ACTA SCIENTIAE

ISSN: 2178-7727
DOI: 10.64856/acta.scientiae.8402

Histograma en los libros de texto de matemática de Educación Primaria y Secundaria en Chile: un acercamiento a la alfabetización y al pensamiento estadístico

Francisco Rodríguez-Alveal[a]
Carmen Gloria Aguayo-Arriagada[b]
Danilo Díaz-Levicoy[c]

[a] Universidad del Bío-Bío, Facultad de Educación y Humanidades, Departamento Ciencias de la Educación, Chillán, Chile
[b] Universidad de Almería, Departamento de Educación, Almería, España.
[c] Universidad Católica del Maule, Facultad de Ciencias Básicas, Departamento de Matemática, Física y Estadística, Talca, Chile.

RESUMEN

Antecedentes: El creciente interés por mejorar la formación inicial de profesores de matemática como la orientación de los procesos de enseñanza de los profesores en activo en Chile ha invitado a los investigadores a analizar los libros de texto, los cuales juegan un rol fundamental tanto en el sistema escolar como a nivel de instituciones formadoras con la introducción de prácticas tempranas donde los profesores en formación interactúan con los libros de texto. **Objetivo**: analizar las actividades relacionadas con el histograma en los libros de texto de Educación Primaria y Secundaria en Chile y cómo estas favorecen la adquisición de una alfabetización y un pensamiento estadístico. **Metodología**: Se adopto un enfoque cualitativo, mediante un análisis de contenido de los libros de texto distribuidos por el Ministerio de Educación chileno entre 2016 al 2023. **Participantes**: La muestra estuvo compuesta por seis libros de texto seleccionados por un muestreo no probabilístico del tipo intencionado. **Resultados**: Los principales resultados dan cuenta que las definiciones de histograma son similares a las presentadas en los libros de estadística, sin hacen diferencia entre variables cuantitativas discretas, aun cuando las actividades se asocian a variable de dicha naturaleza. Asimismo, las preguntas relacionadas con situaciones que involucran histogramas se asocian a lecturas literales y la comparación entre las alturas de las barras, no permitiendo profundizar en los datos, a pesar que a nivel del sistema escolar se han introducido conceptos de inferencia estadística. **Conclusión**: Los hallazgos evidencian que las actividades relacionadas con histograma no favorecerían el desarrollo de habilidades superiores.

Palabras clave: Textos escolares, Histogramas, Alfabetización estadística, Pensamiento estadístico, Actividades.

Corresponding author: Francisco Rodríguez-Alveal. Email: frodriguez@ubiobio.cl

Histogram in Primary and Secondary Education Mathematics Textbooks in Chile: An Approach to Literacy and Statistical Thinking

ABSTRACT

Background: The growing interest in improving initial mathematics teacher training and guiding the teaching processes of in-service teachers in Chile has invited researchers to analyze textbooks, which play a fundamental role both in the school system and at the level of training institutions, with the introduction of early practices where pre-service teachers interact with textbooks. **Objective**: To analyze histogram-related activities in Primary and Secondary Education textbooks in Chile and how these promote the acquisition of statistical literacy and thinking. **Methodology**: A qualitative approach was adopted, through a content analysis of textbooks distributed by the Chilean Ministry of Education between 2016 and 2023. Participants: The sample consisted of six textbooks selected by non-probability sampling of the purposive type. **Results**: The main results show that the histogram definitions are similar to those presented in statistics books, without differentiating between discrete quantitative variables, even when the activities are associated with variables of this nature. Likewise, questions related to situations involving histograms are associated with literal readings and comparisons of bar heights, preventing in-depth exploration of the data, despite the fact that statistical inference concepts have been introduced at the school level. **Conclusion**: The findings show that histogram-related activities do not promote the development of higher-level skills.

Keywords: Textbooks, Histograms, Statistical Literacy, Statistical Thinking, Activities.

Histograma em livros didáticos de matemática do ensino fundamental e médio no Chile: uma abordagem à alfabetização e ao pensamento estatístico

RESUMO

Contexto: O crescente interesse em melhorar a formação inicial de professores de matemática e orientar os processos de ensino de professores em serviço no Chile convidou pesquisadores a analisar livros didáticos, que desempenham um papel fundamental tanto no sistema escolar quanto no nível de instituições de formação, com a introdução de práticas iniciais onde os futuros professores interagem com os livros didáticos. **Objetivo**: Analisar atividades relacionadas a histogramas em livros didáticos de educação primária e secundária no Chile e como estas promovem a aquisição de alfabetização e pensamento estatístico. **Metodologia**: Foi adotada uma abordagem qualitativa, por meio de uma análise de conteúdo de livros didáticos distribuídos pelo Ministério da Educação do Chile entre 2016 e 2023. **Participantes**: A amostra foi composta por seis livros didáticos selecionados por amostragem não probabilística do tipo proposital. **Resultados**: Os principais resultados mostram que as definições de histogramas são semelhantes às apresentadas em livros didáticos de estatística, sem diferenciação entre variáveis quantitativas discretas, mesmo quando as atividades são associadas a variáveis dessa natureza. Além disso, questões relacionadas

a situações envolvendo histogramas estão associadas a leituras literais e comparações entre alturas de barras, impedindo análises aprofundadas dos dados, apesar de conceitos de inferência estatística terem sido introduzidos no sistema escolar. **Conclusão**: Os achados mostram que atividades relacionadas a histogramas não favorecem o desenvolvimento de habilidades de nível superior.

Palavras-chave: Livros didáticos; Histogramas; Alfabetização Estatística; Pensamento Estatístico; Atividades.

