

A mobilização dos processos do pensamento matemático avançado na elaboração de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das escolas públicas

Alex Cabral Barbosa^a 
 Frederico da Silva Reis^b 
 Antônio Domingos^c 

^a Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação, Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil

^b Universidade Federal de Ouro Preto, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Ouro Preto, MG, Brasil

^c Universidade Nova de Lisboa, Doutoramento em Educação, Faculdade de Ciências e Tecnologia, EDUNOVA.ISPA, Lisboa, Portugal

RESUMO

Contexto: Neste artigo, apresentamos uma investigação que objetivou identificar a mobilização dos processos do Pensamento Matemático Avançado (PMA) na elaboração de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). **Objetivo:** Identificar os processos do PMA mobilizados na elaboração de questões da OBMEP, a partir da análise de uma entrevista semiestruturada realizada com o seu Coordenador do Comitê de Provas e das questões das provas de 1ª e 2ª fases da edição 2025 da OBMEP. **Coleta e análise de dados:** Numa abordagem qualitativa de pesquisa, foi realizada uma análise dos dados coletados por meio de entrevista e, a seguir, da análise das questões das provas de 1ª e 2ª fases do Nível 3 da edição de 2025 da OBMEP. **Resultados:** A análise qualitativa da entrevista e das questões foi embasada na teoria de Tommy Dreyfus e evidenciou a mobilização de processos envolvidos na representação, tais como a visualização, a mudança de representações e tradução entre elas e a modelação, bem como de processos envolvidos na abstração, tais como a sintetização, a generalização e a rigorização. **Conclusões:** Apontam para a potencialização do desenvolvimento do PMA a partir das questões da OBMEP, especialmente, pela possibilidade de mobilização dos processos envolvidos na representação e na abstração de uma forma diferenciada da grande maioria das questões de Matemática elaboradas no contexto do Ensino Médio.

Palavras-chave: Pensamento Matemático Avançado; Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas; Educação Matemática.

Corresponding Author: Alex Cabral Barbosa. Email: alex.barbosa@iff.edu.br

The mobilization of advanced mathematical thinking processes in the development of questions for the Brazilian Mathematics Olympiad for public schools

ABSTRACT

Background: In this article, we present an investigation into the mobilization of Advanced Mathematical Thinking (AMT) processes in designing questions for the Brazilian Public School Mathematics Olympiad (OBMEP). **Objective:** To identify the AMT processes mobilized in creating OBMEP questions, based on an analysis of a semi-structured interview with the Exam Committee Coordinator and an analysis of the questions from the first and second rounds of the 2025 OBMEP. **Data collection and analysis:** Using a qualitative research approach, we analysed data collected via the interview, followed by an analysis of the Level 3 questions from the first and second rounds of the 2025 OBMEP. **Results:** The qualitative analysis of the interview and the questions was grounded in Tommy Dreyfus's theory; it revealed the mobilization of processes involved in representation—such as visualization, change of representations and translation between them, and modelling—as well as processes involved in abstraction, such as synthesis, generalization and rigorization. **Conclusions:** The findings indicate that OBMEP questions can foster the development of AMT, particularly by mobilizing processes of representation and abstraction in a manner distinct from most Mathematics questions designed for the high school context.

Keywords: Advanced Mathematical Thinking; Brazilian Public School Mathematics Olympiad; Mathematics Education

INTRODUÇÃO

É no ambiente escolar que o pensamento científico é estruturado e formalizado: a observação sistemática, a formulação de hipóteses, a experimentação controlada, a análise crítica de dados e a construção de modelos teóricos são processos intrínsecos a esse pensamento. O pensamento científico pode ser dividido, em termos de complexidade, em elementar e avançado.

Uma das linhas de investigação da Educação Matemática que tem ganhado destaque nos estudos voltados para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior, é o Pensamento Matemático Avançado, tradução do termo em inglês *Advanced Mathematical Thinking*.

Na década de 1980, durante o evento *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, no Reino Unido, foi constituído o grupo chamado *Advanced Mathematical Thinking Group*, quando alguns pesquisadores pautaram a necessidade de se pesquisar as dinâmicas de ensino e de aprendizagem da Matemática na fase adulta. Naquela oportunidade, os

pesquisadores introduziram o conceito de Pensamento Matemático Avançado (PMA), em certo “contraste” ao conceito do Pensamento Matemático Elementar (PME). O aspecto fundamental que distingue esses dois tipos de pensamento matemático é que o avançado se detém nas abstrações de conceitos matemáticos (Tall, 1995; Dreyfus, 2002).

A partir de então, vários teóricos desenvolveram pesquisas as quais objetivam conceituar o PMA (Tall e Vinner, 1981; Gray e Tall, 1994). Uma revisão bibliográfica detalhada (Torrente e Reis, 2023b) indica que Tommy Dreyfus e David Tall são os pesquisadores mais prolíficos nesse tema. Segundo Dreyfus (2002, p. 26): “Não há distinção nítida entre muitos dos processos básicos e avançados do pensamento matemático, mas a Matemática avançada é mais centrada nas abstrações de definição e dedução”. Já para Tall (2002), o Pensamento Matemático Avançado configura-se como um processo que mobiliza e articula as estruturas cognitivas oriundas de um vasto leque de experiências matemáticas, impulsionando a gestação de novos conceitos que dão suporte e estendem a rede de teoremas formalmente estabelecidos.

Dreyfus (2002) destaca, em sua perspectiva, que o PMA não é um processo único, mas sim uma grande série de processos que se interrelacionam, como a visualização e a generalização, sendo a representação e a abstração os principais processos do PMA. Porém, segundo o autor, tais processos manifestam-se no raciocínio matemático, tanto no nível elementar quanto no avançado.

Por outro lado, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) foi criada no Brasil, há exatamente 20 anos. Especialmente, na última década, a OBMEP demonstra uma trajetória de crescimento e expansão notáveis no número de participantes, ao longo dos anos, e se estabeleceu como a maior olimpíada científica do país e uma das maiores do mundo em termos de participação, mobilizando milhões de alunos em 99,8% dos municípios brasileiros (Torrente e Reis, 2023c).

Dentre os objetivos da OBMEP, destacam-se: Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil; identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas, dentre outros objetivos (OBMEP, 2025, p. 91). Dentro dessa perspectiva, especialmente, para a identificação de “talentos” para a Matemática, uma análise inicial das questões que integram as diferentes provas da OBMEP, nos mais variados níveis e fases, aponta para a necessidade de mobilização de diversos processos do PMA em sua resolução, tanto processos de representação como de abstração (Torrente e Reis, 2023a).

Dentro desse contexto, no presente artigo ¹, apresentamos uma investigação na qual objetivamos identificar os processos do PMA mobilizados na elaboração de questões da OBMEP, a partir da análise de uma entrevista semiestruturada realizada com o seu Coordenador do Comitê de Provas e das questões das provas de 1ª e 2ª fases da edição 2025 da OBMEP.

Para tanto, inicialmente, fazemos uma síntese das ideias de alguns pesquisadores sobre o PMA e seus processos, seguida de um breve histórico e contextualização recente da OBMEP. A seguir, apresentamos a investigação realizada, discutindo seus resultados e apontando para algumas conclusões.

SOBRE O PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO

O conhecimento científico pode ser compreendido como um arcabouço de pensamentos essenciais para o desenvolvimento dos indivíduos. Ele se constitui em um sistema de interpretação pelo qual organizamos, analisamos e atribuímos significado aos fenômenos e à realidade natural e social que nos cerca.

