

MODELO M³ (Matemática-Música-Modelagem): um modelo didático alternativo ao ensino tradicional da Matemática

Yasmim Julieta Silva^a 
 Fredy Enrique González^a 

^aUniversidade Federal de Ouro Preto, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática; Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.

ABSTRACT

Context: This study is situated within the empirical, theoretical, and epistemological framework of School Mathematics Education, specifically in Elementary/Middle School (*Ensino Fundamental*). It addresses the issue of *mathophobia*, defined as a widespread attitude of rejection, tension, and fear toward mathematics that leads to low academic achievement. The guiding research question was: *How can the relationships between Mathematics and Music contribute to the learning of mathematical knowledge among elementary school students?* **Objective:** To explore and characterize the potential contributions of the articulation between Music and Mathematics, mediated by Mathematical Modeling in Mathematics Education, to foster student learning in a public school. **Justification:** The practical, affective, and social value of the study is demonstrated by offering the M³ Model as an alternative option to traditional teaching, proving that it is possible to transform students' prior negative experiences into enjoyable and motivating approaches through interdisciplinarity. **Methodology:** This is a qualitative field research developed in a public school located in the southern region of the state of Minas Gerais, Brazil. A sample of 13 eighth-grade students participated, organized into three cooperative learning groups based on their musical interests. Following the five stages of Burak's Modeling, data were compiled using audio recordings, photographs, and field diaries. The information was systematized and interpreted through the analytical strategy of the *Dialectics of Archaeological Immersion-Hermeneutic Contemplation*. **Results:** The findings indicate that the M³ Model operates with a multiplicative and proximal structure where each dimension enhances the others, enabling students to shift from passive recipients to active protagonists of their own mathematical knowledge. **General Reflections:** Globally, the transcendence of the model to overcome *mathophobia* is highlighted, reconfiguring the teacher's role as a neuro-pedagogical mediator and transforming the classroom vision into a holistic space where mathematical formality coexists with culture and student joy. **Prospects:** The study establishes a foundation for executing future research to evaluate the implementation of this didactic model in initial teacher training, or the

Autor de correspondência: Yasmim Julieta Silva.
 E-mail: yasmimjulieta2211@gmail.com

creation of specific manuals to universalize the pentadimensional relationship of the M³ Model.

Keywords: Mathophobia; Mathematics Education; Mathematical Modeling; Interdisciplinarity; Didactic Model.

MODELO M³ (Matemática-Música-Modelagem): um modelo didático alternativo ao ensino tradicional da Matemática

RESUMO

Contexto: Este estudo situa-se no âmbito empírico, teórico e epistemológico da Educação Matemática Escolar, especificamente no Ensino Fundamental. Aborda a problemática da *matofobia*, definida como uma atitude generalizada de rejeição, tensão e medo em relação à matemática, que provoca um baixo rendimento escolar. A pergunta norteadora da investigação foi: *Como as relações entre Matemática e Música podem contribuir para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos dos estudantes do Ensino Fundamental?* **Objetivo:** Explorar e caracterizar as possíveis contribuições da articulação entre a Música e a Matemática, mediada pela Modelagem na Educação Matemática, para favorecer a aprendizagem dos estudantes em uma escola pública. **Justificativa:** Demonstra-se o valor prático, afetivo e social do estudo ao oferecer o Modelo M³ como uma opção alternativa ao ensino tradicional, evidenciando que é possível transformar as experiências negativas anteriores dos estudantes em aproximações prazerosas e motivadoras por meio da interdisciplinaridade. **Metodologia:** Investigação de natureza qualitativa e de campo, desenvolvida em uma escola pública do sul do estado de Minas Gerais, Brasil. Participou uma amostra de 13 estudantes do 8º ano, organizados em três grupos de trabalho cooperativo baseados em seus interesses musicais. Seguindo as cinco etapas da Modelagem de Burak, compilou-se dados mediante gravações, fotografias e diários de campo. A informação foi sistematizada e interpretada através da estratégia analítica da *Dialética da Imersão Arqueológica-Contemplação Hermenêutica*. **Resultados:** As apreciações indicam que o Modelo M³ opera com uma estrutura multiplicativa e proximal na qual cada dimensão potencializa as demais, contribuindo que os estudantes mudem de receptores passivos para protagonistas ativos de seu próprio conhecimento matemático. **Reflexões Gerais:** Globalmente, evidencia-se a transcendência do modelo para superar a *matofobia*, reconfigurando a postura do professor como um mediador neuro-pedagógico e transformando a visão da sala de aula em um espaço holístico onde a formalidade matemática convive com a cultura e a alegria discente. **Prospectiva:** Fundamenta-se a possibilidade de executar estudos futuros que avaliem a transposição deste modelo didático na formação inicial de docentes, ou a criação de manuais específicos que universalizem a relação pentadimensional do Modelo M³.

Palavras-chave: Matofobia; Educação Matemática; Modelagem Matemática; Interdisciplinaridade; Modelo Didático.

INTRODUCTION

Esse artigo derivou-se de uma pesquisa realizada em uma escola pública de uma cidade situada no sul do estado de Minas Gerais (Brasil), tendo como participantes uma turma de estudantes de 8º ano; a motivação principal do estudo nasceu pela constatação, de parte da primeira autora do artigo, da rejeição manifestada pelos seus colegas para a Matemática. Além disso, ela é música (instrumentista de flauta transversal), e pertence a uma família de profissionais de diversos ramos, na qual quase todos são também músicos. Isso fez com ela, desde muito cedo tenha percebido as relações entre a Matemática e a Música. Esse foi o tema que ela escolheu para desenvolver seu Trabalho de Conclusão de Curso (SILVA, 2023) no qual realizou uma meta-pesquisa dos trabalhos que versam sobre Matemática e Música.