INTRODUCCIÓN

Las representaciones gráficas son elementos fundamentales en el análisis de datos en la sociedad, así como en los diferentes niveles de formación, dado que ayudan a describir las distribuciones de los datos (American Statistical Association [ASA], 2016). Los que, además, como mencionan Boels et al. (2019), no solo representan datos, sino también conceptos estadísticos como, por ejemplo, variabilidad, forma y tendencia central. Al respecto, uno de los gráficos estadísticos más comúnmente utilizado para sintetizar y analizar el comportamiento de datos univariados de naturaleza cuantitativa es el histograma (Arnold & Pfannkuch, 2014; Kaplan et al., 2014), el que permite develar características de los datos tales como forma, tendencia central, variabilidad y valores atípicos. El histograma da cuenta de la distribución de los datos (Ben-Zvi & Amir, 2005), donde el contexto da sentido a la lectura e interpretación crítica, habilidades relacionadas con la alfabetización estadística (Garfield, 2002) y que favorece la toma decisiones basadas en la evidencia.

En este sentido, la ASA (2016) entrega sugerencias a los profesores que enseñan estadística a nivel del sistema escolar y universitario, entre las que se encuentran la introducción de habilidades relacionadas con la alfabetización y el pensamiento estadístico, como, por ejemplo, la interpretación y la lectura critica de las representaciones gráficas (Garfield & Ben-Zvi, 2008). En la cual, juega un rol importante la taxonomía propuesta por Curcio (1989), la que permite orientar el trabajo con gráficos estadísticos, desde una lectura literal hasta una lectura que va más allá de los datos. Como así también, decidir acerca de la pertinencia de las representaciones gráficas acorde a la naturaleza del dato. Habilidad asociada al pensamiento estadístico, la cual puede ser entendida como las estrategias mentales que emplean las personas para tomar decisiones y hacer uso de métodos y procedimientos utilizados al momento de analizar y resumir datos, tanto de variables de naturaleza cualitativa como cuantitativa (Triola, 2006).

En este contexto, una de las representaciones gráficas presentes en el currículo escolar asociada a datos cuantitativos es el histograma, el que, a nivel

de sistema escolar, es introducido en los libros de texto desde los cursos finales de la Educación Primaria, tanto a nivel internacional como en el caso chileno (Rojas-Rojas et al., 2023). Los libros de texto, desde la mirada de Gracin (2018), son "artefactos que traducen las políticas en pedagogía y representan un vínculo entre el plan de estudio previsto y el implementado [en el aula de clases]" (p. 1). Además, como mencionan Barcelos y Hollebrands (2017), las tareas incluidas en los libros de texto influyen en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y de la estadística en particular.

En coherencia con lo mencionado, el presente artículo tiene como propósito analizar las actividades relacionadas con el histograma presentes en los libros de texto de Educación Primaria y Secundaria en Chile y cómo estas favorecen la adquisición de una alfabetización y un pensamiento estadístico en el estudiantado.

Representaciones gráficas en el currículo escolar chileno

Los tópicos de estadística han adquirido una mayor presencia en los currículos del sistema escolar, en particular lo relacionado con las representaciones gráficas, tanto a nivel internacional como en el caso chileno (Díaz-Levicoy et al., 2016), los cuales se introducen desde la Educación Primaria (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2016). En particular, las representaciones gráficas asociadas a datos cuantitativos se encuentran presentes esencialmente en el currículo escolar a partir de séptimo año de Educación Primaria en Chile. Al respecto, llama la atención que no se haga referencia explícita a nivel de Educación Secundaria, aun cuando se encuentran presentes en los libros de texto de primer año de Educación Secundaria en Chile (Tabla 1).

Tabla 1

Objetivos de aprendizaje acerca de gráficos en Educación Primaria en el currículo escolar chileno. (MINEDUC, 2016, p. 115)

Nivel	Año	Objetivos de Aprendizaje
Educación Primaria	7	Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con software educativo.

Nivel	Año	Objetivos de Aprendizaje
	8	Representando los diagramas de manera manual y/o con software educativo. Evaluar la forma en que los datos están presentados: Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno; Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos; Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.
Educación Secundaria	1	Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos "xy" para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica.

Cabe destacar que, en los objetivos de aprendizaje entregados por el MINEDUC, no se hace mención explícita al histograma, aun cuando es una de las representaciones más utilizadas para mostrar el comportamiento de datos de naturaleza cuantitativa (Kaplan et al., 2014). Asimismo, nada se dice acerca de las habilidades asociadas a la lectura e interpretación de información presente en las representaciones gráficas, las que se encuentran asociadas a la alfabetización estadística. No obstante, se enfatiza en la habilidad asociada al pensamiento estadístico (Garfield & Ben-Zvi, 2008), que dice relación con la justificación del tipo de gráfico de acuerdo con la naturaleza de los datos. Por otro lado, a nivel de primer año de Educación Secundaria solamente se menciona la introducción de representaciones bidimensionales, es decir, del gráfico de dispersión, el cual permite estudiar el comportamiento visual de dos variables.

El histograma y su presencia en los libros de Educación Primaria y Secundaria

El histograma es una de las representaciones que permite visibilizar conceptos cardinales en estadística como la variabilidad, cuya comprensión se encuentra en estrecha relación con la alfabetización y pensamiento estadístico

(Ben-Zvi & Garfield, 2004). No obstante, Bruno y Espinel (2009) indican que el histograma es una representación gráfica que sintetiza una distribución de frecuencia mediante rectángulos cuyos anchos representan intervalos de clase y cuyas áreas son proporcionales a la frecuencia asociada. Al respecto, Triola (2006) menciona que estas barras son adyacentes, es decir, sin espacio entre ellas. En estas definiciones se hace referencia, de manera implícita, a que el histograma permite sintetizar datos de naturaleza cuantitativa continua, resumidos mediante una tabla de distribución de frecuencia, proceso asociado a la transnumeración, habilidad asociada al pensamiento estadístico (Wild & Pfannkuch, 1999).

