma aula de Matemática em contexto real, ou seja, a sala de aula.

Trevisan et al. (2020) propõem que um processo formativo que visa o desenvolvimento profissional de professores deve ser composto por um ciclo formado por três etapas principais, o planejamento, o desenvolvimento e a reflexão (Ciclo PDR). Na etapa do planejamento, os professores colaboram na elaboração de planos de aula focados em conceitos matemáticos específicos, oriundos da sua experiência prática de sala de aula. No desenvolvimento, ocorre a concretização dos planos de aula em contextos reais de ensino, permitindo a aplicação prática das estratégias planejadas. E a etapa da reflexão permite a análise coletiva das aulas ministradas, utilizando registros de prática (como gravações de vídeo e anotações) para promover a reflexão crítica e o aprimoramento das práticas pedagógicas (Trevisan et al., 2020).

Nessa perspectiva, o ciclo PDR oferece aos professores em formação oportunidades de aprendizagem profissional (OAP) para que eles desenvolvam

e (re)signifiquem conhecimentos no contexto real de ensino, condição essencial para seu desenvolvimento profissional (Silver et al., 2007).

Então, para a dimensão da *Consolidação*, sugerimos o seguinte encaminhamento:

1.º) Os professores em formação, organizados em pares, trios ou pequenos grupos, discutem sobre a seleção do ano de escolaridade e da turma (e do professor) para qual será realizado o planejamento (etapa P do ciclo). Tais escolhas estão sempre condicionadas ao número de participantes do processo formativo, ao nível de ensino em que atuam, entre outras questões de ordem prática que devem ser consideradas pelo formador. Enfim, tendo essas definições, passa-se para o planejamento da aula. Como o RM é uma capacidade transversal (isto é, não está necessariamente ligada a conteúdos matemáticos específicos, podendo ser desenvolvido a partir de tarefas matemáticas que abordam diversos conteúdos), os professores têm bastante liberdade para escolher um conteúdo, uma vez que o foco é a tarefa matemática.

Então, nesse momento, os professores precisam mobilizar diversos dos conhecimentos desenvolvidos e aprofundados nas dimensões anteriores a fim de realizarem o planejamento da aula: selecionar ou criar uma tarefa matemática promotora do RM, organizar a forma como ela será abordada com os alunos (o ensino exploratório), analisar conceitos matemáticos abordados na tarefa, antecipar as diferentes estratégias que os alunos podem usar para resolver a tarefa, antecipar os possíveis processos de RM que podem ser mobilizados pelos alunos no decorrer da resolução da tarefa e antecipar questionamentos que podem ser feitos pelo professor de forma a não fornecer respostas prontas para os alunos.

Os planejamentos desenvolvidos devem ser compartilhados com os demais professores e com o formador, a fim de realizar os ajustes e refinamentos que possam ser necessários. Além disso, o momento de partilha também constitui um momento de aprendizagem profissional, uma vez que os professores aprendem uns com os outros ao discutir sobre o planejamento realizado.

2.º) Na etapa de desenvolvimento, o professor (ou professores) escolhidos na etapa do planejamento vão para as salas de aula desenvolver a aula planejada. Ele pode ser acompanhado pelos outros professores participantes do processo formativo, lembrando que as questões de ordem burocrática devem ser resolvidas anteriormente. Também sugerimos que os professores que acompanham auxiliem na produção de registros de prática, e

tomem nota dos aspectos que julgarem relevantes que possam ser usados na etapa da reflexão. Esse é um momento ímpar de oportunidade de desenvolvimento profissional, uma vez que o professor (e os que o observam) conseguem concretizar a aula planejada, se deparando com as dificuldades oriundas da prática que não conseguem ser totalmente previstas pelo planejamento. Então, esse momento pode suscitar elementos valiosos de aprendizagem profissional, pois desenvolve conhecimentos que não podem ser desenvolvidos de outra forma, e isso os conduz a tomar decisões. A qualidade das decisões tomadas pode estar estritamente relacionada com os conhecimentos desenvolvidos nas dimensões anteriores, promovendo a consolidação desses conhecimentos.