Em uma das considerações finais desse TCC, a autora expressou que *“A Matemática e a Música estabelecem o mais alto vínculo, não só teórico como educacional, e este pode ser muito explorado se feito da maneira correta”* (Silva, 2023, p. 43). Mas, *como poderia ser aproveitada a relação Matemática-Música para que os estudantes -por exemplo, os de Ensino Fundamental- deixem de rejeitar à Matemática e se aproximem dela de uma forma prazerosa?*

Essa foi a inquietação com a qual a autora chegou ao Programa de Mestrado em Educação Matemática da UFOP, onde, entre as primeiras disciplinas a serem cursadas foi a nomeada Modelagem em Educação Matemática, ministrada pelo próprio criador dessa perspectiva do Ensino da Matemática, o Professor Doutor Dionísio Burak. Foi assim como apareceu o terceiro dos três M's: o de Modelagem que, ao se articular com os de Matemática e Música, fez possível pensar em uma estratégia para ensinar Matemática que aproveitasse as interações e a mútua potencialidade da relação da MATEMÁTICA com a MÚSICA e a MODELAGEM, que deu origem ao Modelo M³, concebido como uma opção para superar a matofobia (Fernandes; Santos; Vasconcelos; Gonzaga, 2024,) que é observada nos alunos do Ensino Fundamental e, também, em outros níveis educacionais (Felicetti e Giraffa, 2008; Ferreira et. al., 2023).

A *matofobia* (em inglês *Mathophobia*, termo introduzido por Mihalko (1978 apud WOOD, 1988)) é um dos inibidores da aprendizagem da Matemática, basicamente consiste em uma atitude de rejeição à Matemática e tudo que é relacionado com essa disciplina. Tal atitude é uma das responsáveis

pelo baixo desempenho que têm os estudantes na escola e é caracterizada principalmente por um medo, muitas vezes inexplicável, à Matemática. Jacobini (2004) concebe-a da maneira exposta a seguir.

[...] a denominada matofobia, relaciona-se com a ansiedade matemática e ocorre, principalmente, por causa de experiências negativas anteriores com a aprendizagem de matemática, e que foram vivenciadas pelos estudantes [...] e por ansiedades e sentimentos de tensão e medo presentes na maioria dos estudantes, provenientes da manipulação de números e resolução de problemas matemáticos, existentes não só nos meios acadêmicos como na vida como um todo [...] (Jacobini, 2004, p. 48)

Conforme pode ser inferido pela afirmação de Jacobini (2004), o medo associado com a matofobia pode ser gerado por uma série de experiências vividas (Van Manen, 2003) pelos estudantes, como, fracassos em avaliações, ansiedade de desempenho, falta de suporte, comparações e pressões, métodos de ensino inadequados, entre outros.

É importante saber que essa atitude de rejeito deve e pode ser mudada. Como conseguir isso tem sido motivo de pesquisas, uma delas é a de Núñez García (2017) que acredita que o jogo poderia operar como uma estratégia para superar a matofobia e propiciar o interesse pela aprendizagem da matemática, ele implementa uma série de jogos voltados para diferentes conteúdos para mostrar que aprender matemática pode ser uma tarefa divertida.

Outras pesquisas estudam a importância de se motivar os estudantes, de despertar sua curiosidade, Torres (2021) diz que atividades em grupo, o uso da tecnologia em sala de aula, tarefas vinculadas ao cotidiano do aluno, projetos didáticos como prática de ensino, poderão prender sua atenção, despertando assim a sua curiosidade. Com isso, o interesse dos estudantes pela Matemática pode aumentar, ajudando a superar sua rejeição.

Essas e outras estratégias podem ser implementadas no ensino e aprendizagem da Matemática propiciando um clima de aula que não dê lugar ao aparecimento de emoções negativas, como o medo.

Tendo em vista este cenário, a ideia foi utilizar a Modelagem em Educação Matemática (Burak, 1992) que, inserida em sala de aula, foi utilizada como estratégia para auxiliar os estudantes. Sua implementação decorre de uma série de passos que modificam a forma tradicional de se ministrar a aula,

trazendo os estudantes para o centro do processo de aprendizagem e utilizando seus interesses para ensinar conteúdos matemáticos.

Levando em consideração os aspectos acima citados, esta pesquisa se delimitou com a seguinte questão norteadora: *Como as relações entre Matemática e Música podem contribuir para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos dos estudantes do Ensino Fundamental?*

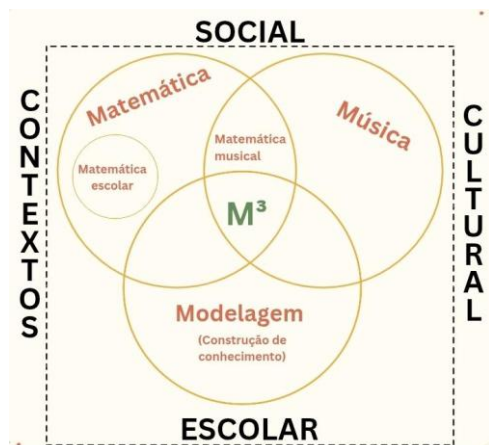
Onde, a partir dela, se estabeleceu o objetivo da pesquisa: Explorar possíveis contribuições da articulação entre a Música e a Matemática, mediada pela Modelagem na Educação Matemática, para a aprendizagem dos estudantes no Ensino Fundamental de uma escola pública no sul de Minas Gerais.

REPERTÓRIO DE COORDENADAS TEÓRICO-CONCEITUAIS DE REFERÊNCIA

Nesta seção é apresentado o Repertório de Coordenadas Teórico-Conceituais de Referências (RC T-CR) (González, 2017); sua explicitação é um indicativo de que o (a) pesquisador constrói um posicionamento teórico e conceitual apropriado para seu trabalho específico, assim sendo, aqui, foram considerados os contextos social, cultural e escolar, como é mostrado na Figura 1.

Figura 1

Contextos associados com a construção do Modelo M^3



Para articular esses três contextos, será exposta uma síntese sobre a Matemática Escolar, a Matemática propriamente da e para a escola, mais precisamente do Ensino Fundamental, por ser o nível determinado para esta

pesquisa, as relações entre Matemática e Música, a escolha de se utilizar a Modelagem e a integração Matemática-Música-Modelagem.

Segundo David, Moreira e Tomaz (2013) a Matemática Escolar pode ser vista

[...] como um conjunto de práticas e saberes associados ao desenvolvimento do processo de educação escolar em Matemática (que não se restringem ao que se ensina aos alunos na escola, porque inclui também, por exemplo, os saberes profissionais vinculados ao trabalho docente nesse processo. (David; Moreira; Tomaz, 2013, p.45)

A Matemática Escolar configura-se como um campo amplo que transcende a concepção de que se deve apenas transportar para a escola uma Matemática acadêmica adaptada aos estudantes. Ela é construída na escola, pela escola e para a escola, considerando seus contextos físicos, sociais e culturais. Não deve ser compreendida unicamente como uma disciplina composta por conteúdos a serem transmitidos, mas como uma construção elaborada em articulação com a prática docente e com a cultura escolar que a sustenta.