Al respecto, a nivel del sistema escolar, la presencia del histograma en los libros de texto se introduce en los años finales de la Educación Primaria de algunos países, por ejemplo, en España (García-Alonso, 2021), para representar el comportamiento de variables cuantitativas discretas, mediante un gráfico de barras. No obstante, Parks et al. (2000) hacen notar que, aunque se vea como un gráfico de barras, es en esencia un histograma. Lo que eventualmente, desde la mirada de los autores del presente artículo, este hecho podría generar ambigüedades semióticas a los lectores de los libros de texto, en particular al estudiantado de Educación Primaria y Secundaria que están asimilando estos conceptos estadísticos, en concordancia con lo planteado por delMas et al. (2005). Cabe destacar, que, atendiendo a la estructura de los histogramas, esta representación permite hacer una transición a las funciones de densidad como modelo idealizado (delMas et al., 2005). Como, por ejemplo, contrastar gráficamente el comportamiento empírico de una variable cuantitativa con modelos teóricos como la distribución normal, de manera similar la distribución muestral del promedio, base de la inferencia estadística (Madden, 2011).

Alfabetización y pensamiento estadístico

Dentro de las habilidades asociadas a la alfabetización estadística se encuentran las relacionadas con la lectura e interpretación de representaciones gráficas. En la cual, la taxonomía de Curcio (1989) propone niveles de lectura asociada a la dificultad de las tareas que se pueden plantear. Esto niveles son: a) *Leer los datos*. Se relaciona con la lectura literal de la información presente en un gráfico; b) *Leer dentro de los datos*. Invita a obtener información que no se destaca a simple vista dentro del gráfico, para lo cual es necesario realizar algunos cálculos matemáticos; c) *Leer más allá de los datos*. Consiste en una lectura más razonada de un gráfico, de manera de inferir la información presente en él hacia una población objeto de estudio, en síntesis, hacer una inferencia informal. Por último, el cuarto nivel es introducido por Shaughnessy

(2007), denominado *Leer detrás de los datos*, en el cual se cuestiona la procedencia de los datos, la construcción del gráfico y su pertinencia, según la naturaleza de los datos. Este último nivel se encuentra en estrecha relación con el pensamiento estadístico (Garfield & Ben-Zvi, 2008).

En esta misma línea, el proceso de cambio de representación de datos a tablas de frecuencia, gráficos o medidas de tendencia central se denomina transnumeración (Chick, 2003), que corresponde a una habilidad asociada al pensamiento estadístico (Wild y Pfannkuch, 1999). Esto se encuentra en sintonía con los objetivos de aprendizaje del currículo escolar chileno (MINEDUC, 2016). Como así también la percepción de la variación, la integración de la estadística y el contexto que permite generar, buscar, interpretar, criticar y juzgar información afín a la resolución de problemas estadísticos. Habilidades que no son ajenas a los estadísticos profesionales cuando sintetizan los datos en resúmenes numéricos o representaciones gráficas, cuando dan respuesta a los objetivos de algún tipo de estudio cuantitativo.

Actividades relacionadas con el histograma

Las actividades en estadística juegan un rol fundamental en la adquisición de las habilidades relacionadas con la alfabetización y el pensamiento. En este contexto, las interpelaciones deberían movilizar conocimientos tendientes a evaluar, monitorear o retroalimentar los aprendizajes del estudiantado, entre otras posibilidades. En las cuales hay que colocar atención en evidenciar el objeto de estudio, sabiendo que lo estocástico y el contexto real son esenciales.

Al respecto, la ASA (2016) propone una categorización de las actividades relacionadas con la enseñanza de la estadística: A1. Sobre conceptos y/o que indaguen sobre nociones erróneas comunes en estadística; A2. Promuevan la comprensión de conceptos estadísticos clave, como estadígrafos, representatividad, muestreo, variabilidad, etc., y no solo a actividades procedimentales; A3. Se oriente a que el estudiantado extraiga conclusiones a partir de los datos resumidos mediante representaciones gráficas y/o numéricas; A4. Puedan argumentar a partir de los datos y que el contexto le imprima significado. De lo que se desprende que las actividades deberían orientarse al nivel intermedio y superior de la taxonomía de Anderson y Krathwohl (2001). De manera que favorezcan el desarrollo de un pensamiento crítico sobre cuestiones estadísticas, en definitiva, se trata de dar significado y comprensión a este objeto estadístico, el cual resulta de utilidad en la modelación de variables cuantitativas.

MÉTODO

Para dar respuesta al objetivo de esta investigación, se hizo uso de una metodología cualitativa y mediante un análisis de contenido (Krippendorff, 1997) en las secciones en que interviene el histograma. La muestra estuvo formada por seis libros de texto distribuidos por el MINEDUC durante los años 2016, 2020 y 2023 para ser utilizados en los procesos de enseñanza y de aprendizaje por estudiantes de Educación Primaria y Secundaria entre los 10 y 14 años, los que fueron seleccionados mediante un muestreo no probabilístico del tipo intencionado. Cabe destacar que algunos de los libros de texto han sido reeditados de la versión original, por lo cual, para efectos del análisis, se considerará solo el último año de edición[1] (ver Tabla 2).

Tabla 2

Libros de texto seleccionados y analizados

Código	Autores/año /Título/Editorial
TEP5	Alfaro, S., Espinoza, Y., Riquelme, M., Ainardi, V., Aldunate, V., Falconi, P., & Olivares, C. (2016). *Texto del estudiante, Matemática 5° Básico.* Houghton Mifflin Harcout.
TEP7	Merino, R., Muñoz, V., Pérez, B., & Rupin, P. (2016). *Texto del estudiante, Matemática 7° Básico*. SM.
TEP8	Catalán, D., Pérez, B., Prieto, C., & Rupin, P. (2016). *Texto del estudiante, Matemática 8° Básico*. SM.
TES1	Muñoz, G., Santis, M., & del Valle, J. (2016). *Texto del estudiante, Matemática 1 medio*. SM.
TEP5	Ho, Soon, G., & Ramakrishnan, C. (2020). *Texto del estudiante, Matemática 5° Básico*. Santillana.

[1] Esta investigación no fue evaluada por un Comité de Ética Científico, dado que no se trabajó con seres humanos. Sin embargo, se exime a la revista Acta Scientiae de cualquier responsabilidad derivada de la recogida y análisis de datos descritos en el artículo, según Resolución n° 510, de 7 de abril de 2016, del Ministerio de Salud de Brasil.