3.º) A experiência vivida na etapa do desenvolvimento é que vai fomentar a reflexão. A reflexão ocorre suportada por relatos dos professores e registros de prática coletados, organizados e preparados pelo formador. Os professores compartilham a experiência, refletem coletivamente sobre ela, tomam consciência de suas ações, avaliam o planejamento realizado, enfim, fazem uma análise detalhada do desenvolvimento da aula e discutem em uma sessão final com todo o grupo. Este momento é fundamental para a consolidação dos conhecimentos profissionais, uma vez que é por meio da reflexão sobre a prática que os professores avaliam criticamente suas atuações; ao fazê-lo, desenvolvem uma nova compreensão sobre a sua prática, enriquecendo o seus repertórios e melhorando a suas capacidades de resolver problemas e tomar decisões fundamentadas (Serrazina, 1999).

A Figura 6, a seguir, sistematiza os principais elementos da dimensão *Consolidação* do modelo FO(RM)AP:

Figura 6

Sistematização da terceira dimensão do modelo FO(RM)AP – Consolidação (Autores, 2026)

Terceira dimensão do modelo FO(RM)AP - <i>Consolidação</i>
Ciclo PDR Ponto de partida: Ciclo PDR: planejamemento de uma aula de Matemática apoiada nos conhecimentos desenvolvidos e aprofundados anteriormente; desenvolvimento da aula planejada em uma turma real; reflexão conjunta sobre a aula desenvolvida.
Consolidar conhecimentos Oportunidades de consolidar conhecimentos, a partir do planejamento e desenvolvimento de uma aula num contexto real de ensino e posterior reflexão sobre ela, relacionados a:

- articulação dos elementos de gestão da sala de aula (a tarefa matemática, o ensino exploratório e as ações do professor) com a finalidade de planejar e desenvolver uma aula.
- reflexão sobre o RM dos alunos e os processos que eles mobilizam e a forma como o fazem.
- Matemática presente na tarefa, dificuldades e aprendizagens dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, tivemos por objetivo propor um modelo teórico de processo formativo que contribua para a compreensão dos professores sobre o RM, seus processos e as formas de como promovê-lo em sala de aula e discutir os elementos que o integram. A partir da sistematização de evidências empíricas oriundas de diferentes ciclos formativos e referenciais teóricos consolidados, organizados na perspectiva da Investigação Baseada em Design (Cobb et al., 2016; Ponte et al., 2016), foi possível construir o modelo FO(RM)AP (Figura 2), estruturado em três dimensões: introdução, aprofundamento e consolidação.

Nossa intenção é de que, a articulação desses três eixos possibilite a organização de propostas formativas que mobilizam e aprofundam conhecimentos profissionais do professor, especialmente os concernentes à gestão de tarefas matemáticas, às interações em sala de aula e aos processos de RM mobilizados pelos alunos. Cada uma das dimensões do modelo não se apresenta de forma estanque, mas inter-relacionada, constituindo um ciclo contínuo de desenvolvimento profissional que parte de práticas reais, promove reflexão coletiva e sistematização teórica, e retorna à prática com novos elementos.

Os resultados obtidos no decorrer de vários processos formativos (Figura 1), aliados com os referenciais teóricos nos quais essas pesquisas se apoiam, indicam que a integração entre registros de prática, tarefas matemáticas com potencial para o desenvolvimento do RM e a mediação do formador constituem elementos centrais na promoção de OAP. Tais oportunidades favorecem a resignificação de conhecimentos docentes e contribuem para que o professor possa planejar, realizar e refletir sobre aulas que apoiem de forma mais efetiva o desenvolvimento do RM de seus alunos.

O modelo FO(RM)AP, como já indicado, é oriundo da nossa experiência e reflexão ao estruturar e desenvolver diversos processos formativos, envolvendo tanto professores em formação continuada como futuros professores (em formação inicial). Entretanto, compreendemos que,

embora o modelo possa servir de elemento orientador para processos formativos tanto na formação inicial quanto na continuada, alguns aspectos necessitam ser observados quando se trata da formação inicial: a falta de conhecimentos oriundos da experiência e, em alguns casos, a falta de um contexto de ensino (ou seja, a sala de aula), no qual possa ocorrer, de forma completa, o ciclo PDR (Trevisan et al., 2020). Ainda, chamamos a atenção ao formador como um componente que merece destaque. É evidente que em todos os processos formativos, sejam eles estruturados de acordo com o modelo FO(RM)AP ou outros quaisquer, a preparação do formador é um componente crucial. Por isso, além de discutirmos cada uma das dimensões do referido modelo, propomos um encaminhamento para cada uma das dimensões.