O marco divisório não se estabelece simplesmente por determinado tópico, mas sim pelo nível de profundidade com que ele é abordado. É perfeitamente possível ter uma análise aprofundada de um conceito fundamental e uma introdução simplificada a um tema avançado. O que, realmente, estabelece a distinção é a complexidade das ferramentas e dos métodos utilizados na aplicação desses conceitos.

Existem outras ações igualmente importantes que aprimoram a forma como interagimos com o conhecimento, tais como:

- Classificar: Organizar dados e conceitos em grupos com base em semelhanças e diferenças;
- Conjeturar: Formular hipóteses ou fazer suposições informadas na ausência de provas completas;
- Induzir: Chegar a conclusões gerais a partir de observações ou exemplos específicos;
- Analisar: Dividir um todo em suas partes constituintes para examinar suas relações e funções;

¹ Produção bibliográfica associada à pesquisa de Pós-Doutoramento em Educação Matemática do 1.º autor, desenvolvido na Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil, sob a supervisão do 2.º autor, e em colaboração internacional com o 3.º autor.

- Formalizar: Estruturar ideias ou sistemas de modo rigoroso e lógico, muitas vezes por meio de símbolos ou regras bem definidas.

De acordo com Dreyfus (2002), o PMA não se limita apenas a representar e abstrair informações do mundo, embora esses sejam alguns dos pontos mais importantes, por viabilizarem a transição de um patamar de compreensão para outro, dando a base para a evolução.

Entretanto, outros processos são relevantes no desenvolvimento do PMA. Por exemplo, segundo Domingos (2003), a capacidade de visualização nos habilita a intuir e, mais profundamente, a compreender a gênese e a estrutura de conceitos, especialmente, no contexto da Matemática. Em essência, a visualização é a ponte que conecta a representação abstrata ou simbólica à intuição e à descoberta.

Visto que a compreensão é subjetiva, também nos parece natural que cada pessoa desenvolva uma imagem mental única para o mesmo conceito. Além disso, é comum que um indivíduo utilize múltiplas formas de representação, tais como a representação simbólica e mental, que se complementam, combinando-as conforme a necessidade. Dessa forma, o principal resultado desse desenvolvimento cognitivo, na perspectiva de Dreyfus (2002), é que o indivíduo passa a possuir múltiplas representações interconectadas. Essa ligação permite que ele as mobilize simultaneamente e alterne entre elas com grande eficiência. Esse processo, essencialmente, envolve a transição direta entre diferentes representações e a capacidade de "traduzir" informações de uma para a outra.

Dentre os processos de representação, destaca-se, ainda, a modelação, que é o ato de construir uma estrutura matemática para descrever e analisar um objeto ou evento que não é intrinsecamente matemático. De acordo com Dreyfus (2002, p. 30), a modelação “significa a construção de uma estrutura matemática ou teoria que incorpora características essenciais do objeto do sistema. Essa estrutura ou teoria, o modelo, pode ser usado para estudar o comportamento do objeto ou processo a ser modelado”

Assim, todos esses processos descritos até aqui (representação, mudança de representações e tradução entre elas, e modelação) constituem o processo nuclear de representação.

O segundo processo nuclear descrito por Dreyfus (2002) é abstração. A abstração, fundamental para o domínio de certas habilidades na Matemática, emerge da articulação entre a generalização e a sintetização. Tais processos se

integram para prover a base cognitiva necessária, tornando a abstração o alicerce mais relevante para o desenvolvimento dessas competências:

Caso um estudante desenvolva a habilidade de modo consciente, fazendo abstrações a partir de situações matemáticas, ele atingirá um nível avançado do pensamento matemático. Alcançar essa capacidade de abstrair objetiva ser a parte mais importante da educação matemática avançada. (Dreyfus, 2002, p.26).

O processo de generalização, segundo Dreyfus (2002), pode ser entendido como o mecanismo pelo qual se expande o alcance de uma conclusão ou regra. Começa-se pela observação minuciosa de casos particulares e, por meio da identificação de traços comuns ou padrões recorrentes, é possível extrair um princípio mais amplo. Esse processo é fundamental, pois viabiliza que o conhecimento adquirido em um cenário delimitado seja aplicado e validado a partir de situações análogas, transformando uma verdade isolada em uma regra.

O segundo processo que complementa a abstração é a sintetização. Ele consiste na união de elementos distintos com a finalidade de construir um conceito unificado. Conforme afirma Brandemberg (2010), essa etapa é marcada pela formulação de um modelo teórico que agrupa e estabelece conexões lógicas entre fenômenos ou princípios que, em um primeiro momento, parecem desconectados.

Um ponto levantado por Dreyfus (2002) é que o ensino, frequentemente, falha ao não dar o devido valor ao processo de sintetização. Os professores tendem a criar e apresentar resumos e sínteses já prontos, o que inibe os alunos de exercitarem essa etapa fundamental. O ideal pedagógico seria estimular os alunos a valorizar e praticar a síntese. É por meio dessa prática que eles podem romper com a dependência de soluções padronizadas e, mais crucialmente, desenvolver a habilidade de conectar e articular os diferentes conceitos da matemática.

Dessa forma, a abstração encontra-se conectada à generalização e à sintetização. No entanto, embora todos exijam esforço mental, nenhum desses processos impõe ao aluno um desafio cognitivo tão intenso quanto a abstração. É neste ponto que o aluno é incentivado a empenhar-se profundamente nas relações e estruturas ligadas aos objetos de estudo para, de fato, alcançar uma compreensão plena deles.

Sendo assim, abstração e representação não são processos nucleares isolados, mas sim complementares e interdependentes no desenvolvimento do PMA. Um conceito abstrato, muitas vezes, emerge da análise de múltiplas representações concretas, enquanto um conceito já abstrato pode, por sua vez, gerar novas representações.

A seguir, buscamos apresentar e descrever sucintamente os processos envolvidos no PMA, conforme a interpretação de Gereti e Savioli (2015), realizada a partir de Dreyfus (2002):

Quadro 1

Descrição dos Processos do PMA a partir de Dreyfus (2002)

Processos envolvidos na REPRESENTAÇÃO	
Representação Simbólica	Pode-se representar um conceito / objeto matemático por meio da escrita, em forma de notações ou símbolos. No entanto, é necessário que se tenha antes um significado associado ao conceito / objeto matemático representado.
Representação Mental	A representação de um conceito / objeto matemático ocorre na mente do indivíduo, relacionando-se ao conjunto de representações concretas que possui do conceito / objeto.
Visualização	Por meio da intuição e da compreensão, este processo permite que as representações mentais sejam criadas.
Mudança de Representações e Tradução entre elas	Transitar por diversas representações de um conceito / objeto matemático demanda habilidade para interligá-las corretamente, sempre que necessário. Traduzir representações se refere à passagem de informações de um enunciado / propriedade matemático(a) para outro(a), assim como a tradução entre linguagens (matemática e verbal).
Modelação	O objeto / processo a ser modelado requer a construção de uma estrutura / teoria matemática que abrange suas características.
Processos envolvidos na ABSTRAÇÃO	
Sintetização	Utilizar uma composição de objetos / conceitos matemáticos (distintos), inter-relacionando-os com o propósito de resolver a tarefa como um todo.
Generalização	A partir de casos particulares, identificar características comuns para a validade ser expandida. Pode ser que seja preciso incluir a formulação de outros conceitos matemáticos.