Código	Autores/año /Título/Editorial
TEP7	Iturra, F., Manosalva, C., Ramírez, M., & Romero, D. (2023). *Texto del estudiante, Matemática 7° Básico*. SM.
TEP8	Torres, C., & Caroca, M. (2023). *Texto del estudiante Matemática 8° Básico*. Santillana.

El análisis de contenido de los libros de texto se basó en la propuesta metodológica de Mayring (2000). En este sentido, se seleccionaron los libros de texto que serían analizados; luego se escogieron los capítulos afines a los histogramas; y, finalmente, se analizaron las definiciones, conceptos, actividades, preguntas y sus alcances, en relación con las habilidades y los conocimientos relacionados con la alfabetización y el pensamiento estadístico (Garfield & Ben-Zvi, 2008). Además, se contrastaron con los lineamientos dados por la ASA (2016) sobre la integración de datos reales y contextualizados, comprensión de conceptos estadísticos, como variabilidad.

Para el levantamiento de los datos, se elaboró una matriz en Excel en la cual se indicaron los niveles de textos (primaria o secundaria), año de edición, las actividades y/o definiciones, así como el número de la página. El código utilizado para presentar los datos fue: [Texto Escolar Primaria o Secundaria-año] y el número de la página en el texto escolar. Por ejemplo, [TEP8-2016, p. 300], representa el texto escolar de octavo de primaria editado el año 2016 y la actividad se encuentra en la página trescientos del libro mencionado.

RESULTADOS

Definición del histograma en los libros de texto

La interpretación es una de las habilidades relacionadas con la alfabetización estadística (Chance, 2002; Garfield, 2002), así también los conceptos estadísticos (Ben-Zvi & Garfield, 2004). En este contexto, solamente los libros de texto de octavo año de Educación Primaria y primer año de Educación Secundaria presentan diferentes definiciones de histograma:

> Un histograma es un tipo de gráfico de barras en el que se representa la frecuencia de las categorías en que se ordenan los datos. Se utiliza para representar variables continuas, como el tiempo o la masa, o variables discretas cuando sus valores están agrupados en intervalos [TEP8-2016, p. 293]

> Un histograma es una representación gráfica en forma de barras continuas, en las que sus alturas son proporcionales a la frecuencia absoluta de los intervalos representados [TES1-2016, p. 252]
>
> El histograma es un gráfico formado por barras contiguas, donde cada una representa un intervalo de valores. Sirve para expresar información sobre datos que están agrupados [TEP8-2023, p. 178]

En estas definiciones se hace hincapié que, independiente del año de edición de los libros de texto analizados, el histograma es un gráfico de barras continuas, lo que refuerza la continuidad de los datos, es decir, permite representar variables de naturaleza cuantitativa cuando los datos se encuentran agrupados en intervalos (tablas de distribución de frecuencia). Cabe destacar que, en las definiciones, se hace mención implícita a que los intervalos tienen amplitud constante, asimismo, no se explicita el caso de datos cuantitativos discretos. Por otro lado, en relación con su interpretación, el libro de texto de primer año de Educación Secundaria explicita que "Podemos interpretar un histograma a partir de la forma de la distribución o concentración de los datos" (TES1-2016, p.252).

Esta descripción, centra la interpretación de los histogramas en la forma (simetría o asimetría) de la distribución de los datos, teniendo presente la ubicación de las medidas de tendencia central y de manera implícita la variabilidad de los datos, haciendo sinónimos los conceptos concentración y variabilidad. Situación similar se presenta en los libros especializados de estadística como, por ejemplo, Devore (2008) o Triola (2006), aun cuando este último autor hace notar la diferencia entre el histograma asociado para datos cuantitativos continuos y discretos. Lo que eventualmente permitiría no generar ambigüedades semióticas relacionados con este tipo de representación (Kim & Fukawa-Connelly, 2019).

Preguntas o actividades relacionadas con el histograma en los libros de texto

En coherencia con el ciclo interrogativo asociado con el pensamiento estadístico, en la Tabla 3, se muestra la articulación de las preguntas o instrucciones relacionadas el histograma según las recomendaciones de la ASA (2016), la taxonomía de Curcio (1989) y Shaughnessy (2007). En la cual se observa que en los libros analizados no se presentan interpelaciones afines a conceptos cardinales o que el estudiantado se enfrente a situaciones donde

indaguen sobre concepciones erróneas sobre la construcción del histograma, como, por ejemplo, ausencia de rótulos en las representaciones, uso inadecuado de este tipo de representación. Asimismo, no se entregan actividades en las cuales los lectores deban proporcionar argumentaciones acerca de situaciones problemáticas contextualizadas.

Tabla 3

Orientación de las preguntas asociadas a las actividades problemas de acuerdo con la propuesta del ASA y la taxonomía de Curcio relacionadas con el histograma

Categorías acerca de la enseñanza de la estadística (ASA, 2016)	Textos 2016				Texto 2020	Textos 2023	
	TEP5	TEP7	TEP8	TES1	TEP5	TEP7	TEP8
A1: Sobre conceptos y/o que indaguen sobre nociones erróneas comunes en estadística							
A2: Comprensión de conceptos estadísticos claves	2	4	11	6		4	6
Leer los datos	2	1	2				
Leer dentro de los datos		2	6	6		4	6
Leer más allá de los datos		1					
Leer detrás de los datos			3				
A3: Extraer conclusiones a partir de los datos			1	1			
Leer los datos							
Leer dentro de los datos				1			
Leer más allá de los datos			1				
Leer detrás de los datos							
A4: Argumentar a partir de los datos							
Total	2	4	11	6		4	6

Se observa que, en general, las actividades se clasifican dentro de la categoría A2, es decir, son preguntas que promueven la comprensión de conceptos estadísticos y no solo actividades procedimentales. Las que esencialmente se clasifican en los dos primeros niveles de la taxonomía de

Curcio (1989), esto es, realizar una lectura literal de la información que resume el histograma, como así también efectuar comparaciones entre las alturas de las barras que componen esta representación.

