

# Modelagem Matemática Gerando a Educação Estocástica de Futuros Economistas

Celi Espasandin Lopes  
Fernando Dalbão Carvalho  
Luzinete Mendonça

## RESUMO

Este artigo se refere à parte de uma tese de doutorado que tem por objetivo investigar como um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática contribui para a aquisição de conhecimento do pensamento estocástico de futuros economistas. Trata-se de uma pesquisa-ação porque, além de pesquisar e analisar o tema proposto, pretende-se apresentar uma proposta metodológica para o ensino da disciplina de estatística econômica. Apresenta-se a análise de um primeiro episódio em que se utilizou a modelagem matemática para os alunos do quinto semestre do curso de Ciências Econômicas investigarem o comportamento dos preços da gasolina nos postos de abastecimento de uma determinada região da cidade de São Paulo. Os resultados evidenciaram que os alunos mobilizaram conhecimentos matemáticos e estatísticos para realizarem a análise da problemática e, nesse movimento, adquiriram novos conhecimentos estocásticos e econômicos que lhes permitiram conclusões fundamentadas sobre determinado mercado.

**Palavras-chave:** Educação estocástica. Modelagem Matemática. Economia.

## Mathematical Modeling Stochastic Generating Education Futures Economists

## ABSTRACT

This article refers to part of a thesis that aims to investigate how a learning environment for mathematical modeling contributes to the acquisition of knowledge of stochastic thinking of future economists. This is an action research because in addition to research and analyze the theme, aims to present a methodology for teaching the discipline of economic statistics. It presents the analysis of a first episode that used mathematical modeling to the students of fifth semester of economics to investigate the price of gasoline at gas stations in a region of São Paulo. The results showed that students mobilized knowledge to perform mathematical and statistical analysis of the problem

---

**Celi Espasandin Lopes** é Doutora em Educação. Professora Titular do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul. Endereço para correspondência: Av. Gessy Lever, 915/383 – Valinhos/SP. E-mail: celilopes@uol.com.br

**Fernando Dalbão Carvalho** é Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul. Endereço para correspondência: Rua Doutor Vicente Giacagli, 556 – São Paulo/SP. E-mail: fernandodalbao@yahoo.com.br

**Luzinete Mendonça** é Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul. Endereço para correspondência: Rua Rio Paraguai, 10, Jd. Sto. Antônio – Campo Limpo Paulista – SP. E-mail: luzinete-mendonca@uol.com.br

Acta Scientiae	Canoas	v. 14	n.2	p.185-199	maio/ago. 2012
----------------	--------	-------	-----	-----------	----------------

and through this gained new economic and stochastic knowledge allowing them to conclusions based on a given market.

**Keywords:** Stochastic education. Mathematical modeling. Economics.

## INTRODUÇÃO

Este texto é parte de uma pesquisa de doutorado e emerge de observações realizadas durante as aulas e das atividades de coordenação de curso sobre o desenvolvimento da disciplina de estatística econômica no curso de Ciências Econômicas na Universidade Cruzeiro do Sul. Evidenciou-se a necessidade de um redirecionamento metodológico que contribua para que os alunos desenvolvam a capacidade de interpretar e analisar as situações expressas por dados relacionados aos aspectos econômicos.

Normalmente, a abordagem dada à disciplina é mais técnica, o que dificilmente permite aos alunos estabelecerem relações mais amplas e com contextos diversificados, além de não contribuir para a construção dos conceitos matemáticos e estatísticos. Essa percepção fez considerar a possibilidade de aproximação das teorias sobre modelagem matemática na elaboração do projeto de pesquisa que deu origem a este artigo.

Essa abordagem fundamenta-se na consideração de que a aquisição de conhecimento requer vivências de atividades de ensino que envolvam o estabelecimento de hipóteses, inferências e estratégias que gerem procedimentos diferenciados, os quais exigem dos alunos participação ativa e envolvimento e lhes permitem desenvolver várias habilidades e construir conceitos, o que pode ser mais significativo, e, portanto, mais efetivo.