Também podemos destacar outro importante processo envolvido na abstração: a rigorização. Segundo Reis (2001), a rigorização é um processo de conceitualização de intuições, sendo que, nesse movimento, algumas são

mantidas e outras são refutadas. Cabe observar que esse processo é muito peculiar à construção do conhecimento matemático (Reis, 2009) e, particularmente, no desenvolvimento do PMA, a rigorização é mobilizada de forma simultânea e interdependente aos demais processos envolvidos na abstração, destacadamente, a generalização.

Uma vez que apresentamos e descrevemos os processos do PMA, entendemos ser oportuno traçar uma breve comparação entre as perspectivas de Dreyfus (2002) e Tall (2002) sobre aspectos centrais na constituição do PMA, tais como a concepção de compreensão / pensamento, a relação elementar x avançado e o desenvolvimento cognitivo / processos nucleares, como apresentamos a seguir:

Quadro 2

Aspectos do PMA segundo Dreyfus (2002) e Tall (2002)

Aspecto do PMA	Dreyfus (2002)	Tall (2002)
Concepção de Compreensão / Pensamento	A compreensão na mente do aluno é uma sequência intrincada de atividades e interação entre processos mentais (representação, visualização, generalização, classificação, indução, análise, sintetização, abstração, formalização). Essa interação entre processos é que propulsiona o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado.	O Pensamento Matemático Avançado utiliza estruturas cognitivas resultantes de diversas atividades matemáticas para criar novas ideias que consolidam e expandem sistemas teóricos e teoremas.
Relação Elementar x Avançado	É possível abordar tópicos avançados de forma elementar. A distinção reside na complexidade e na forma de lidar com ela. Há pouca distinção entre o Pensamento Matemático Elementar e o Pensamento Matemático Avançado, sendo que este foca em abstrações de definições e deduções.	O desenvolvimento do Pensamento Matemático Elementar para o pensamento Matemático Avançado em um indivíduo é construído a partir de "percepções de" e "ações sobre" objetos externos. Muitas atividades são comuns aos dois níveis, mas a possibilidade de definição formal e dedução é o fator que os diferencia.
Desenvolvimento Cognitivo /	O processo mais importante é a abstração. Um aluno atinge	O desenvolvimento ocorre por meio de dois processos

Processos Nucleares	o nível avançado ao desenvolver a habilidade de, conscientemente, fazer abstrações a partir de situações matemáticas. Abstração e representação podem ser considerados processos complementares com direções opostas.	paralelos: 1) Do visual / espacial para o formal / dedutivo; 2) De sucessivas encapsulações do processo para o conceito, usando manipulação simbólica. Esses processos inspiram o pensamento criativo baseado em objetos formalmente definidos e provas sistemáticas.
----------------------------	---	---

Em síntese, o PMA e o PME não são vistos como totalmente distintos, mas diferenciam-se, principalmente, pela complexidade e pelos modos como os processos de pensamento são geridos. Assim, a transição entre o os Pensamentos Matemáticos Avançado e Elementar é considerada um salto significativo na cognição matemática, caracterizada por algumas mudanças importantes:

Natureza dos Conceitos

- PME: Começa com a percepção e ação sobre objetos no mundo externo. Os conceitos são frequentemente baseados na intuição, em exemplos e no que é visual-espacial ou algorítmico (o "como fazer"). Os conceitos são, muitas vezes, definidos de forma intuitiva ou por exemplos;
- PMA: Envolve o raciocínio dedutivo e rigoroso sobre noções matemáticas que não são inteiramente acessíveis aos sentidos. Os conceitos são construídos a partir de definições formais e suas propriedades são provadas.

Rigor e Prova

- PME: Foca em descrever e convencer (muitas vezes, por exemplos ou argumentos empíricos);
- PMA: Foca em definir e provar de maneira lógica e coerente, utilizando a definição como base para a dedução e a construção de teoremas.

Abstração e Generalização

- PME: A abstração e a generalização estão presentes, mas em níveis mais elementares e menos aprofundados;
- PMA: A abstração é um processo central e mais complexo. Envolve a habilidade de, conscientemente, realizar abstrações a partir de situações matemáticas e manipulá-las como novos objetos mentais. Também envolve uma generalização mais ampla e a busca por visualizar a "totalidade generalizante" de um objeto.

Processo e Objeto

- PME: Tendência a ver entidades matemáticas (como números, operações) mais como processos para fazer algo (por exemplo, contar, calcular, dentre outros).
- PMA: Maior flexibilidade para ver e manipular essas entidades tanto como processos quanto como conceitos (objetos mentais) sobre os quais se pode pensar e aplicar a lógica.

Dessa forma, embora muitos dos processos mentais nucleares (como representação e abstração) estejam presentes em ambos, o PMA se distingue pela complexidade, formalidade, rigor dedutivo e a centralidade da definição e da prova na construção e manipulação do conhecimento matemático.

SOBRE A OLIMPIÁDA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

No Brasil, em 2005, o Governo do Estado do Ceará lançou o projeto “Linguagem das Letras e dos Números – Leituralizar e Numeratizar”, por meio de suas Secretarias de Ciência e Tecnologia (SECITECE) e de Educação Básica (SEDUC), (Barbosa, 2008, p. 383), a fim de buscar diferentes formas que possibilitassem mudanças significativas nos processos de ensino e de aprendizagem, além de uma melhoria na qualidade na Educação Básica nas Escolas Públicas do Estado do Ceará. De acordo com Barbosa (2008, p. 387), o objetivo deste projeto foi “corrigir deficiências da educação formal que afetam a cidadania e a inclusão social, dificultando o crescimento científico e tecnológico e a da educação profissional e superior”.

Em virtude da experiência exitosa do Estado do Ceará e o sucesso das Olimpíadas de Matemática ao redor do mundo (Torrente e Reis, 2023c), o projeto despertou o interesse de alunos, educadores, políticos, empresários e da sociedade. A partir de tal interesse, após reuniões com diversos organizadores potenciais, o então Presidente Luiz Inácio Lula da Silva comunicou que a Olimpíada de Matemática seria um projeto de governo, recebendo o nome de OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Assim, a OBMEP foi oficialmente lançada no dia 19 de maio de 2005, em Brasília – DF, pelo então Presidente da República e pelos Ministros da Ciência e Tecnologia, Eduardo Campos, e da Educação, Tarso Genro.

No cenário educacional, seus idealizadores pensaram em um projeto de longa duração e o seu bom desenvolvimento seria “uma contribuição definitiva para um salto de qualidade no ensino público e para abertura de novos horizontes aos alunos de classes menos favorecidas” (OBMEP, 2025, p. 91).

Com o passar dos anos, os objetivos da OBMEP foram sendo mudados e houve incorporação de outros novos objetivos. No Projeto Inicial, a OBMEP tinha como principais objetivos (OBMEP, 2005, p. 91-92):

- [1] Estimular e promover o estudo da Matemática entre os alunos das escolas públicas;
- [2] Identificar jovens talentos e fornecer oportunidades para seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas;
- [3] Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo assim para a sua valorização profissional;
- [4] Contribuir para a melhoria do ensino da Matemática na rede pública;
- [5] Contribuir para a integração entre as escolas públicas, as universidades federais, os institutos de pesquisa e as sociedades científicas.

Na 3ª edição da OBMEP, no ano de 2007, foi incorporado um novo objetivo: [6] Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento. Além dessa inserção, foi feita uma nova redação para o quarto objetivo: [4] Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica.