> ¿En cuál grupo de número de zapato está la mayor cantidad de alumnos? (TEP5-2016, 288)
>
> ¿Cuál fue la cantidad de viajes realizados con mayor frecuencia? (TEP7-2016, p. 327)
>
> ¿Qué información representan sus barras? (TEP8-2016, p.293)
>
> ¿Cuántas personas fueron encuestadas? (TEP7-2023, p.200)
>
> Al observar el gráfico, podemos notar que la barra de mayor altura corresponde al número 40. Esto quiere decir que el número de calzado que presenta mayor frecuencia es 40. (TEP8-2023, p.177)

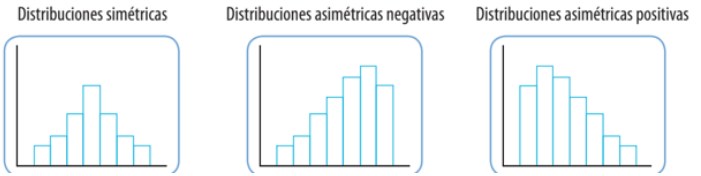
Otras interrogantes, asociados a la categoría leer dentro de los datos (Curcio, 1989), demanda del estudiantado la comprensión de los conceptos como asimetría y/o simetría de la distribución de un conjunto de datos y su relación con las medidas de tendencia central. Ejemplo de ello son las siguientes preguntas:

> ¿Cómo es la distribución de las horas de las personas en cada taller? (TEP7-2016, p.325)
>
> ¿Qué relación existe entre la distribución de los datos de la muestra y las medidas de tendencia central? Comenta tu respuesta con tus compañeros y compañeras. (TEP7-2016, p.327)

Cabe destacar que, a nivel del primer año de Educación Secundaria, el libro de texto entrega representaciones gráficas de histogramas que permite visualizar la forma de las distribuciones (Figura 1).

Figura 1

*Representaciones gráficas para visualizar la asimetría de la distribución de un conjunto de datos. (*TES1, 2016, p.252)



En las representaciones, de manera implícita, se considera el caso de distribuciones unimodales, como así también se hace mención a la ubicación de las medidas de tendencia central según sesgo de la distribución. Por otro lado, se solicita descodificar los datos resumidos en un histograma para calcular las medidas de posición como, por ejemplo, los cuartiles o percentiles.

> Calcula los cuartiles Q1, Q2 y Q3 de los puntajes del test. (TEP8-2023, p. 190)
>
> ¿Cuál es el percentil 35? (TES1-2016, p. 267)

En estas actividades, los estudiantes deben relacionar los valores de la variable cuantitativa (eje horizontal) con las frecuencias observadas (eje vertical).

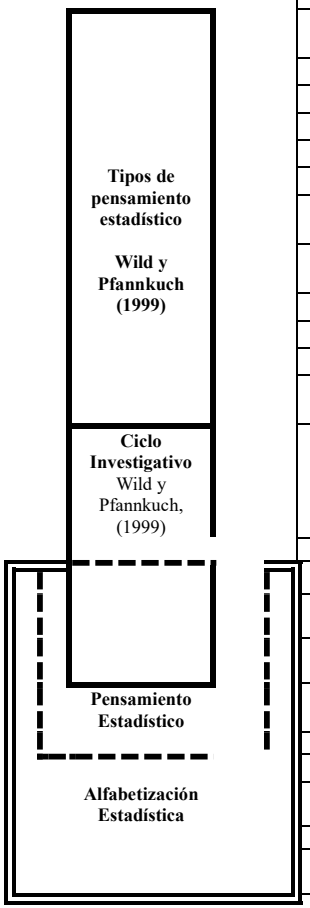
En síntesis, las preguntas y/o actividades presentes en los libros de texto relacionadas con el histograma asociados a variables cuantitativas y/o cualitativas promueven la comprensión de conceptos y, en menor frecuencia, se orientan a extraer conclusiones. Esto último, relacionado con el Nivel 3 de la propuesta de la ASA (2016).

Actividades presentes en los libros de texto y su relación con alfabetización y pensamiento estadístico

En la Figura 2 se muestra la relación entre las preguntas y/o actividades relacionadas con los histogramas presentes en los libros de texto analizados y las habilidades de alfabetización y pensamiento estadístico (Garfield & Ben-Zvi, 2008; Wild & Pfannkuch, 1999). En particular, al tipo de pensamiento relacionado con la transnumeración, de acuerdo con la clasificación dada por Chick (2003).

Figura 2

Habilidades y conocimientos acerca de la alfabetización y pensamiento estadístico presente en las preguntas y/o actividades sobre histogramas en los libros de texto analizados. (Wild y Pfannkuch, 1999, Garfield y Ben-Zvi, 2008, Chick, 2003)



Habilidades/conocimientos	Año 2016				Año 2020	Año 2023	
	TEP5	TEP7	TEP8	TES1	TEP5	TEP7	TEP8
Reconocimiento de la necesidad de los datos							
Transnumeración	**5**	**6**	**10**	**15**	**1**	**5**	**12**
Clasificación			1				
Cálculo de frecuencia	5	2	6	7	1	2	9
Cálculo de proporción				1			
Gráfica/Tabular		2		4			1
Cálculo de medidas de Tendencia Central		1	1			1	
Cálculo de medidas de variabilidad						1	
Otros Cálculos		1	2	3		1	2
Percepción de la variación			**2**	**1**			
Razonamiento de modelos							
Integración de la estadística y el Contexto							
Planteamiento del problema y preguntas							
Planificación y diseño							
Datos: Recolección de datos							
Análisis descriptivo de los datos							
Conclusión: Interpretación y comunicación							
Evaluación crítica de los resultados							
Lenguaje estadístico							
Conceptos estadísticos		2		3		2	1
Comprensión de vocabulario							
Comprensión de símbolos							1
Representaciones en tablas y gráficos		2		4			1

Como se puede apreciar en la Figura 2, el proceso de transnumeración es el que tiene mayor presencia en los libros de texto. Desde la perspectiva de Chick (2003), se observa el predominio del cálculo de las frecuencias asociadas

a la altura de las barras que conforma el histograma, las que se vinculan a variables del tipo cuantitativa discreta. Ejemplo de ello es:

> Calcula cuántos alumnos tiene el curso. (TEP7-2016, p.314)
>
> ¿Cuántos alumnos calzan número 34? (TEP5-2016, p. 288)
>
> ¿Cuál fue la cantidad de viajes realizados con mayor frecuencia? (TEP7-2016, p. 327)

Otra de las técnicas transnumerativas presente en los libros de texto es el graficar y/o tabular, es decir, construir gráficos acordes a la naturaleza de los datos y tablas de distribución de frecuencias, como se ejemplifica en las siguientes actividades.