A partir das práticas e saberes construídos no contexto da Matemática Escolar, torna-se possível estabelecer relações com outras áreas do conhecimento, contribuindo significativamente para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Essa proposta se fundamenta em uma abordagem interdisciplinar, compreendida, segundo Fazenda (1994), como “antes de tudo uma postura de respeito mútuo, de troca, de escuta e de reconhecimento da importância do outro saber” (Fazenda, 1994, p. 17). Para a autora, a interdisciplinaridade vai além da simples junção de disciplinas: trata-se de uma atitude dialógica, de troca e de construção coletiva do saber. É nesse espírito que se propõe, neste trabalho, o uso da Música como recurso para fomentar essa construção integrada do conhecimento matemático.

Para construir conhecimentos que articulem as duas áreas, é fundamental adotar um processo adequado no contexto das aulas de Matemática. Neste trabalho, optou-se pela Modelagem na Educação Matemática como abordagem pedagógica, pois ela permite integrar os conteúdos de maneira mais fluida e significativa. Como destaca Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática oferece a oportunidade de integrar conhecimentos de diferentes disciplinas, favorecendo uma aprendizagem significativa. Essa abordagem evidencia as potencialidades de cada área

envolvida e contribui para o engajamento dos estudantes, ao propor uma prática que rompe com a lógica tradicional¹ do ensino. Na sequência, será realizada uma abordagem mais detalhada acerca da Modelagem.

A Modelagem na Educação Matemática

A Modelagem na Educação Matemática surgiu quando educadores matemáticos se preocupavam com a visão do mundo sobre a Matemática. Uma Matemática com características imutáveis e inflexíveis e que passava por uma crise enquanto ensino-aprendizagem. Burak (1987) ressaltava que

As duas últimas décadas têm mostrado que o ensino de modo geral e, mais particularmente, o ensino de Matemática, está atravessando uma de suas crises mais sérias com relação ao binômio ensino-aprendizagem. A crise no ensino de Matemática tem reflexos em todos os níveis de ensino seja 1º, 2º ou 3º graus (Burak, 1987, p.12)

Na tentativa de mudar a situação começaram a investigar e desenvolver abordagens pedagógicas que pudessem mostrar a Matemática de uma maneira mais crítica, reflexiva e que atraísse os estudantes.

Inicialmente desenvolvida em países estrangeiros, a Modelagem foi trazida ao Brasil por volta de 1960 e 1970, quando matemáticos brasileiros participavam de congressos internacionais e entraram em contato com essa nova perspectiva de pesquisas e investigação.

Entre os primeiros precursores brasileiros desta Modelagem estão

[...] Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D'Ambrosio, Rodney Carlos Bassanezi, João Frederico Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela Modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil (Biembengut, 2009b, p. 1).

Burak (2008) reafirma a fala de Biembengut e relata que

A introdução da Modelagem Matemática no Brasil deve-se a um grupo de docentes, especialmente, a Ubiratan D'Ambrosio

¹ Entende-se, aqui, como tradicional o ensino teórico, pautado na memorização e repetição do conteúdo, onde o estudante assume uma postura passiva.

e Rodney Carlos Bassanezi, ambos do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação da Universidade Estadual de Campinas (IMECC/UNICAMP) que difundiram inicialmente sob forma de curso de especialização para docentes, essa alternativa de ensino de Matemática. Em 1983, na Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava-PR (FAFIG), atual Universidade Estadual Centro-Oeste (UNICENTRO) começou a difusão dessa alternativa para o ensino de Matemática, com cursos de especialização para professores de Matemática. A forma de trabalho procurava romper com a forma usual de se ensinar Matemática, conteúdo teórico e exercícios de aplicação. (Burak, 2008, p. 2).

Biembengut (2009) ressalta que “graças a esses precursores, discussões desde como se faz um modelo matemático e como se ensina Matemática ao mesmo tempo permitiram emergir a linha de pesquisa de Modelagem na Educação Matemática no ensino brasileiro” (Biembengut, 2009, p.2).

Os trabalhos desenvolvidos ainda não recebiam a denominação de "Modelagem Matemática" como sim é conhecido hoje, mas já apresentavam as características necessárias para defini-los como tal.

[...] Nesse período, os trabalhos buscavam desenvolver uma estratégia de ensino que utilizasse modelos matemáticos como motivação para o estudo de Matemática, os quais eram realizados pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC/RJ), isso feito pelo professor Aristides Camargo Barreto. (Fiorentini, 1996, n.p.).

Com os resultados positivos das primeiras pesquisas, a Modelagem foi sendo utilizada em projetos realizados em escolas, faculdades e outros ambientes para se desenvolver dissertações, teses, artigos e outros materiais que posteriormente seriam publicados e aumentariam, ainda mais, a visibilidade desta nova abordagem. Com isso, ela- a Modelagem-, foi se consolidando e ganhando espaço dentro da Educação Matemática.

A Modelagem ocupou um espaço grandioso e importante no Brasil, possuindo um grupo de trabalho (GT) apenas seu na Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) denominado [GT- N° 10] Modelagem Matemática. Segundo a SBEM,

A missão do GT10 é favorecer o debate e a colaboração dos pesquisadores brasileiros que realizam investigações sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, contribuindo com desenvolvimento desta frente de pesquisa no país.

Os focos de investigação do GT10 versam sobre a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática nos diferentes níveis e modalidades de ensino, com interseções com outras tendências em Educação Matemática, como Tecnologias da Informação e Comunicação, Etnomatemática, Formação de Professores, dentre outras. (SBEM, 2012)

Hoje, assim como quando foi criada, a Modelagem Matemática possui grandes nomes que a representam, a defendem e a utilizam, dentre eles estão Jonei Cerqueira Barbosa, Maria Salett Biembengut, Ademir Donizeti Caldeira e Dionísio Burak. Cada um a desenvolveu de uma maneira distinta, de acordo com suas pesquisas, valores e crenças.