No ano de 2017, na 13ª edição da OBMEP, foi acrescentado o sétimo objetivo: [7] Promover a difusão da cultura Matemática. Foi realizada uma nova redação para os seguintes objetivos: [1] Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil; [2] Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas; e [4] Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que o maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade.

Ao longo dos anos, a OBMEP tem demonstrado uma trajetória de crescimento e expansão notáveis em relação ao número de participantes, tendo se estabelecido como a maior olimpíada científica do Brasil e uma das maiores do mundo, em termos de alcance e divulgação.

No que se refere ao número de participantes, desde a sua 1ª edição, a OBMEP tem registrado números significativos de alunos e escolas envolvidas:

- Início em 2005: A edição inaugural já contava com uma adesão expressiva de 10,5 milhões de alunos inscritos. Essa participação inicial envolveu 31.028 escolas em 5.197 municípios brasileiros, demonstrando uma abrangência nacional significativa, desde o início;

- **Expansão e Consolidação:** Ao longo das edições seguintes, o número de participantes continuou a crescer, consolidando a OBMEP como um evento de destaque no calendário educacional;
- **Números Atuais:** Os dados mais recentes mostram que a OBMEP atingiu picos de participação, superando a marca de 18 milhões de alunos. A 19ª edição, realizada em 2024, contou com 18,5 milhões de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio, registrando um recorde de escolas e municípios inscritos, chegando a 99,9% de cobertura dos municípios brasileiros. Já a 20ª edição, realizada em 2025, contou com 18,6 milhões de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio, envolvendo 57.222 escolas (sendo 51.428 públicas e 5.794 privadas).

Atualmente, as provas da OBMEP são realizadas em 3 níveis: Nível 1 (alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental), Nível 2 (alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental) e Nível 3 (alunos do Ensino Médio), sendo que as provas de cada nível são realizadas em 2 fases.

A prova de 1ª fase, contendo 20 questões fechadas, é realizada por todos os alunos inscritos pelas escolas públicas e privadas. Já a prova de 2ª fase, contendo 6 questões abertas, é realizada apenas pelos alunos classificados na 1ª fase que são, aproximadamente, 5% do total de alunos inscritos por cada escola, em cada nível. Cabe a cada escola selecionar os alunos com melhor desempenho nas provas da 1ª fase que participarão da 2ª fase. Ao final, os alunos com os melhores desempenhos na prova de 2ª fase são premiados com medalhas de ouro, prata ou bronze. Na condição de medalhistas da OBMEP, tais alunos recebem Bolsas de Iniciação Científica Júnior do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Portanto, diante da importância da mobilização dos processos de representação e de abstração, característicos do PMA, nos diversos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, justifica-se a realização de uma investigação sobre as possibilidades de mobilização de tais processos na elaboração de questões da OBMEP, como a que segue delineada.

APRESENTANDO OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO REALIZADA

Nossa investigação, de base interpretativa, teve cunho qualitativo e com recurso de análise documental (Bogdan e Biklen, 2013), contemplando os instrumentos de produção de dados descritos a seguir.

Inicialmente, em agosto de 2025, realizamos uma entrevista semiestruturada com o Coordenador do Comitê de Provas da OBMEP, Prof. Dr. Pedro Mallagutti, Professor Associado da Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), Mestre e Doutor em Matemática². A entrevista com o Coordenador do Comitê de Provas da OBMEP foi realizada de forma semiestruturada, a partir de um roteiro previamente enviado, contendo os seguintes tópicos e subtópicos:

- A OBMEP e o Comitê de Provas: Contato com a OBMEP; Objetivos da OBMEP; Importância da OBMEP; Coordenação do Comitê de Provas da OBMEP; Trabalho do Comitê de Provas da OBMEP.
- A Elaboração de Questões da OBMEP: Princípios Gerais de Elaboração; Conhecimento Matemático; Processos de Representação; Processos de Abstração; Níveis de Rigor Esperado.

Sequencialmente, analisamos algumas questões das provas de 1ª e 2ª fases do Nível 3 (Ensino Médio) da 20ª edição da OBMEP, realizadas em junho e outubro de 2025, respectivamente, à luz de nosso objetivo de investigação. A escolha das questões se deu exatamente pelo fato da possibilidade de identificarmos processos do PMA mobilizados na elaboração de tais questões.

APRESENTANDO E ANALISANDO OS RESULTADOS

Iniciamos por descrever e analisar, sucintamente, alguns recortes da entrevista realizada com o Coordenador do Comitê de Provas da OBMEP; a seguir, apresentamos e analisamos algumas questões das provas da OBMEP de 2025, iniciando com a prova de 1ª fase e concluindo com a prova de 2ª fase, ambas do Nível 3 (Ensino Médio).

Em nossa análise, não destacaremos a mobilização dos processos de representação simbólica e representação mental, por considerarmos que tais processos são trivialmente inerentes e presentes na escrita e na interpretação de qualquer componente da teoria matemática, particularmente, em todas as questões que iremos apresentar e analisar.

² Foi assinado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), entretanto, não foi solicitada avaliação ética da pesquisa pelos órgãos competentes por uma restrição de tempo. Outrossim, os autores isentam a Acta Scientiae de quaisquer consequências decorrentes, incluindo assistência total e eventual indenização por danos a qualquer um dos participantes da pesquisa, em conformidade com a Resolução CNS nº 510, de 7 de abril de 2016.

A ENTREVISTA COM O COORDENADOR DO COMITÊ DE PROVAS DA OBMEP

Apresentamos, então, uma breve descrição e análise apenas de algumas discussões suscitadas por questões apresentadas pelos pesquisadores / entrevistadores e por suas respectivas respostas emitidas pelo depoente que, em certa medida, traduzem, implícita ou explicitamente, sua visão sobre alguns dos processos do PMA que podem ou mesmo devem ser mobilizados na elaboração de questões da OBMEP.

Logo ao ser questionado sobre o seu contato com a OBMEP e seus objetivos, o Coordenador destacou uma característica muito peculiar do “espírito” das questões da OBMEP:

Não precisam ser questões que tenham uma certa sacada. Tem que ser questões espertas. Aliás, muitos alunos que não vão tão bem na escola, na Matemática tradicional, quando realizam a prova da OBMEP, se mostram como criativos e têm um raciocínio lógico muito bom. Não é incomum acontecer isso. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Observamos, então, que a criatividade e o raciocínio lógico são processos valorizados na elaboração das provas da OBMEP, para além do tradicional conhecimento de fórmulas e procedimentos de resolução.

Em relação aos princípios gerais de elaboração das questões da OBMEP, o Coordenador destacou que os membros do Comitê de Provas têm liberdade para propor questões em vários contextos:

Podendo ser de revistinhas de banca de jornal, criação própria ou pesquisa que se revele uma “coisa” diferente. [...] Acontece que ela não é uma questão livresca, que comumente achamos nos livros didáticos. Nunca é questão de rotina. Fazemos questão que não seja mesmo. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025).

Destacamos, então, que um dos objetivos da OBMEP é que suas questões sejam contextualizadas e, assim, diferentes das questões tradicionalmente apresentadas nos livros didáticos de Matemática.

Já no que tange às estratégias de apresentação das questões da prova da OBMEP, o Coordenador ressaltou que as questões obedecem a “níveis de dificuldade”, sendo as primeiras mais fáceis do que as últimas:

Em geral, as primeiras 4 questões, 5 questões da primeira folha, são questões de entrada, um convite para o aluno fazer a prova. São questões suaves que ele olha, pensa em uma estratégia não muito elaborada e ele gosta de fazer. Nas três próximas questões, o degrau começa a subir, sendo a última página com questões bem mais difíceis e desafiadoras. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Notamos, então, que ao apresentar as questões por “níveis de dificuldade”, espera-se que os alunos consigam resolver as questões consideradas mais fáceis para, gradativamente, sentirem-se desafiados a resolver as questões consideradas mais difíceis.