> Construye una tabla de frecuencias con los datos que se muestran (TEP7-2016, p.323)
>
> Construye el histograma y el polígono de frecuencia asociado a cada una de las tablas de frecuencias (TES1-2016, p.251)

Por otro lado, en menor frecuencia, se solicita calcular las medidas de tendencia central y de posición, como los cuartiles, cuyos datos se encuentran resumidos en un histograma asociado a variables cuantitativas. Ejemplo de estas actividades se muestran a continuación:

> ¿Cuál es la mediana? Interpreta su valor en la situación. (TEP7-2016, p.323)
>
> ¿Cuál es el tercer cuartil? (TES1-2016, p.267)
>
> Calcula los cuartiles Q1, Q2 y Q3 de los puntajes del test. (TEP8-2023, p. 190)
>
> ¿Cuál es el promedio de edad del grupo? (TEP7-2023, p.200)
>
> ¿Cuál es la moda? (TEP8-2016, p.313)

En las cuales, se hace referencia al concepto promedio (TEP8-2023), aun cuando Triola (2006) ha mencionado que dicha noción no necesariamente considera a la media aritmética, lo cual puede generar una ambigüedad léxica. Por otro lado, un tipo de pensamiento, que se presenta solamente en los libros de texto de octavo año de Educación Primaria y en el primer año de Educación Secundaria, es el relacionado con la percepción de la variabilidad, aun cuando este concepto es una noción cardinal en estadística, debido que es esencial para su existencia (Watson et al., 2003).

> ¿Qué gráfico es el más adecuado para representar los datos de la tabla? Justifica tu elección. (TEP8-2016, p.355)

De manera similar, dada una tabla de distribución de frecuencia asociada a la variable cuantitativa discreta (cantidad de celulares), se solicita al estudiantado dar respuesta a la interrogante:

> ¿Qué gráfico permitiría visualizar la distribución de los datos? (TES1-2016, p. 249)

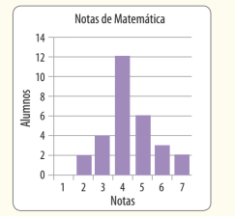
Estas interpelaciones invitan a los estudiantes a tomar decisiones, al transitar desde el sistema real al sistema estadístico, lo que corresponde a una de las fases del proceso de transnumeración (Shaughnessy & Pfannkuch, 2002). Etapa que permite transformar los datos en representaciones, dotarlos de sentido (Lee et al., 2014), para dar respuesta a situaciones problema.

No obstante, las preguntas se centran esencialmente en actividades procedimentales, ratificando lo mencionado por Estrella (2017), acerca de que la enseñanza de la estadística es aritmetizada. Escenario que eventualmente, desde la mirada de los autores de este artículo, no permitiría un cambio paradigmático en la enseñanza de la estadística, de manera que el estudiantado adquiera una alfabetización y pensamiento estadístico. Por otro lado, llama la atención acerca de la dualidad en la representación de variables cuantitativas continuas y discretas en relación al proceso de transnumeración, atendiendo que en los libros de texto de Educación Primaria el histograma presenta dos estructuras, en primer lugar, como gráficos de barras simples y, en segundo lugar, como un gráfico de barras agrupadas indistintamente la naturaleza de la variable (cuantitativa discreta o cuantitativa continua). Ejemplo de ello se muestra en la Figura 3, donde se observa que, en el Ejemplo 1 y 2 la variable de interés es cuantitativa discreta, cuyos datos se representan con un rectángulo con amplitud. Lo que podría inducir a los lectores a suponer que hay más de un dato.

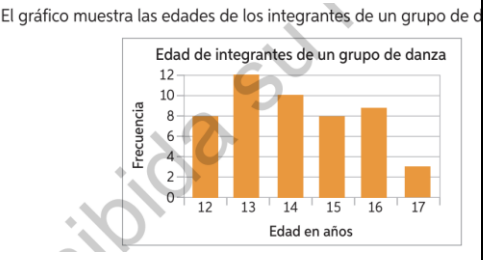
Figura 3

Ejemplos de la presencia de histogramas asociados a variables cuantitativas discretas

Ejemplo 1:TE7-2016 (p.314)



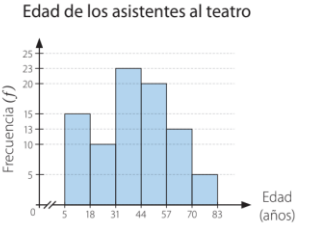
Ejemplo 2:TE7-2023 (p.200)



Ejemplo 3:TE8-2016 (p.293)



Ejemplo 4:TE8-2023 (p.180)



Por otro lado, a nivel de octavo año de Educación Primaria, a pesar de que la variable tiempo (en segundos) es de naturaleza cuantitativa continua y la edad (años) es de naturaleza cuantitativa discreta (Ejemplo 3 y 4), la gráfica presenta la forma de un histograma de acuerdo con la definición dada por Triola (2006). Por otro lado, en el Ejemplo 2 (TEP7-2023) y 4 (TEP8-2023) para el mismo tipo de variable se muestran dos tipos de representaciones gráficas, lo que podría generar ambigüedades semióticas en el estudiantado. Lo que eventualmente generaría tensiones en los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta representación gráfica, debido a que, como menciona Lee y Meletiou (2003), han llevado al estudiantado a interpretar los histogramas como gráficos de barras, donde estas representan individuos y no datos agrupados.