A ação docente do professor de um curso de Ciências Econômicas deve promover a integração entre teoria e prática, pois a economia realiza estudos dos fenômenos relacionados à produção e ao consumo de bens e serviços, que podem definir os rumos e os objetivos da sociedade; e desenvolve planos para a solução de questões financeiras e econômicas em diferentes setores de atividade: no comércio, em serviços, na indústria ou na área de finanças. Esse cenário gera aos futuros economistas amplas e diversificadas competências na resolução de problemas.

Para instigar os estudantes a mobilizar seus conhecimentos prévios e desafiá-los a buscar novos conhecimentos, em um processo reflexivo sobre a própria aprendizagem e sobre o conhecimento ali construído, é importante propiciar a eles situações de vivências do processo de construção do conhecimento matemático, promovendo uma verdadeira aprendizagem, em que...

[...] os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo. Só assim podemos falar realmente de saber ensinado, em que o objeto é apreendido na sua razão de ser e, portanto, aprendido pelos estudantes. (FREIRE, 2002, p.12)

Nessa visão, o professor tem o compromisso de contribuir para o desenvolvimento do educando, incentivando-o, a partir de seus conhecimentos prévios, a exercer sua criatividade e a buscar novos conhecimentos. Também compete ao professor elaborar, juntamente com o aluno, estratégias para a construção de novos conhecimentos. Entende-se que é possível obter resultados efetivos na formação do aluno de modo geral, por meio da constituição de um ambiente de ensino e aprendizagem capaz de promover a apreensão dos conteúdos conceituais, a construção de procedimentos eficientes, o desenvolvimento de atitudes diante de uma situação nova e a autonomia para continuar aprendendo. O que, na perspectiva deste estudo, é contemplado pelo ambiente investigativo promovido pelo processo de modelagem, seja pela construção de modelos, seja pela análise e comparação do comportamento de seus dados com os modelos já constituídos.

A partir desses pressupostos, apresenta-se a análise de um primeiro episódio do projeto de pesquisa, em que se utilizou um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática, visando ao desenvolvimento do pensamento estocástico de futuros economistas, matriculados no quinto semestre do curso de Ciências Econômicas, ao investigarem o comportamento dos preços da gasolina nos postos de abastecimento de uma determinada região da cidade de São Paulo.

## **EDUCAÇÃO ESTOCÁSTICA PARA ESTUDOS DA ECONOMIA**

Embora derive do árabe, significando “dado para jogar”, como casualidade, caso imprevisto ou fortuito, ao azar têm sido atribuídos, ao longo do desenvolvimento da humanidade, diferentes significados, os quais são discutidos por Azcárate (1995). Nas civilizações antigas, era visto como força estranha de origem mágica, refletia a sorte cega ou o destino. Na cultura greco-romana, predominou o azar aristotélico como cruzamento de linhas causais, refletindo uma aparente casualidade. Já na Idade Média, ele representava a vontade de Deus. Nos séculos XVII, XVIII, XIX e no início do XX, o azar foi produto da ignorância do homem sobre o funcionamento dos fenômenos. A partir da década de 70, no século XX, ele passou a reproduzir a complexidade resultante da interação de múltiplas causas e elementos.

Parece despontar, nessa última acepção, a ideia de aleatoriedade, que conduz à abordagem do conhecimento estocástico. Para discutir o conhecimento estocástico, é preciso refletir sobre os significados de aleatoriedade e também pensar a respeito das questões relativas ao determinismo. Pode-se considerar que o oposto da estocástica é o determinismo; no entanto, é preciso lembrar que se tem aprendido a viver em um mundo simultaneamente estocastizado e determinista. Não seria, então, mais adequado considerar estas duas formas distintas de pensamento como complementares?