No que diz respeito à exigência de generalização em questões da OBMEP, o Coordenador enfatizou que algumas questões se iniciam apresentando um caso particular para, a seguir, apresentar um caso mais geral de determinado resultado:

No item (a), a questão é mais particular. Já no item (b), é uma forma mais geral. No item (c), é para fazer o caso geral mesmo. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Ressaltamos, então, que tais questões demandam uma generalização partindo de casos particulares que podem assumir formas mais gerais, apresentadas nos diversos itens que compõem determinada questão.

Tendo em vista a abordagem de questões da OBMEP envolvendo geometria, o Coordenador ressaltou a importância da visualização no desenvolvimento dos níveis do pensamento geométrico dos alunos:

Em geometria, isso é bastante comum também, porque é bastante utilizada a Teoria de Van Hiele, sendo essa uma abordagem que descreve os níveis do pensamento geométrico dos alunos ajudando-os a entender como eles aprendem e desenvolvem seus conhecimentos em geometria. A aprendizagem da Geometria precisa ser um processo gradual, onde a intuição e o raciocínio são desenvolvidos ao longo do tempo. Ou seja, precisa visualizar nas figuras, “coisas” que não estão nitidamente desenhadas ou que nitidamente não existem. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Observamos, então, a valorização dos processos de intuição e de visualização na elaboração das questões de geometria, particularmente, buscando explorar níveis mais avançados do pensamento geométrico.

Já sobre a abordagem da análise combinatória em questões da OBMEP, o Coordenador ressaltou que se trata da área “mais difícil” da Matemática e que demanda também um processo de generalização:

Combinatória é a área mais difícil da Matemática. Se quiser complicar, coloca questão de combinatória. Primeiro, faz um caso não tão geral e, depois, faz o caso geral mesmo. É assim que funciona. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Destacamos, então, que a generalização é um processo mobilizado na elaboração de questões de diversos conteúdos matemáticos, a partir de casos particulares que, sequencialmente, devem ser generalizados.

Quanto à utilização de novas abordagens teóricas em questões da OBMEP, o Coordenador destacou que elementos da Teoria dos Grafos têm sido explorados nas últimas edições nas provas do Nível 3 (Ensino Médio):

Agora, estamos usando a Teoria dos Grafos. Não utilizamos com esse nome, mas sim com o raciocínio das questões, as possibilidades. A gente faz assim. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Notamos, então, que a exploração de elementos de tal teoria demanda o estabelecimento de relações entre objetos de um conjunto e de sua modelação como estruturas a serem visualizadas.

Acerca da elaboração das questões da OBMEP Mirim, o Coordenador ressaltou a necessidade de mudar as representações matemáticas para as crianças que, geralmente, ainda estão em fase de alfabetização:

A OBMEP Mirim dá mais trabalho que a dos maiores. Tem que comunicar em três linhas um problema de Matemática. Você não pode colocar um texto comprido para uma criança que está sendo alfabetizada. Tem que ser uma “coisa” muito curtinha. Mais visual. Mais lúdica. E não pode ser uma “coisa” comum. Não é pegar uma pizza e dividir em 4 fatias e pedir a fração de cada fatia. Isso não motiva ninguém. Precisa ser uma “coisa” que o aluno tenha estratégia para fazer, sabe?! (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Ressaltamos, então, a necessidade de adequação das representações matemáticas de acordo com o nível de escolaridade dos alunos em cada prova, demandando uma multiplicidade de representações na apresentação das diversas questões.

Novamente referindo-se a questões da OBMEP que abordam geometria, o Coordenador apontou a possibilidade de se relacionar conteúdos geométricos com representações gráficas de funções:

Você está falando tudo que a gente, de fato, tenta fazer. Vou dar exemplos: as questões de geometria que têm uma espécie de movimentos. Dois triângulos que estão se movimentando, um ao encontro do outro. Isso gera uma área comum. Essa área comum é uma representação gráfica de uma função. Então, ao mesmo tempo que está fazendo uma dinâmica na geometria com o cálculo de áreas, também precisa interpretar o que vai acontecer graficamente, que vai ter ponto de máximo ou de mínimo, etc. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Observamos, então, a possibilidade de modelação oferecida por algumas questões, ao demandarem a sintetização de diferentes conteúdos, por exemplo, geométricos e algébricos, na resolução de determinado problema apresentado.

A modelação nas questões da OBMEP também é destacada pelo Coordenador, especialmente, nas provas da 2ª fase, devido às características de tais provas, além de suas diferenças em relação às provas da 1ª fase:

Acho que o processo de modelagem cabe melhor na 2ª fase. Porque na 1ª fase, tem limitação de espaço na própria prova e a prova é muito geral. Então, na 2ª fase, acho que poderia fazer um processo de modelagem nesse “espírito” paulatino para ir encaminhando para um resultado mais firme. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Destacamos, então, que a elaboração das provas se pauta pelos objetivos de cada fase, sendo a 2ª fase caracterizada por questões que mobilizam processos mais elaborados, tais como a modelação e a rigorização.

Ao abordar alguns processos de demonstração nas questões da OBMEP, o Coordenador destacou a indução finita, observando que o método pode ser desenvolvido sem o rigor característico das demonstrações matemáticas:

Tem questões, por exemplo, que você vê os alunos utilizando o Princípio da Indução Finita, muito claramente. Mas um aluno que não passou por esse processo, ele não vai fazer com aquele rigor. Provar que vale para $n = 1$. Mas ele faz corretamente a questão usando indução finita, no linguajar dele. Olha, ele deve pensar assim: como eu vi que começou assim e toda vez que valia no caso tal à frente, então vai dar certo sempre. É uma “coisa” que se transmite. Então, esse nível de abstração e de rigor deve ser levado em conta. Porque se a gente exigir que a abstração seja somente para alunos treinados, será muito ruim. Nós queremos que tenham alunos que estão chegando na abstração da resolução. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Notamos, então, que a abstração também é mobilizada na resolução de questões que demandam a demonstração de resultados, ainda que determinados métodos de demonstração não sejam empregados de forma formalmente rigorosa.

Finalmente, a rigorização também é abordada pelo Coordenador, como um dos aspectos a ser trabalhado, especialmente, nas provas de 2ª fase, porém em níveis diferentes para os Ensinos Fundamental e Médio:

No Ensino Fundamental, já se trabalha, já se busca um certo nível adequado de rigor, na escrita assim como na justificação dos resultados também. No Ensino Médio já é cobrado um pouco mais. (Entrevista com o Coordenador, agosto de 2025)

Ressaltamos, então, que a rigorização é um processo considerado na elaboração de determinadas questões, de tal forma que o “nível adequado” de rigor está relacionado não somente à escrita, mas também à argumentação utilizada em resoluções.

Na discussão dos resultados da investigação, retomaremos algumas das questões abordadas pelo Coordenador em sua entrevista, com o intuito de emergir de suas falas, uma visão mais holística sobre os processos do PMA que são mobilizados na elaboração de questões da OBMEP.