DISCUSIÓN

El histograma es una de las representaciones gráficas más citadas en los libros de estadística, el cual permite representar datos de naturaleza

cuantitativa ya sean continuos o discretos. No obstante, en los objetivos de aprendizaje entregados por el MINEDUC en Chile no son mencionados. Sin embargo, son abordados en los libros de texto desde quinto año de Educación Primaria. Estos resultados evidencian que este recurso, en algunos casos, van más allá de lo explicado en los lineamientos ministeriales (Tabla 1).

Como se ha mencionado, una de las habilidades que debería desarrollar el estudiantado del sistema escolar es adquirir conceptos estadísticos, la cual es parte del desarrollo de la alfabetización estadística (Ben-Zvi & Garfield, 2004). Conocimiento que, como mencionan Rodríguez-Alveal et al. (2024), "permitirá comprender los mensajes que hay detrás de la información que circula en los medios de comunicación, como de los informes técnicos que entregan los organismos gubernamentales" (p. 2). En este sentido, los libros de texto analizados introducen la definición de histograma en octavo año de Educación Primaria y primer año de Educación Secundaria, aun cuando a nivel de quinto año de primaria los libros de texto presentan actividades relacionadas con este gráfico estadístico. Definiciones en las que no se evidencia una transposición didáctica, dado que son similares a los observados en textos especializados de estadística, como Triola (2006) y Devore (2008).

Por otro lado, en los libros de texto analizados se observan dos tipos de representaciones relacionadas con el histograma, uno asociado a variables cuantitativas discretas (tipo gráfico de barras simple) y otra a variables cuantitativas continuas (gráfico de barras agrupadas). No obstante, como mencionan Parks et al. (2000), ambas representaciones son consideradas como un histograma, atendiendo a que la naturaleza de la variable es cuantitativa. Esta situación es un desafío para el profesorado del sistema escolar, donde deben explicar al estudiantado que, a pesar de ser dos gráficos que visualmente son distintos, en su esencia son un histograma, atendiendo que resumen gráficamente los datos de una variable cuantitativa. Cabe mencionar, que si no son tratados de manera adecuada podría llevar a que el estudiantado realice conexiones incorrectas al momento de descodificar la información resumido en ellos, tarea que eventualmente debería ser abordada a nivel de formación inicial docente.

En relación con las actividades presentes en los libros de texto, se observa que, en general, invitan a los estudiantes a realizar una lectura literal del gráfico, sin interpretar la información contenida en el mismo. Asimismo, solicitan realizar interpretación e integración de los datos realizando operaciones con los datos. Es decir, ellas se centran en el primer y segundo nivel de la taxonomía de Curcio (1989). Lo que, desde la mirada de los autores

de este artículo, evidencia una escasa vigilancia de las editoriales y del MINEDUC en los contenidos presentes en los libros de texto, afín de que el estudiantado adquiera habilidades relacionadas con la alfabetización estadística.

Por otro lado, el estudiantado debe realizar cambios de representación, lo que técnicamente se denomina transnumeración (Wild & Pfannkuch, 1999), en el cual destaca el cálculo de frecuencias, según la tipología propuesta por Chick (2003). Además, hay escasa presencia de conceptos estadísticos en las actividades a las cuales debe dar respuesta el estudiantado. En síntesis, ellas se centran en realizar cálculos y memorizar contenidos y procedimientos. Este tipo de prácticas, desde la mirada de Lavy y Mashiach-Eizenberg (2009), serían insuficientes para afianzar una comprensión más profunda de los conceptos estadísticos.

Finalmente, el presente estudio entrega evidencias empíricas sobre cómo los libros de texto están abordando la introducción de una de las representaciones gráficas más importantes en estadística, desprendiéndose que hay tareas pendientes de abordar por el profesorado del sistema escolar. Afín de de formar ciudadanos críticos con la información gráfica con la que interactúa diariamente en los medios de comunicación.

Por otro lado, entre las limitaciones de este estudio está la cantidad de libros de texto analizados, así como el considerar solo los distribuidos por el MINEDUC. Con ello, se plantea, para futuras investigaciones, aumentar la cantidad de textos analizados, considerando aquellos a los que se accede por el comercio y de otros países.

CONCLUSIONES

En este estudio, se analizaron las actividades relacionadas con el histograma presentes en los libros de texto de Educación Primaria y Secundaria en Chile y cómo estas favorecen la adquisición de una alfabetización y un pensamiento estadístico en el estudiantado. Mediante un análisis de contenido, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Es relevante, introducir y fomentar en los libros de matemática para el sistema escolar chileno actividades que potencien la lectura e interpretación de histogramas asociados a situaciones contextualizadas.
- Profundizar teóricamente acerca de la representación por medio del histograma de datos cualitativos discretos y continuos atendiendo que dicha representación presenta desafíos a nivel de los libros de Educación Primaria chilenos.

- Generar políticas de monitoreo de los libros de texto que entrega el Ministerio de Educación chileno año a año en relación con las actividades presentes en ellos, en las relacionadas con el histograma.
- Consideramos que uno de los desafíos es que el profesorado en activo del sistema escolar reflexione, investigue y comprendan la importancia que presentan las representaciones gráficas, en particular el histograma, en el resumen de información cuantitativa.
- Introducir, actividades relacionadas con datos contextualizados para la interpretación y la lectura crítica de información de la vida diaria.

DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

Conceptualización, FRA; Escribir el manuscrito, FRA, revisión y edición del manuscrito, DDL, CGA; Metodología, FRA, DDL; Análisis, FRA, DDL, CGA; supervisión FRA, DDL, CGA.

DECLARACIÓN DE DISPONIBILIDAD DE DATOS

Los datos que respaldan los resultados de esta investigación serán puestos a disposición por el autor de correspondencia F.R.A., previa solicitud razonable.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto FONDECYT de INICIACIÓN 11220295. Financiado por la Agencia de Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID).