Diante disso, com a finalidade de aperfeiçoamento teórico e metodológico do do modelo FO(RM)AP, em futuras investigações temos como objetivo desenvolver processos formativos seguindo o modelo proposto em diferentes níveis de escolarização e em contextos formativos diversos. Além disso, pretendemos explorar com mais profundidade as questões que se debrucem sobre a formação dos próprios formadores — considerando suas ações, saberes e desafios ao operacionalizar o modelo. Por fim, entendemos a necessidade de construir instrumentos de acompanhamento e avaliação das OAP geradas a partir da aplicação do modelo FO(RM)AP, que se constitui um campo promissor para investigações posteriores.

Em suma, consideramos que o modelo FO(RM)AP representa uma contribuição relevante para o campo da formação de professores que ensinam Matemática, ao oferecer subsídios teóricos e metodológicos para a organização de propostas formativas que dialogam com a prática docente e com os desafios da sala de aula, especialmente relacionadas a promoção do RM dos alunos. Espera-se que sua aplicação em diferentes contextos possa fomentar investigações futuras e ampliar as possibilidades de atuação formativa comprometida com a aprendizagem matemática dos alunos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, e a Fundação Araucária – FA, pelo apoio recebido no desenvolvimento da pesquisa.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

Todos os autores contribuíram na organização do referencial teórico, na concepção do modelo, bem como na discussão dos resultados e conclusões.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

O compartilhamento de dados não é aplicável a este artigo, pois se trata de pesquisa de bibliografia disponível publicamente.

REFERÊNCIAS

- Aguiar, M., Dona, E. G., Jardim, V. B. F. & Ribeiro, A. J. (2021). Learning opportunities experienced by mathematics teachers: unveiling actions and role of the teacher educator during a formative process. *Revista Acta Scientiae*, 23, 112-140.
<https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6575>
- Aguiar, M., Ponte, J. P., & Ribeiro, A. J. (2021). Conhecimento Matemático e Didático de Professores da Escola Básica acerca de Padrões e Regularidades em um Processo Formativo Ancorado na Prática. *Bolema*, 35(70), 794–814. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a12>
- Anjos, L. Q., Araman, E. M. O., Gross, G. F. S. & Trevisan, A. L. (2025). Compreensões dos professores quando resolvem uma tarefa matemática com potencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 13, 115-146.
<https://doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860>
- Anjos, L. Q. (2023). *Contribuições de um processo formativo para professores dos Anos Iniciais visando a compreensão dos Entendimentos Essenciais de Raciocínio Matemático*. [Dissertação Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná].
- Araman, E. M. O., Corrêa, L. N., Serrazina, M. L. & Ponte, J. P. (2025). Tarefas de Aprendizagem Profissional para o Raciocínio Matemático: princípios de Design. *Paradigma*, 1, 1-24.
<https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025009.id1715>
- Araman, E. M. O. & Serrazina, M. L. (2020). Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo 9(18), 118-136.

- Araman; E. M. O., Serrazina, M. L. & Ponte, J. P. (2019). “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(2), 466-490. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p466-490>
- Ball, D. L., Ben-Peretz, M. & Cohen, R. B. (2014). Records of practice and the development of collective professional knowledge. *British Journal of Educational Studies*, 62(3), 317-335.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Brodie, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. Nova Iorque: Springer.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Carrillo-Yañez, J. *et al.* (2018). The mathematics teacher’s specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253.
- Cobb, P., Jackson, K. & Dunlap, C. (2016). Design research: An analysis and critique. In: English, L. & Kirshner, D. (Org.). *Handbook of international research in mathematics education*. New York: Routledge, 481-503.
- Correa, L. N.; Araman, E. M. O. & Serrazina, M. L. (2024). Níveis de compreensão sobre processos de raciocínio matemático manifestados por professoras dos anos iniciais do ensino fundamental ao discutirem uma tarefa de aprendizagem profissional. *Revista de Produtos Educacionais e Pesquisa em Ensino*, 8, 1263-1286.
- Davidson, A., Herbert, S. & Bragg, L. (2019). Supporting Elementary Teachers’ Planning and Assessing of Mathematical Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 1151-1171.