Abaixo, no Quadro 1, se expõe uma síntese sobre as concepções acerca da Modelagem dos autores acima citados.

Quadro 1

Concepção sobre a Modelagem subscritas por diversos autores

Pesquisador	Jonei Cerqueira Barbosa	Maria Salett Biembengut	Ademir Donizeti Caldeira	Dionísio Burak
Crítérios				
DEFINIÇÃO	Um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.	Espaço de investigação de um problema, para matematizá-lo e transformá-lo em um modelo.	Uma metodologia dinâmica e investigativa, que se desenvolve a partir da criticidade.	A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo o objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar matematicament e os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões

PAPEL DA MODELAGEM	Desenvolver habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática.	Um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente	Como um dos possíveis caminhos de uma nova forma de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar as relações dos conhecimentos matemáticos e a sociedade mais participativa e democrática.	Carrega consigo a concepção de uma Matemática não restrita ao seu próprio contexto, mas capaz de relacionar o que é aprendido dentro e fora da escola: uma Matemática construída na interação do homem com o mundo, uma Matemática com história
ETAPAS	Não	Sim, 1) interação; 2) matematização; 3) Modelo Matemático.	Não	Sim, 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) solução do(s) problema(s) e o desenvolvimento de conteúdos e da Matemática relacionada ao tema; 5) Análise crítica das soluções.
NECESSIDADE DE MODELO	Não considera necessário	Sim, etapa fundamental de sua concepção	Não	Não, mas não descarta sua construção caso surja.

A escolha

Considerando as informações acima, neste trabalho, se utilizou da Modelagem desenvolvida por Dionísio Burak, uma vez que os autores se identificam com seus pressupostos teóricos e metodológicos, considerando que essa perspectiva oferece subsídios coerentes com os objetivos da pesquisa e com a forma como compreende o processo de ensino e aprendizagem. Ademais,

fez a articulação entre a Matemática, a Música e a Modelagem, constituindo o que se nomeia, aqui, M³. A Matemática como saber a ser constituído, a Música como ferramenta para auxiliar na compreensão desse saber, partindo de um interesse pessoal da primeira autora desse artigo, e a Modelagem como processo para a implementação e construção dos conhecimentos.

METODOLOGIA

O campo

O primeiro passo consistiu em fazer a escolha da escola onde a pesquisa ocorreria e qual turma desta escola seriam os participantes. Foi escolhida, então, uma escola pública estadual em uma cidade do sul de Minas Gerais. A escola atende turmas dos anos finais do Ensino Fundamental (6º a 9º ano) na parte da tarde, e do ensino médio (1º a 3º anos do Ensino Médio) na parte da manhã, com uma turma de primeiro colegial na parte da tarde. São aceitos, na escola, estudantes residentes na cidade onde a escola se localiza, estudantes dos bairros pertencentes a cidade e estudantes da cidade vizinha, se ainda restarem vagas disponíveis. A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), sob o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) nº 85714725.2.0000.5150, atendendo às normas éticas vigentes para pesquisas envolvendo seres humanos.

Este local foi escolhido, primeiramente, por ser localizado em uma cidade onde muitos dos estudantes possuem uma ligação com a Música devido a banda local e, também, pelo afeto que a pesquisadora cultivava por ter sido seu local de estudos durante a vida escolar e depois durante o estágio na graduação. Ademais, a determinação deste local se deu pela maior facilidade de acesso. Vale ressaltar, que não é necessário que os estudantes tenham vínculo com a Música para participar da pesquisa, mas esta se constitui como uma característica do campo.

Participaram desta pesquisa uma turma regular de 13 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, da escola acima citada. A escolha da turma foi feita inicialmente pela delimitação do Ensino Fundamental. Em seguida foram consideradas as turmas e verificado que o 9º e o 6º ano estariam passando por processos de transição escolar, e não se teria o tempo necessário para a realização do estudo, então, entre o 7º e 8º anos, e optou-se pelo 8º pelo nível dos conteúdos estarem um pouco mais avançados.

A pesquisa em campo teve como fio condutor a dinâmica contemplada na Modelagem de Dionísio Burak (2004).

Para realização da prática com Modelagem foram consideradas suas 5 etapas²:

Etapa 1: Escolha do tema:

Nesta primeira etapa o tema a ser trabalhado durante o desenvolvimento dos encontros foi escolhido pelos estudantes, a opinião deles é sempre levada em conta, e o tema parte de seus interesses. Para poder utilizar a Música, foi sugerido como tema a ser trabalhado, e dentro da área de Música, os grupos escolheram o subtema que queriam pesquisar. A turma foi dividida em três grupos, e suas escolhas de tema foram: sertanejo, pagode e Zezé di Camargo e Luciano.

Etapa 2: pesquisa exploratória:

Aqui aconteceu o levantamento de dados de acordo com os temas, os estudantes realizaram pesquisas para buscar informações sobre o que seria trabalhado. Os estudantes utilizaram a sala de computadores da escola para realizarem suas pesquisas sobre o tema e elaborarem suas apresentações.

Etapa 3: Levantamento do(s) problema(s):

A partir dos dados coletados, foram realizadas apresentações e levantados problemas/questões encontradas pelos grupos de estudantes a serem resolvidas. Os problemas levados por eles foram: “Será que o pagode pode ser representado por uma fração?”, “Como a música sonho de amor pode ser resolvida por equação?” e “Cornélio Pires gravou a música em 1929, quantos anos se passaram dessa gravação até agora?”

Etapa 4: Solução(ões) do(s) problema(s) e o desenvolvimento de conteúdos e da Matemática relacionada ao tema:

Nesta etapa os conteúdos matemáticos são utilizados para resolver os problemas enunciados. Anteriormente a este encontro foram elaboradas, pela pesquisadora, possíveis soluções para cada um dos problemas, para que posteriormente, no encontro, fossem resolvidas pelos estudantes.

Etapa 5: Análise crítica das soluções:

² O Todo do trabalho desenvolvido em campo está exposto com detalhes na dissertação a qual este artigo se refere (Silva, 2026).

Debates e discussões acerca dos resultados são feitas para concretizar a aprendizagem, na pesquisa em questão, foi elaborado uma roda de conversa com perguntas a serem feitas para os estudantes, para que os mesmos pudessem expor suas opiniões.