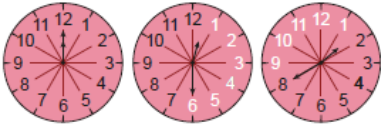
A PROVA DE 1ª FASE DO NÍVEL 3 DA OBMEP REALIZADA EM 2025

A prova de 1ª fase do Nível 3 (Ensino Médio) da OBMEP realizada em 2025 contou com 20 questões fechadas, com 5 opções de escolha para a resposta correta. Por uma questão de recorte de pesquisa, optamos por apresentar e analisar, sucintamente, apenas 5 questões cuja elaboração demanda, para sua resolução, indícios da mobilização de determinados processos do PMA. Entretanto, destacamos que a resolução das questões não será apresentada e pode ser acessada na mesma fonte das questões. A Questão 6 é apresentada na Figura 1, a seguir.

Figura 1

Questão 6 da prova de 1ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

A cor de cada número de um relógio alterna de preto para branco ou de branco para preto, cada vez que qualquer um dos ponteiros aponta para a marca da hora que esse número representa no relógio. À meia-noite todos os números ficam pretos e, depois, alternância de cores começa. Na figura, vemos as cores dos números do relógio em alguns horários:



0h 00min 0h 30min 1h 40min

meia-noite

Como estarão as cores dos números às 03h30?

(A)



(B)



(C)



(D)



(E)



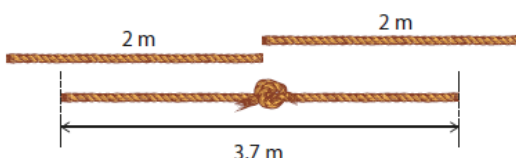
A elaboração dessa questão apresenta indícios pela demanda, para sua resolução, da mobilização da *visualização* para compreender a relação entre a alternância das cores e o horário indicado pelo relógio e, também, da

generalização, ainda que inicial, relacionada à paridade do número de alterações das cores, a partir de alguns horários apresentados. A Questão 9 é apresentada na Figura 2, a seguir.

Figura 2

Questão 9 da prova de 1ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

Jairo tem muitas cordas com 2 metros cada uma. Quando ele amarra duas dessas cordas, ele obtém uma nova corda com 3 metros e 70 centímetros.



Se ele quiser uma corda com exatamente 20 metros, ele precisará cortar um pedaço da última corda amarrada. Qual é o tamanho, em metros, desse pedaço?

a) 0,95 b) 0,70 c) 0,45 d) 0,30 e) 0,15

A elaboração dessa questão apresenta indícios pela demanda, para sua resolução, da mobilização da *modelação* para representar algebricamente as medidas das cordas e seus pedaços de acordo com os dados fornecidos e, também, da *generalização* para a obtenção de uma equação que representa o comprimento total da corda, permitindo, assim, a obtenção do tamanho do pedaço da última corda. A Questão 12 é apresentada na Figura 3, a seguir.

Figura 3

Questão 12 da prova de 1ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

Qual a soma dos algarismos do número

$$(10^{25} + 25)^2.$$

a) 18 b) 19 c) 20 d) 25 e) 28

A elaboração dessa questão apresenta indícios pela demanda, para sua resolução, da mobilização da *mudança de representações e tradução entre elas* envolvida nas representações numéricas sob as formas de potências e de decimais e, também, da *synetização* em relação ao sistema posicional de

números possibilitando diferentes representações numéricas. A Questão 18 é apresentada na Figura 4, a seguir.

Figura 4

Questão 18 da prova de 1ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

Dizemos que um número é ordeiro quando tem exatamente três algarismos diferentes de zero que estão em ordem crescente ou decrescente de valor. Por exemplo, os números 237 e 921 são ordeiros, mas os números 231 e 315 não são. Qual é a soma de todos os números ordeiros?

- a) 93250 b) 93240 c) 93260 d) 93230 e) 93270

A elaboração dessa questão apresenta indícios pela demanda, para sua resolução, da mobilização da *abstração* envolvida na compreensão da definição de um número ordeiro e, também, da *generalização* necessária para estabelecer a representação de todos os números ordeiros, considerando as propriedades de simetria do sistema decimal, ainda que se tenha a limitação de três algarismos na definição. A Questão 20 é apresentada na Figura 5, a seguir.

Figura 5

Questão 20 da prova de 1ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

Seja $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ um conjunto com 5 elementos e sejam A , B e C subconjuntos de U . Dizemos que (A, B, C) é uma tripla ordenada especial se $C \subseteq A \cup B$. Quantas são as triplas ordenadas especiais?

- a) 7^5 b) 5^7 c) 5^6 d) 6^5 e) 5^5

A elaboração dessa questão apresenta indícios pela demanda, para sua resolução, da mobilização da *abstração* envolvida na compreensão da definição de uma tripla ordenada especial e, também, da *sinetização* necessária para a fusão de conceitos e relações entre a Teoria de Conjuntos e a Análise Combinatória, na determinação do número de triplas ordenadas especiais.

A PROVA DE 2ª FASE DO NÍVEL 3 DA OBMEP REALIZADA EM 2025

A prova de 2ª fase do Nível 3 (Ensino Médio) da OBMEP realizada em 2025 contou com 6 questões abertas, com 3 ou 4 itens. Por uma questão de recorte de pesquisa, optamos por apresentar e analisar, sucintamente, apenas 3 questões cuja elaboração demanda, para sua resolução, indícios da mobilização

de determinados processos do PMA. Entretanto, destacamos que a resolução das questões não será apresentada e pode ser acessada na mesma fonte das questões.

A Questão 2 é apresentada nas Figuras 6, 7 e 8, a seguir.

Figura 6

Questão 2(a) da prova de 2ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

Josefa tem várias peças iguais à mostrada ao lado. Ela quer cobrir diferentes tabuleiros com essas peças, sem sobreposição.

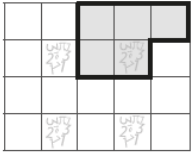


Figura 1

a) Josefa quer cobrir o tabuleiro da Figura 1 e já colocou uma peça. Termine de cobrir o tabuleiro colocando mais três peças

Figura 7

Questão 2(b) da prova de 2ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

Josefa tem várias peças iguais à mostrada ao lado. Ela quer cobrir diferentes tabuleiros com essas peças, sem sobreposição.

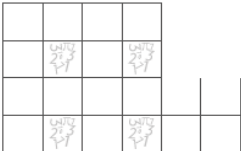


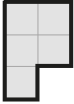
Figura 2

b) Cubra o tabuleiro da Figura 2 com quatro peças de Josefa

Figura 8

Questão 2(c) da prova de 2ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

Josefa tem várias peças iguais à mostrada ao lado. Ela quer cobrir diferentes tabuleiros com essas peças, sem sobreposição.



c) Explique por que Josefa nunca vai conseguir cobrir o tabuleiro da Figura 3 com cinco peças

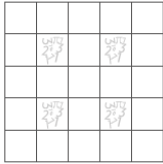


Figura 3

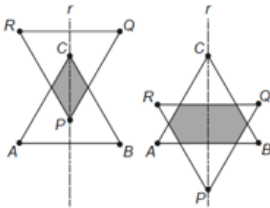
A elaboração dessa questão apresenta indícios pela demanda, para sua resolução, da mobilização: nos itens *a* e *b*, da *visualização* necessária para o encaixe exato das peças nos diversos tabuleiros apresentados; e, no item *c*, da *abstração* na elaboração de uma justificativa baseada em conceitos geométricos como translação, rotação e reflexão, particularmente, isometrias, associados a uma restrição combinatória de preenchimento do espaço.

A Questão 3 é apresentada nas Figuras 9, 10 e 11 a seguir.