- Davis, E. A., & Krajcik, J. S. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational Researcher*, 34(3), 3-14.
- Elliott, R. Kazemi, E., Lesseig, K., Mumme, J., Carroll, C., & Kelley-Petersen, M. (2009). Conceptualizing the work of leading mathematical tasks in professional development. *Journal of Teacher Education*, 60 (4), 364-379.
- Ellis, A. B. (2011). Generalizing-Promoting Actions: How Classroom Collaborations Can Support Students' Mathematical Generalizations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(4), 308-345.
- Fuentes, S. Q. & MA, J. (2018). Promoting teacher learning: A framework for evaluating the educative features of mathematics curriculum materials. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(4), 351-382.
- Goldsmith, L. T., Doerr, H. M. & Lewis, C. C. (2014). Mathematics teachers' learning: A conceptual framework and synthesis of research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17, 5-36.
- Gravemeijer, K. (2016). Design research como modo de inovação curricular. *Quadrante*, 25(2), 7-23. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22935>.
- Gross, G. F. S., Trevisan, A. L. & Araman, E. M. O. (2024). Raciocínio matemático e as oportunidades de aprendizagem profissional do professor que ensina matemática: as ações do formador. *EduSer*, 16(2), 1-18. <https://doi.org/10.34620/eduser.v16i2.322>
- Gross, G. F. S., Trevisan, A. L., Araman, E. M. O & Trevisolli, R. F. L. (2023). Uma proposta para elaboração e análise de tarefas de aprendizagem profissional. *Perspectivas da Educação Matemática*, 16, 1-21. <https://doi.org/10.46312/pem.v16i42.17982>
- Henriques, A. & Martins, M. (2022). Mathematical reasoning in linear systems learning: a higher education exploratory teaching experiment with prospective teachers. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 21, 65-85. <https://doi.org/10.35763/aiem21.4238>

- Herbert, S. & Bragg, L. A. (2021). Factors in a professional learning program to support a teacher's growth in mathematical reasoning and its pedagogy. *Mathematics education research journal*, 33(3), 409-433. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00310-5>
- Herbert, S., Vale, C., Bragg, L. A., Loong, E. & Widjaja, W. (2015). A framework for primary teachers' perceptions of mathematical reasoning. *International Journal of Educational Research*, 74, 26-37. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2015.09.005>
- Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in mathematics*, 96(1), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Lannin, J., Ellis, A. B. & Elliot, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Martins, M. A., Henriques, A. C. C. B. & Caetano, J. J. (2023). Conhecimento de Professores para Promover o Raciocínio Matemático: uma experiência de formação continuada. *Bolema*, 37(77), 1126-1146. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n77a10>
- Mata-Pereira, J. & da Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 169-186. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4>
- Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. D. (2018). Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design, *Bolema*, 32(62), 781-801. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a02>
- Morais, R. D. S., Araman, E. M. O. & Trevisan, A. L. (2022). Raciocínio matemático e argumentação em tarefas de geometria plana nos anos iniciais. *Vidya*, 42(2), 101-119. <https://doi.org/10.37781/vidya.v42i2.4235>
- Oliveira, L. S. (2024). Conhecimentos profissionais de professores em um contexto de formação continuada a respeito do raciocínio matemático.

[Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná].