A análise da informação coletada

Após realizado o campo, as informações coletadas foram inferidas mediante a ação da estratégia analítica nomeada Dialética da Imersão Arqueológica-Contemplação Hermenêutica (González e Villegas, 2009, p.103), a que permitiu a organização da informação em quadros.

A estratégia aplicada na organização e análise da informação permitiu explicitar a dinâmica epistemológica do Modelo M^3 representada na Figura 2.

Figura 2

Dinâmica Epistemológica do Modelo M^3



Epistemologicamente, o Modelo M^3 opera como uma estratégia didática na qual são geradas interações múltiplas, mediadas pela Professora-Pesquisadora, entre a Matemática, a Música e a Modelagem. Tais interações

vão se desenvolvendo na medida que são acionadas as cinco diferentes etapas da Modelagem na Educação Matemática proposta por Burak.

A estratégia desenvolvida para a análise da informação permitiu fazer uma reconstrução retrospectiva da cronogênese do processo de ensino e aprendizagem, ministrado pela Professora-Pesquisadora, quem gerou suas mediações didáticas articulando a Matemática e a Música.

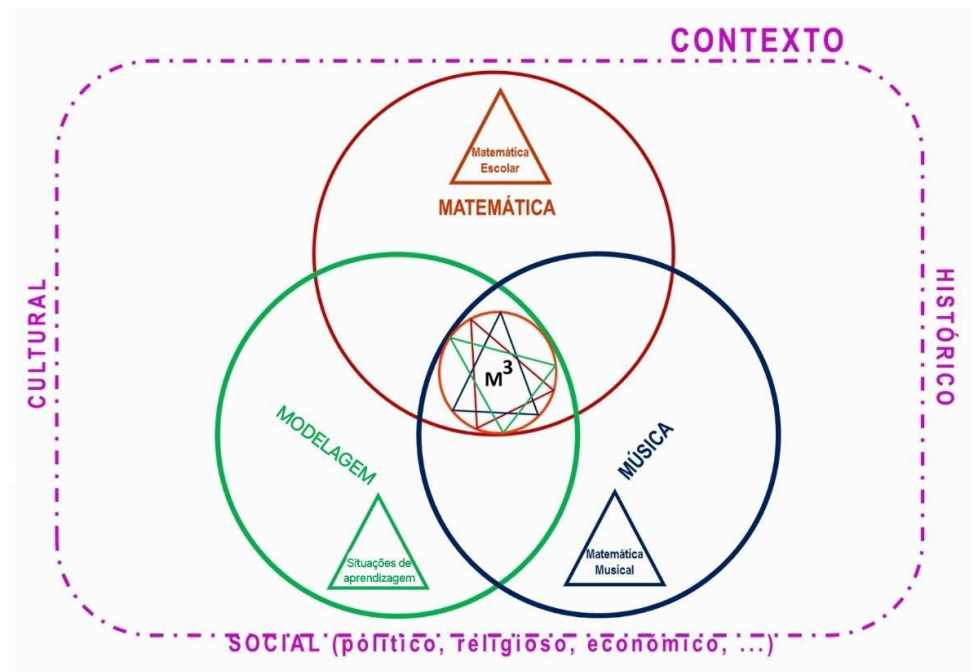
O MODELO M3: O QUE É E QUAIS SÃO SUAS DIMENSÕES FILOSÓFICAS

Uma caracterização do Modelo M³

Mais do que uma expressão literária, ou uma simbologia, M³ indica um aspecto epistemológico da pesquisa, onde cada M, que representam as iniciais das três áreas aqui trabalhadas (Matemática, Música e Modelagem), potencializa os outros dois (Figura 3).

Figura 3

Imagem ilustrativa do Modelo M³



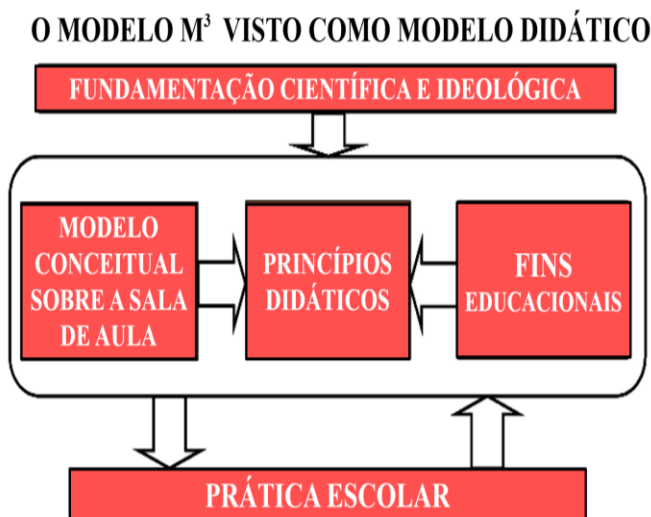
O Modelo M^3 é concebido como um modelo didático que, na perspectiva de González (2010), pode ser definido como:

[...] uma construção teórico-formal que, baseada em pressupostos científicos e ideológicos, pretende interpretar a realidade escolar e orientá-la para determinados fins e, além disso, permite oferecer respostas plausíveis às seguintes perguntas: Como é conceituada a sala de aula? Quais são os fins educacionais para os quais se orienta o trabalho didático? e, sobre quais princípios didáticos se sustenta a prática escolar? (González, 2010, p. 51). (Tradução nossa)

Figura 4

Componentes de um Modelo Didático

Fonte: González (2010, p. 51).



Para uma melhor compreensão, tem-se um exemplo: O M Música potencializa a Matemática e a Modelagem, pois é por meio de seu tema que ocorre o trabalho de Modelagem na disciplina. E assim, também ocorre com os outros Ms.

O M Modelagem potencializa a utilização da Música na Matemática tornando a integração das duas áreas mais significativa e fluida. E o M Matemática potencializa e torna possível o trabalho de Música e Modelagem

juntos, quando os problemas musicais são resolvidos matematicamente na abordagem da Modelagem.

Dessa forma, cada **M** é uma dimensão (e não um componente) do modelo que possui estrutura multiplicativa e não aditiva, de modo que as situações multiplicativas envolvem quantidades em relação constante entre si e possuem correspondência de “um para muitos” e não apenas “um para um” como ocorre na estrutura aditiva.