Figura 9

Questão 3(a) da prova de 2ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

O comprimento dos lados dos triângulos equiláteros ABC e PQR da figura é $4\sqrt{3}$ e as alturas desses triângulos relativas aos lados AB e QR estão contidas em uma mesma reta r . A interseção das regiões interiores aos dois triângulos varia com o deslocamento do ponto P sobre a reta r , dependendo da distância x entre os vértices P e C . Seja $A(x)$ a área dessa interseção.

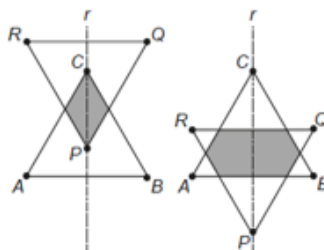


a) Calcule $A(3)$ e $A(9)$.

Figura 10

Questão 3(b) da prova de 2ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

O comprimento dos lados dos triângulos equiláteros ABC e PQR da figura é $4\sqrt{3}$ e as alturas desses triângulos relativas aos lados AB e QR estão contidas em uma mesma reta r . A intersecção das regiões interiores aos dois triângulos varia com o deslocamento do ponto P sobre a reta r , dependendo da distância x entre os vértices P e C . Seja $A(x)$ a área dessa intersecção.

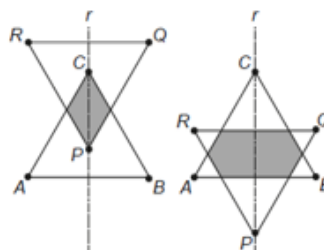


b) Exiba uma expressão de $A(x)$ no intervalo $0 \leq x \leq 6$ e uma expressão de $A(x)$ no intervalo $6 \leq x \leq 12$.

Figura 11

Questão 3(c) da prova de 2ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

O comprimento dos lados dos triângulos equiláteros ABC e PQR da figura é $4\sqrt{3}$ e as alturas desses triângulos relativas aos lados AB e QR estão contidas em uma mesma reta r . A intersecção das regiões interiores aos dois triângulos varia com o deslocamento do ponto P sobre a reta r , dependendo da distância x entre os vértices P e C . Seja $A(x)$ a área dessa intersecção.

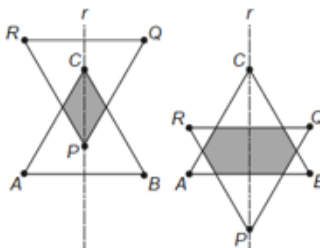


c) Qual é o valor máximo de $A(x)$ no intervalo $0 \leq x \leq 12$?

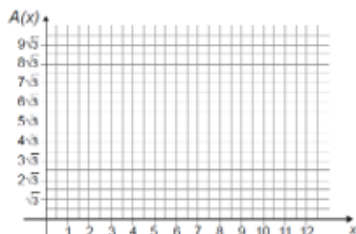
Figura 12

Questão 3(d) da prova de 2ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

O comprimento dos lados dos triângulos equiláteros ABC e PQR da figura é $4\sqrt{3}$ e as alturas desses triângulos relativas aos lados AB e QR estão contidas em uma mesma reta r . A intersecção das regiões interiores aos dois triângulos varia com o deslocamento do ponto P sobre a reta r , dependendo da distância x entre os vértices P e C . Seja $A(x)$ a área dessa intersecção.



d) Esboce o gráfico da função A no intervalo $0 \leq x \leq 12$.



A elaboração dessa questão apresenta indícios pela demanda, para sua resolução, da mobilização: nos itens *a*, *b* e *c*, da *generalização* para a obtenção das fórmulas da altura e da área do triângulo equilátero, da *synthesis* de conceitos de geometria para a resolução de um problema de funções, e da *modelação* da expressão algébrica para a sentença que define a função área; e, no item *c*, da *mudança de representações e tradução entre elas* envolvendo as representações algébrica e gráfica da função área.

A Questão 4 é apresentada na Figura 13, a seguir.

Figura 13

Questão 4 da prova de 2ª fase do Nível 3 da OBMEP 2025

- 4) Uma prova com 5 questões será aplicada a um grupo de alunos. Cada aluno receberá o resultado por meio de uma sequência de zeros e uns, indicando as questões que errou ou acertou. Por exemplo, a sequência [0 1 0 0 0] indica que o aluno acertou a segunda questão e errou as demais.
- a) Liste todas as possíveis sequências de zeros e uns que indicam exatamente duas questões corretas
- b) Explique por que, se a prova for aplicada a 33 alunos, pelo menos dois deles vão receber a mesma sequência de zeros e uns como resultado.
- c) Suponha que a prova seja aplicada a um grupo de alunos e que o total de questões respondidas corretamente seja 81. Explique por que podemos garantir que pelo menos dois alunos receberão a mesma sequência de zeros e uns como resultado

A elaboração dessa questão apresenta indícios pela demanda, para sua resolução, da mobilização: no item *a*, da *mudança de representações e tradução entre elas* envolvendo as representações matricial e combinatória, no item *b*, da *abstração* necessária para a utilização do Princípio da Casa dos Pombos; e no item *c*, da *generalização* do número de tipos de prova a partir de um dado apresentado, e da *rigorização* na escrita e na argumentação construída ao longo da justificativa.

DISCUTINDO OS RESULTADOS

Inicialmente, a breve descrição e análise da entrevista com o Coordenador do Comitê de Provas da OBMEP traduziu, implícita ou explicitamente, sua visão sobre alguns dos processos do PMA que podem ou mesmo devem ser mobilizados na elaboração de questões da OBMEP.

Um primeiro destaque cabe ao princípio geral de valorização da criatividade e do raciocínio lógico na elaboração das questões ressaltado pelo Coordenador. Nesse contexto, tendem a ser valorizados os processos envolvidos na representação, tais como: a *visualização* mobilizada em questões associadas ao desenvolvimento do pensamento geométrico e que apresentam estruturas e relações geométricas; a *mudança de representações e tradução entre elas* mobilizada em questões que demandam representações algébrica, geométrica e/ou gráfica, presentes em todos os níveis de provas; a *modelação* mobilizada em questões contextualizadas e que utilizam novas abordagens teóricas como elementos da Teoria dos Grafos.

Outro destaque feito pelo Coordenador foi a importância dos “níveis de dificuldade” das questões e das provas, em cada fase da OBMEP. Nesse contexto, tendem a ser valorizados os processos envolvidos na abstração, tais como: a *sintetização* mobilizada em questões que demandam a utilização de conceitos e relações de diferentes conteúdos para a sua resolução; a *generalização* mobilizada em questões que partem de casos particulares para casos mais gerais, como evidência para a abordagem de princípios da Análise Combinatória; a *rigorização* mobilizada em questões que demandam escritas, argumentações e demonstrações para a justificativa de resultados obtidos ou de fórmulas apresentadas.

Por sua vez, a análise das questões da prova de 1ª fase do Nível 3 (Ensino Médio) da OBMEP 2025 revelou que, mesmo com questões “fechadas”, os níveis crescentes de dificuldade também propiciam a valorização tanto de processos envolvidos na representação como na abstração, muitas vezes, em uma mesma questão, tais como: a *visualização* mobilizada em questões que demandam a compreensão de propriedades apresentadas por meio de exemplos e a *generalização* mobilizada por meio da expansão da validade para casos mais gerais; a *modelação* mobilizada em questões que demandam a utilização de uma representação diferente daquela apresentada nos dados e a *generalização* mobilizada por meio da extensão propiciada por tal representação; a *mudança de representações e tradução entre elas* mobilizada em questões que demandam a utilização de diversas representações e a *sintetização*, mobilizada por meio da composição de outros conceitos matemáticos necessários para a sua resolução.