- Oliveira, L. S., Araman, E. M. O. & Trevisan, A. L. (2022). Processos de Raciocínio Matemático em uma Tarefa Exploratória. *Paradigma*, 43(1), 01-21. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p01-21.id1158>
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34).
- Ponte, J. P. (2017). Discussões coletivas no ensino-aprendizagem da matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 33–56).
- Ponte, J. P. (Org). (2022). *Projeto REASON: Raciocínio Matemático e Formação de Professores*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P., Quaresma, M. & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, 2(156), 7-11.
- Ponte, J. P., Carvalho, R., Mata-Pereira, J. & Quaresma, M. (2016). Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, 25(2), 77-98.
- Ponte, J. P. D., Mata-Pereira, J. & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Práxis Educativa*, 7(02), 355-377.
- Prediger, S., Roesken-Winter, B. & Leuders, T. (2019). Which research can support PD facilitators? Strategies for content-related PD research in the Three-Tetrahedron Model. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(4), 407-425.
- Ribeiro, A. J., Aguiar, M. & Trevisan, A. L. (2020). Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente

uma aula sobre padrões e regularidades. *Quadrante*, 29(2), 104-128.
<https://doi.org/10.48489/quadrante.23010>.

Ribeiro, A. J. & Ponte, J. P. D. (2020). A theoretical model for organizing and understanding teacher learning opportunities to teach mathematics. *Zetetiké*, 28, 1-20.

Richit, A. (2021). Desenvolvimento profissional de professores: um quadro teórico. *Research, Society and Development*, 10(14), e342101422247-e342101422247. <https://doi.org/10.33448/rsd-v10i14.22247>

Rodrigues, M., Brunheira, L. & Serrazina, L. (2021). A framework for prospective primary teachers' knowledge of mathematical reasoning processes. *International Journal of Educational Research*, 107, 1-11.
<https://doi.org/10.1016/j.ijer.2021.101750>

Rodrigues, C., Menezes, L. & Ponte, J. P. D. (2018). Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. *Bolema*, 32(61), 398-418. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a05>

Rodrigues, M., Vieira, W. & Serrazina, L. (2021). O conhecimento didático de futuros professores sobre as ações promotoras do raciocínio matemático. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 14(4), 404-414. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2021v14n4p404-414>

Santos, L., Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2022). Teachers' understanding of generalizing and justifying in a professional development course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(1), em2067.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/11488>

Serrazina, M. L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1o ciclo. *Quadrante*, 8, 139-167.

Serrazina, L. (2021). Aprender Matemática com Compreensão: Raciocínio Matemático e Ensino Exploratório. *Revista de Educação Matemática*

e Tecnológica Iberoamericana, 12(3), 1-19.
<https://doi.org/10.51359/2177-9309.2021.250302>

- Silver, E. A., Ghouseini, H., Gosen, D., Charalambous, C. Y., & Strawhun, B. T. (2007). Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4-6), 261–277. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9039-7>.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350.
- Steinbring, H. (1998). Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(2), 157-189. <https://doi.org/10.1023/A:1009984621792>
- Trevisan, A. L., Araman, E. M. O. & Serrazina, L. (2023). The development of students' mathematical reasoning in Calculus courses. *Avances de investigación en educación matemática*, 24, 39-56.
- Trevisan, A. L., Ribeiro, A. J. & Ponte, J. P. D. (2020). Professional Learning Opportunities Regarding the Concept of Function in a Practice-based Teacher Education Program. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(2), 1-14. <https://doi.org/10.29333/iejme/6256>
- Trevisolli, R. F. L., Trevisan, A. L. & Vieira, A. F. M. (2024). Raciocinar matematicamente nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões de duas professoras no planejamento de uma aula. *Ensino & Pesquisa*, 22(3), 76-89. <https://doi.org/10.33871/23594381.2024.22.3.9796>
- Trevisolli, R. F. L. (2024). *Oportunidades de aprendizagem profissional acerca do Raciocínio Matemático: vivências de uma professora durante um processo formativo*. [Dissertação de Mestrado em Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná].
- Vieira, W., Rodrigues, M. & Serrazina, L. (2020). O conhecimento de futuros professores sobre os processos de raciocínio matemático antes e

depois de uma experiência de formação. *Quadrante*, 29(1), 8-35.
<https://doi.org/10.48489/quadrante.23012>

Wood, T. (1999). Creating a context for argument in mathematics class.
Journal for Research in Mathematics Education, 30(2), 171-191.