Na caracterização do Modelo **M³**, é considerada a perspectiva pentadimensional (González, 2005, 2008). Esta proposta traz as cinco dimensões filosóficas da Educação Matemática, que são: ontológica, epistemológica, axiológica, teleológica e metodológica.

DISCUSSÃO: Onde as cinco dimensões se encontram

A proposta pentadimensional de González baseia todo o trabalho desenvolvido na pesquisa realizada, da construção a análise das informações estão presentes seus aspectos.

Dimensões pré análise das informações

O modelo **M³** é uma integração de três campos de conhecimento: Matemática, Música e Modelagem; observe que a inicial dessas três palavras é **M**, daí a identificação do Modelo. A música é parte do interesse pessoal da pesquisadora, a partir de suas vivências e de sua família, composta por músicos e profissionais que trabalham com matemática. Ela, a música, que possui forte ligação com a matemática, como já explicitado por Pitágoras, por exemplo, com o monocórdio (ABDOUNUR, 2002) foi utilizada na tentativa de auxiliar a aprendizagem da matemática. Já a Modelagem agiu como uma abordagem para se trabalhar, em sala de aula, com as outras duas áreas, sendo escolhida para tal pesquisa a perspectiva de Modelagem de Burak (1992).

A pergunta sobre o que é o Modelo **M³**? é de natureza ontológica, pois está diretamente relacionada ao ser do assunto que está sendo exposto. Esta dimensão leva em conta as experiências humanas e vivências. Segundo González (2020) a ontologia indica o aspecto da realidade em que o pesquisador tem interesse (por exemplo, ações, expressões e sentimentos das pessoas; expressão, na vida individual de uma pessoa, de uma história social coletiva; significado atribuído às suas ações pelos protagonistas de uma situação social específica; significado subjetivo da ação social; estilo de vida de um grupo de pessoas; vida cotidiana em uma comunidade; experiências socio-simbólicas de uma estrutura social etc.) (González, 2020, p. 158)

O Modelo M³ foi construído a partir de um trabalho em campo com estudantes do 8º ano do ensino fundamental, onde foram utilizadas as cinco etapas da Modelagem propostas por Burak (1992) para a integração da Música e da Matemática. Após a coleta dos dados (realizadas através de registros de áudio, vídeos e imagens fotográficas; anotações em um Diário de Campo; anotações dos estudantes em cadernos escolares e quaisquer outras informações geradas por eles, oral ou escrita, que permitam captar de modo mais holístico possível, tudo o que aconteça durante o trabalho de campo) foram feitas as análises destes. Todos esses passos e escolhas se referem à dimensão metodológica do modelo.

Dimensões na análise das informações: as potencialidades do Modelo

A seguir, são expostos aspectos positivos que emergiram durante a realização do campo.

O Interesse dos Estudantes e uma nova postura: de Receptores passivos para Protagonistas Ativos.

De acordo com Burak (2019), “O fato de o grupo compartilhar o processo de ensino, escolher o que quer estudar, ter oportunidade de se manifestar, de discutir e propor proporciona maior interesse de cada pessoa dos grupos envolvidos.” (p. 105). Nesta pesquisa, o interesse dos estudantes esteve presente em todas as etapas da Modelagem na Educação Matemática.

Na *primeira etapa*, com a curiosidade do que seria feito e a possibilidade de poderem escolher com o que trabalhariam dentro da área de Música, gerou interesse para que eles buscassem por temas, conversassem sobre eles para decidirem qual seria o assunto escolhido.

Já na *pesquisa exploratória*, a ação de realizarem suas próprias pesquisas e terem que planejar e elaborar suas apresentações, os mantiveram interessados em buscar as informações, encontrar respostas, e conhecer mais sobre o tema escolhido.

No momento do *levantamento dos problemas*, assim como nas outras etapas, o interesse se manteve presente ao conhecer o tema dos grupos dos colegas, de poder partilhar com todos o que haviam preparado e conhecer mais sobre Música. Como os problemas foram levantados por eles, o interesse em saber se e como poderiam ser resolvidos esteve presente a todo momento; em todos os problemas buscaram maneiras de encontrar a solução, discutiram com

os colegas formas de se resolver, se ajudaram, superaram as dificuldades, sempre interessados em descobrir a solução de seus problemas.

A roda de conversa, na etapa de *análise crítica das soluções*, também manteve o interesse dos estudantes, pois, naquele momento, eles puderam expor suas opiniões, compartilhar pensamentos, e ouvir e refletir sobre as falas dos colegas.

O protagonismo envolvido em todas as etapas da Modelagem na Educação Matemática corrobora para que se sustente o interesse dos estudantes, ao verem que todo o processo de aprendizagem está voltado para eles, seus interesses e ações.

Uma das expectativas que gera a aplicação da MEM, é dar aos estudantes um protagonismo maior na construção de sua própria aprendizagem, isso porque na MEM, o ensino é mais dinâmico,

[...] é mais vivo e, em consequência, mais significativo para cada estudante e, por isso, contribui para tornar mais intensa e mais eficiente a construção do conhecimento de determinado conteúdo por parte de cada participante, do próprio grupo e do professor, com fundamento no conhecimento individual incrementando o relacionamento interpessoal e interdisciplinar. (Burak, 2019, p. 105)

Durante a prática, a dinâmica de sala de aula é totalmente alterada, a professora não se localiza mais a frente da turma e os estudantes não ficam mais enfileirados apenas ouvindo e anotando o que a professora tem a dizer. Na MEM, e nesta pesquisa, a pesquisadora, que assumia o papel de professora durante as etapas, apenas sugeria e conduzia o que seria feito, as decisões -sobre escolha de grupos, a escolha dos temas, a maneira de pesquisar, a organização e montagem das apresentações, a construção dos problemas, a escolha de qual dos problemas se resolveria primeiro, as discussões para se decidir como superariam dificuldades encontradas, por exemplo- e as ações, derivadas dessas decisões, eram todas realizadas pelos próprios estudantes, enquanto a pesquisadora apenas mediava, auxiliava-os quando era solicitada, também pelos próprios estudantes, e conduzia as etapas já que eram novidade para os estudantes.

As etapas possuem características distintas e demandam que os estudantes realizem movimentos diferentes em cada uma delas, excluindo a maneira rotineira que costuma se dar as aulas de Matemática, e assim, atraindo os estudantes.