REFERENCIAS

Anderson, L., & Krathwohl, D. (2001). A taxonomy for learning, teaching and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. Longman

Arnold, P., & Pfannkuch, M. (2014). Describing distributions. En K. Makar, B. de Sousa, & R. Gould (Eds.), Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (pp. 1-6). International Association for Statistical Education and International Statistical Institute.

ASA. (2016). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) college report 2016. American Statistical Association.

Barcelos, R., & Hollebrands, K. (2017). An analysis of context-based similarity tasks in textbooks from Brazil and the United States. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48(8), 1166-1184. https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1315188

Ben-Zvi, D., & Amir, Y. (2005). How do primary school students begin to reason about distributions? En K. Makar (Ed.), Reasoning about distribution: A collection of research studies. Proceedings of the Fourth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking and Literacy (pp. 1-22). University of Queensland.

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi, & J. Garfield (Eds.), The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking (pp. 3-15). Kluwer. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_1

Boels, L., Bakker, A., Van Dooren, W., & Drijvers, P. (2019). Conceptual difficulties when interpreting histograms: A review. Education Research Review, 28, 100291.

Bruno., A., & Espinel, M.C. (2009). Construction and evaluation of histograms in teacher training, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 40(4), 473-493. https://doi.org/10.1080/00207390902759584

Chance, B.L. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. Journal of Statistics Education, 10(3), 1-14. https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910677

Chick, H. L. (2003). Transnumeration and the art of data representation. En L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert, & J. Mousley (Eds.), Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity. Proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 207-214). MERGA.

Curcio, F. (1989). Developing graph comprehension. NCTM.

delMas, R., Garfield, J., & Ooms, A. (2005). Using Assessment Items to Study Students' Difficulty with Reading and Interpreting Graphical Representations of Distributions. En K. Makar (Ed.), Reasoning about distribution: A collection of research studies. Proceedings of the Fourth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking and Literacy (pp. 1-17). University of Auckland.

Devore, J. (2008). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. CENGASE Learning

Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P., & Gea, M.M. (2016). Gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria: un estudio comparativo entre España y Chile. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 30(55), 713-737. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a20

Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Ed.), Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI (pp. 173-194). Universidad Central de Venezuela

García-Alonso, I. (2021). Gráficos estadísticos en libros de texto de Secundaria de Ciencias. Análisis exploratorio. En P.D. Diago, D.F. Yáñez, M.T. González-Astudillo, & D. Carrillo (Eds.), Investigación en Educación Matemática XXIV (pp. 279-286). SEIEM

Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. Journal of Statistics Education, 10(3), 1-12. https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910676

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice. Springer.

Gracin, G. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 49(7), 1003-1024. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1431849

Kaplan, J., Gabrosek, J., Curtiss, P., & Malone, C. (2014). Investigating student understanding of histograms. Journal of Statistics Education, 22(2), 1-30.

Kim, H.W., & Fukawa-Connelly, T. (2019). The Expected value of a random variable: semiotic and lexical ambiguities. The Mathematics Enthusiast, 16(1-3), 231-252. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1456

Krippendorff, K. (1997). Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica. Paidós.

Lavy, I., & Mashiach-Eizenberg, M. (2009). The interplay between spoken language and informal definitions of statistical concepts. Journal of Statistics Education, 17(1), 1-9. https://doi.org/10.1080/10691898.2009.11889502

Lee, C., Meletiou, M. (2003). Some difficulties of learning histograms in introductory statistics. En American Statisfical Association (Ed.), Proceedings of the American Statistical Association, Statistics Education Section (pp. 2326-2333). American Statisfical Association.

Lee, H.S., Kersaint, G., Harper, S.R., Driskell, S.O., Jones, D.L., Leatham, K.R., Angotti, R.L., & Adu-Gyamfi, K. (2014). Teachers' use of transnumeration in solving statistical tasks with dynamic statistical software. Statistics Education Research Journal, 13(1), 25-52.

Madden, S.R. (2011). Statistically, technologically, and contextually provocative tasks: supporting teachers' informal inferential reasoning. Mathematical Thinking and Learning, 13(1-2), 109-131. https://doi.org/10.1080/10986065.2011.539078

Mayring, P. (2000). Qualitative content analysis. Forum: Qualitative Social Research, 1(2), 20. https://doi.org/10.17169/fqs-1.2.1089

McMillan, J., & Schumacher, S. (2011). Investigación educativa. Pearson-Adisson Wesley.

MINEDUC. (2016). Desarrollo de Habilidades: Aprender a pensar matemáticamente. 7° y 8° año de Educación Básica. Unidad de Currículum y Evaluación.

Parks, H., Musser, G., Burton, R., & Siebler, W. (2000). Mathematics in Life, Society & the World. Prentice Hall.

Rodríguez-Alveal, F., Maldonado-Fuentes, A.C., & Díaz-Levicoy, D. (2024). Lexical ambiguities in statistics declared by in training and in-service teachers. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20(4), em2422. https://doi.org/10.29333/ejmste/14359

Rojas-Rojas, V., Jiménez-Alarcón, T., Núñez-Águila, A., & Díaz-Levicoy, D. (2023). Actividades sobre gráficos estadísticos en libros de texto chilenos de matemática de séptimo y octavo de Educación Básica. Revista Electrónica Diálogos Educativos, 20(40-41), 41-60.

Shaughnessy, J.M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F. Lester (Ed.), Second handbook on research on the teaching and learning of mathematics (Vol. 2, pp. 957-1009). Information Age Publishing and National Council of Teachers of Mathematics.

Shaughnessy, J.M., & Pfannkuch, M. (2002). How faithful is old faithful? Statistical thinking: A story of old variation. Mathematics Teacher, 95(4), 252-259. https://doi.org/10.5951/MT.95.4.0252

Tauber. L. (2001). La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos. [Tesis doctoral, Universidad de Granada]

Triola, M.F. (2006). Elementary Statistics. Pearson Education.

Watson, J., Kelly, B., Callingham, R., & Shaughnessy, M. (2003). The measurement of school students´ understanding of statistical variation. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34(1), 1-29. https://doi.org/10.1080/0020739021000018791

Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). International Statistical Review, 67(3), 223-265.