Finalmente, a análise das questões da prova de 2ª fase do Nível 3 (Ensino Médio) da OBMEP 2025 revelou que a elaboração de questões “abertas” e com diversos itens propiciam a valorização de processos envolvidos na representação, porém, o foco recaiu sobre os processos envolvidos na abstração, coadunando com a análise que fizemos da entrevista com o Coordenador do Comitê de Provas da OBMEP.

Ainda assim, cabe ressaltar que, por exigir uma escrita mais elaborada e justificada em certos itens, ocorre uma potencialização da mobilização da *generalização* indispensável para a resolução de questões que demandam a extensão de resultados para casos, de fato, gerais e, também, da *rigorização* na argumentação e, por vezes, na demonstração de resultados ou de fórmulas, o que ressignifica os resultados apresentados por Torrente e Reis (2023, a).

À guisa de conclusão, então, tecemos nossas considerações sobre nossa investigação e o conjunto de seus resultados e análises.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, apresentamos uma investigação que objetivou identificar os processos do PMA mobilizados na elaboração de questões da OBMEP. Cabe lembrar que, assim como Dreyfus (2002), entendemos que o PMA não é um processo único, mas sim uma série de processos que se interrelacionam e, exatamente, à medida em que são mobilizados no desenvolvimento de uma teoria ou atividade matemática, contribuem para o avanço do pensamento matemático a partir de níveis mais elementares.

Outrossim, a investigação dos processos cognitivos complexos na Educação Matemática exige uma delimitação precisa de seus constructos teóricos em face do contexto escolar observado. Na presente investigação, o foco recaiu sobre o desenvolvimento do PMA situado, especificamente, no horizonte do Ensino Médio. Torna-se importante, contudo, estabelecer um diferencial epistemológico fundamental: a classificação de uma atividade cognitiva como "avançada" ou "elementar" não constitui um atributo absoluto do objeto matemático em si, mas sim uma relação entre o nível de formalização exigido e o estágio de desenvolvimento do aluno.

Buscamos evidenciar, também, nossa opção pela classificação dos processos do PMA envolvidos na representação e na abstração (Gereti e Savioli, 2015) como forma de que, em nossa análise dos dados produzidos qualitativamente, pudéssemos identificar indícios pela demanda da mobilização de tais processos na elaboração / resolução das questões apresentadas.

Há que se considerar que os processos envolvidos na representação são mobilizados na elaboração de questões de Matemática, de modo geral, porquanto entendemos ser natural que as questões da OBMEP propiciem tal mobilização; entretanto, destacamos a potencialização da mobilização da *visualização* associada ao desenvolvimento do pensamento geométrico, da *mudança de representações e tradução entre elas* abrangendo representações algébrica, geométrica e/ou gráfica, e da *modelação* por meio da contextualização.

Também merece destaque o alto potencial das questões da OBMEP para a mobilização dos processos envolvidos na abstração, característicos de atividades matemáticas mais elaboradas; particularmente, para além da mobilização da *sintetização* por meio da fusão entre conceitos e relações e da *generalização* sob condições restritas ou genéricas, apontamos para a

mobilização da *rigorização* como um diferencial da grande maioria das questões de Matemática elaboradas no contexto do Ensino Médio.

Por fim, entendemos que uma das premissas da OBMEP, que é o incentivo ao desenvolvimento de habilidades matemáticas como o pensamento lógico e a criatividade, deve ser um princípio não somente para a elaboração de questões olímpicas, mas de qualquer atividade que perspetive a aprendizagem e o avanço do pensamento matemático e, nesse contexto, deve ganhar uma relevância cada vez maior na Educação Matemática, a investigação sobre a mobilização dos processos de representação e de abstração para o desenvolvimento do PMA.

DECLARAÇÃO DE CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

Os autores A.C.B. e F.S.R. foram responsáveis pela conceitualização da investigação e objetivos, elaboração do enquadramento teórico e desenvolvimento do delineamento metodológico. O autor A.D. foi responsável elaboração do enquadramento teórico e desenvolvimento do delineamento metodológico. O autor F.S.R. foi responsável pela supervisão do Pós-Doutoramento. O autor A.D. foi responsável pela supervisão em colaboração internacional. Todos os autores contribuíram ativamente para a produção e análise dos dados, a discussão dos resultados, a revisão do manuscrito e aprovaram a versão final do artigo.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pelo autor correspondente, A.C.B., mediante solicitação razoável.

REFERÊNCIAS

- Almeida, M. V., & Igliori, S. B. C. (2013). Educação Matemática no Ensino Superior e abordagens de Tall sobre o ensino / aprendizagem do Cálculo. *Educação Matemática Pesquisa*, 15(3), 718-734.
- Backendorf, V. R. (2020). *O processo da abstração reflexionante na construção do conceito de Integral Dupla com a utilização de Matemática Dinâmica* (Tese de Doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Barbosa, J. L. M. (2008). *Olimpíadas de Matemática: uma experiência de sucesso em educação no Ceará*.

http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF_SIMP/textos/joalucasbarbosasimp.htm

- Bogdan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos* (6a ed.). Porto: Porto Editora.
- Brandenberg, J. C. (2010). *Uma análise histórico-epistemológica do conceito de grupo*. São Paulo: Livraria da Física.
- Domingos, A. (2003). *Compreensão de conceitos matemáticos avançados – a Matemática no Ensino Superior* (Tese de Doutorado). Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Dreyfus, T. (2002). Advanced Mathematical Thinking Processes. In D. Tall (Org.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gereti, L. C. V., & Savioli, A. M. P. D. (2015). Processos do Pensamento Matemático Avançado evidenciados em resoluções de questões do ENADE. *Bolema*, 29(51), 206-222.
- Gray, E. M., & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: A "proceptual" view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 116-140.
- Gray, E., Pinto, M. M. F., Pitta, D., & Tall, D. (1999), Knowledge construction and diverging thinking in elementary & advanced Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 111-133.
- Henriques, A. C. C. B. (2010). *O Pensamento Matemático Avançado e a aprendizagem da Análise Numérica num contexto de actividades de investigação* (Tese de Doutorado). Universidade de Lisboa, Lisboa.
- OBMEP. (2025). *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas*.
- Reis, F. S. (2001). *A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos* (Tese de Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas. <https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2001.206743>

- Reis, F. S. (2009). Rigor e Intuição no ensino de Cálculo e Análise. In M. C. R. Frota & L. Nasser (Orgs.), *Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates* (pp. 81-97). Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- Tall, D. (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 61-75). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Tall, D. (2002). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In D. Tall (Org.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 3-21). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. O., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in Mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Torrente, C. R., & Reis, F. S. (2023a). A mobilização de processos do Pensamento Matemático Avançado na resolução de questões da OBMEP. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 13(2), 1-22. <https://doi.org/10.37001/ripem.v13i2.3384>
- Torrente, C. R., & Reis, F. S. (2023b). Um mapeamento sobre a transição entre os Pensamentos Matemáticos Elementar e Avançado em teses e dissertações brasileiras de Educação Matemática. In *Anais da XVI Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM)* (Vol. 1, pp. 1-7). Lima: Universidad de Lima.
- Torrente, C. R., & Reis, F. S. (2023c). Um passeio pelas Olimpíadas de Matemática: das origens aos atuais cenários no mundo e no Brasil. *Revemop*, 5(1), 1-22.