Nesta proposta, o principal interesse é em valorizar os estudantes, respeitar suas opiniões, dialogar com seus questionamentos e considerar seus interesses. A Modelagem proposta por Burak, que se configura como a melhor opção para este modelo pois se preocupa com estas questões, Burak (2004) diz que “o trabalho com a Modelagem se origina do seguinte princípio – o interesse do grupo ou dos grupos” (Burak, 2004, p. 2).

Para a aprendizagem, o procedimento gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos, parece resultar em ganho, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, aquilo que para eles apresenta significado, por isso tornam-se corresponsáveis pela aprendizagem. (Burak, 2004, p.2)

A dimensão axiológica faz referência a estes valores morais, éticos, estéticos e espirituais. Na educação, esta dimensão se preocupa em considerar estes valores que humanizam os estudantes.

Mudanças de atitudes sobre a Matemática

Uma das motivações principais dessa pesquisa foi contribuir à superação da Matofobia e o rejeito da Matemática presente em muitos estudantes. A pesquisa realizada permite fazer a conjectura de que o uso da MEM poderia contribuir à superação desses sentimentos negativos sobre a disciplina. No caso dos estudantes que participaram desta pesquisa, observou-se que eles demonstraram sentimentos positivos.

Durante todas as etapas da Modelagem na Educação Matemática, eles ficaram curiosos, animados, se sentiram à vontade, disseram que as atividades eram “*tops*” e “*da hora*”, acharam “*lindão*” a resolução do problemas, além, de sempre registrarem em seus cadernos o quão *legal, divertido, interessante, surpreendente* estavam sendo as atividades, além de muitos outros, todos registrados nos quadros do Apêndice H. Todos esses registros mostram o quanto os estudantes gostaram e se envolveram com a prática e com essa forma diferente de abordar os conteúdos matemáticos, colaborando para uma aprendizagem mais significativa.

De acordo com González (2020, p. 167) “a dimensão teleológica da pesquisa refere-se ao seu propósito, ou seja, à intencionalidade que o pesquisador tem com seu trabalho”

Nesta pesquisa a intenção principal é auxiliar na aprendizagem matemática dos estudantes, mas, além disso, almeja-se alcançar outros propósitos referentes à educação matemática como, desenvolvimento do

raciocínio lógico e crítico; conectar a matemática com situações do cotidiano e com outras áreas do conhecimento, ajudando os estudantes a verem a relevância prática dos conceitos aprendidos; entre outros.

A MEM como opção alternativa ao ensino tradicional da Matemática

Essa pesquisa permitiu confirmar, mais uma vez, que a MEM, na perspectiva de Burak, constitui uma forma diferenciada de conceber a Educação, em geral, o ensino e a aprendizagem da Matemática, em particular, e, por fim, a adoção de uma nova postura do professor. Esse terceiro dos aspectos indicados, resulta em um dado muito relevante que supera a função rotineira dada ao professor, deixando de ser um transmissor de informação, e assumindo a função de “[...] mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento de cada estudante. É a diferença em relação ao ensino usual em que, na maioria das vezes, o professor, é o centro do processo” (Burak, 2019, p.106).

O ato de os estudantes terem escolhido o tema que trabalharam, pesquisado sobre ele, levantarem os problemas que foram resolvidos em sala de aula e resolverem juntos, enquanto a pesquisadora apenas elaborou o início de uma forma de resolver o problema, mediou as discussões e auxiliou quando necessário, modificou a forma como os estudantes construíam conhecimento, os colocando como parte do processo, e não apenas recebendo informações prontas dadas pela professora.

A epistemologia, dimensão epistemológica, é o relacionamento entre um sujeito (pessoa) e seu assunto de interesse; no caso das aulas de Matemática, a relação docente-discentes é mediada pela Matemática, o docente pretende ensinar e os discentes aspiram aprender, forma-se assim um Triângulo Pedagógico (Houssaye, 1992; Mello, 1919, p. 6). A relação entre professor e estudantes ocorre de forma proximal, os dois trabalham juntos para produção de conhecimento. O docente age como um mediador, instruindo e apoiando os estudantes na aprendizagem.

Para Beck (2016) “É importante que o educador seja flexível, que domine as ferramentas e técnicas que possam ser aplicadas em favor da atividade proposta, seja ela de forma individual ou coletiva” Ele deve estar submerso em todo o processo de aprendizagem, ensinando os estudantes a aprender. O que diz o Triângulo Pedagógico é que “ninguém está acima de ninguém, que todos estão dentro, que fazem parte do ambiente de aprendizagem. A atividade é tão importante quanto o aluno, assim como o

educador.” (Beck, 2016, n.p.). O modelo M³ foi construído com a intenção de abranger esta concepção e suas fundamentações.

CONCLUSÃO

A partir da análise das informações pode-se concluir que o Modelo M³ se mostrou satisfatório e cumpriu seu objetivo.

A integração entre a Matemática, a Música e a Modelagem poderiam contribuir motivando, gerando interesse, contextualizando os conteúdos, trazendo aplicações para eles e o que aqui se considera importantíssimo, proporcionando alegria e outros sentimentos positivos nos estudantes.

Tais sentimentos positivos, alteraram a forma com que os estudantes se posicionavam diante da Matemática, o que antes se configurava como uma disciplina “chata, difícil”, passou a ser vista por eles como “legal, divertida, interessante, surpreendente”. Essa mudança de postura e de visão contribui positivamente para a superação da Matofobia, quando os estudantes deixam de ter medo e dificuldades com a disciplina e passam a gostar de estudá-la.

Além de todo conhecimento construído e mobilizado, a pesquisa contribuiu para que os estudantes pudessem desenvolver um novo olhar sobre a Matemática, conhecendo uma nova forma de aprender e vivenciar a disciplina.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

A investigação aqui apresentada foi desenvolvida pela primeira autora, sob a orientação do segundo autor. A primeira autora desenvolveu o trabalho de campo, coleta e análise dos dados e o segundo autor realizou a revisão e orientação de todo o processo.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que sustentam o desenvolvimento empírico desta pesquisa estão armazenados junto aos pesquisadores (autora e autor), respeitando princípios éticos.

REFERÊNCIAS

- Abdounur , OJ (2002). *Matemáticas y música: pensamiento analógico en la construcción del significado* (4.^a ed.). Escrituras.
- Bassanezi, R. de S. (2002). *Modelado matemático: Un enfoque pedagógico*. Contexto.

- Beck, C. (2016). *El triángulo didáctico: vértice del conocimiento*. Andragogia Brasil. <https://andragogiabrasil.com.br/o-triangulo-didatico-vertice-do-saber/>
- Biembengut, MS (1999). *Modelado matemático e implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. FURB Press.
- Biembengut, M. S. (2009b). 30 años de modelado matemático en la educación brasileña: De las primeras propuestas a las propuestas actuales. *Alexandria: Journal of Science and Technology Education*, 2 (2), 7–32.
- Burak, D. (1987). *Modelización matemática: una metodología alternativa para la enseñanza de matemáticas en 5º grado* [tesis de maestría, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho].
- Burak, D. (1992). *Modelado matemático: Acciones e interacciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje* [Tesis doctoral, Universidad Estatal de Campinas]. Proyecto Siem.
- Burak, D. (2004). Modelado matemático y el aula. En *Actas de la 1ª Reunión de Paraná sobre Modelado en la Educación Matemática (I EPMEM)*. Londrina, PR, Brasil.
- Burak, D. (2019). Modelado matemático desde la perspectiva de la educación matemática: múltiples y complejas visiones. *Educación matemática sin fronteras*, 1 (1), 96–111.
- Burak, D., & Klüber, T. (2008). Educación matemática: Contribuciones para comprender su naturaleza. *Acta Scientiae*, 10 (2), 93–106.
- David, M., Moreira, P., & Tomaz, V. (2013). Matemáticas escolares, matemáticas académicas y matemáticas cotidianas: una red de relaciones en investigación. *Acta Scientiae*, 15 (1), 42–60.
- Fazenda, I. C. de O. (1994). *Interdisciplinariedad: Historia, teoría e investigación*. Papirus.
- Felicetti, V. L, y Giraffa, L. M. M. (2008). Fobia a las matemáticas: lamentablemente una realidad escolar. Cómo evitarla. En *Actas del XII Encuentro Brasileño de Estudiantes de Posgrado en Educación Matemática*
- Fernandes, L.B. de B., Santos, RMB dos, Vasconcelos, T. C. & Gonzaga, A. E. de S. (2024). Matofobia y una propuesta de un conjunto de

lineamientos metodológicos y evaluativos en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 16 (7), Artículo e4964. <https://doi.org/10.55905/cuadv16n7-136>

- Ferreira, W., et al. (2023). matemáticas fobia y matemáticas ansiedad: enfoques multidisciplinares para una más inclusiva y equitativa educación en Brasil. *Concilio*, 23 (17), 663–677. <https://doi.org/10.53660/CLM-2205-23Q30>
- Fiorentini, D. (1996). brasileño investigación en matemáticas Modelado. En *Actas de la 8ª Internacional Conferencia en Matemática Educación (ICME-8)* (pág. 20). Sevilla, España.
- González, F. E. (2005). Uso del enfoque de quinta dimensión. en el análisis interno de productos escritos de investigación. *Revista Educação em Questão*, 23 (9), 7–15.
- González, F. E. (2008). Señala una crítica pentadimensional de Investigación socioeducativa. *Education in Question Journal*, 32 (18).
- González, F. (2010). Un modelo de enseñanza para Formación inicial de profesores de matemáticas. *Sapiens*, 11 (1), 47–59.
- González, F. E. (2017). Repertorio de coordenadas de referencia teórico-conceptuales (RCT-CR) en tesis del primer doctorado en Educación en Venezuela. En *Actas del VIII Congreso Educación matemática iberoamericana*.
- González, F. E. (2020). Reflexiones sobre algunos conceptos de la investigación cualitativa. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 8 (17), 155–183.
- González, F. E. & Villegas, M. M. (2009). Fundamentos epistemológicos en allá Construcción de una metodología de investigación. *Actos de Investigación en Educación*, 4 (1), 89-121. <https://doi.org/10.7867/1809-0354.2009v4n1p89-121>
- Houssaye, J. (1992). *El triángulo pedagógico*. Peter Lang.
- Jacobini, O. R. (2004). *El modelado matemático como instrumento de acción política en el aula* [Tesis doctoral, Universidad Estatal de São Paulo]. Repositorio Institucional de la UNESP.
- Mello, L. A. (2019). *La teoría de la transposición didáctica de Chevallard, Izquierdo y de Mello (CHIM)*. Portal UFS.

- Núñez García, E. F. (2020). Implementación del juego como estrategia para superarlo matofobia y propiciar el interés en él aprendizaje de matemáticas. *Revista de Investigación y Evaluación Educativa*, 4 (1), 66–77. <https://doi.org/10.47554/revie2017.4.46>
- Silva, Y. J. (2023). *Metainvestigación: Un análisis de obras que tratan sobre matemáticas y música* [Tesis de licenciatura, Instituto Federal del Sur de Minas Gerais]. Portal Pergamum IFSULDEMINAS.
- Silva, Y. J. (2024). Modelo M³: Una estrategia para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria. En *Actas del IV Simposio sobre Investigación en Educación Matemática (SIMPEM)* (pp. 1–5). UFOP. https://ppgedmat.ufop.br/sites/default/files/ppgedmat/files/anais_iv_simpem_compressed_01.pdf?m=1737559797
- Silva, Y. J. (2026). *Modelo M³: Matemáticas, música y modelado en el aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria* [Tesis de maestría, Universidad Federal de Ouro Preto].
- Sociedade Brasileira de Educação Matemática. (2012). *Grupos de Trabalho: GT-Nº10 Modelado Matemático*. SBEM. <https://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-10>
- Torres, MK (2021). *Motivación de estudiantes y docentes en la enseñanza de las matemáticas* [Monografía, Universidad Federal de São João del Rei].
- Van Manen, M. (2003). *Investigación educativa y experiencia vivida: Ciencias humanas para la pedagogía humana. acción y de la Sensibilidad*. Libros de ideas.
- Wood, EF (1988). Matemáticas ansiedad y elemental Profesores: ¿Qué hace la investigación? decir nosotros? *Para el aprendizaje de Matemáticas*, 8 (1), 8–13.