Segundo Karl Popper, citado por Prigogine (1996), o determinismo laplaciano foi considerado como o obstáculo mais sólido e mais sério no caminho de uma explicação e de uma apologia da liberdade, da criatividade e da responsabilidade humanas. Para Popper,

o determinismo não põe somente em causa a liberdade humana, ele torna impossível o encontro com a realidade, que é a vocação mesma de nosso conhecimento.

O dilema do determinismo, discutido por William James, tem como desafio nossa relação com o mundo e, particularmente, com o tempo. O futuro é dado ou está em perpétua construção? É uma ilusão a crença em nossa liberdade? É uma verdade que nos separa do mundo? A questão do tempo está na encruzilhada do problema da existência e do conhecimento (PRIGOGINE, 1996).

Os autores Davis e Hersh (1988), ao discutirem a estocastização do mundo, diferenciam a estatística da estocástica, lembrando que a primeira se refere à coleta de dados quantitativos e às inferências neles baseadas; e a segunda é mais abrangente, remetendo a todo um sistema conceitual de elementos práticos ou teóricos, filosóficos ou metodológicos, nos quais a incerteza é o aspecto dominante.

Na matemática, um experimento ou fenômeno aleatório se caracteriza pela possibilidade de ceder lugar, em condições idênticas, a diferentes efeitos. Os resultados possíveis de um experimento aleatório são os que se reconhecem como um sucesso aleatório. Trata-se de fenômenos sobre os quais se dispõe de alguma informação, que não permite antecipar seu resultado com segurança. A aleatoriedade refere-se sempre ao que é incerto, ao que depende da sorte ou do azar. E este último é a suposta causa dos sucessos não devidos a uma necessidade natural, a uma intervenção, humana ou divina, intencionada (LOPES, 2003).

Segundo Kyburg (1974), a aleatoriedade é um conceito relacionado com nosso corpo de conhecimento, o qual, de algum modo, reflete o que se conhece e o que não se conhece. Existe uma clara dependência entre o reconhecimento do sucesso como aleatório e o corpo de conhecimento do observador que está emitindo o juízo.

Dessa forma, a aleatoriedade só pode ser definida em função dos instrumentos de que se disponha para provar o caráter aleatório do fenômeno com o qual se defronta. Não há uma forma única, precisa e universalmente válida para defini-la.

A importância da noção de aleatoriedade está diretamente relacionada à forma de compreender a realidade e o conhecimento, e será a partir dessa concepção que se estará habilitado à tomada de decisão. Assim sendo, o conhecimento aleatório adquire uma crucial importância para que se possa apropriar dos conceitos probabilísticos e estatísticos.

Uma inadequada compreensão do conceito de sucesso aleatório e de aleatoriedade pode ser um obstáculo epistemológico para a compreensão do conhecimento estocástico (LOPES, 2003).

Os julgamentos cotidianos das pessoas refletem uma menor concepção sobre aleatoriedade e probabilidade, o que pode ser um obstáculo para a compreensão do conhecimento estocástico. A aquisição e a compreensão desses conceitos se realizam em um desenvolvimento contínuo, mediante o uso progressivo de múltiplos meios de representação e atividades de ensino diversificadas e integradas, ou contextos de

experiência mais amplos. Podem ser centros de interesse, unidades didáticas, projetos de pesquisa e outros, que permitam a relação com a realidade socionatural, na qual os aspectos aleatórios são facilmente localizados.

O conhecimento estocástico é complexo, e seu significado não pode ser extraído diretamente da própria estrutura matemática, tampouco ser reduzido ao estudo de situações empíricas imediatas; ele requer, claramente, decisões e interpretações pessoais.

O pensamento estocástico é inserido como um conceito para a modelagem e a conceitualização da atividade cognitiva na tomada de decisão sobre a incerteza. Ele é responsável por denotar uma atividade cognitiva da pessoa, quando ela se defronta com problemas estocásticos e/ou com a elaboração de conceitos, de compreensão e de processos de informação; quando vivencia situações ou confrontos relativos à chance ou ao conceito de probabilidade (SCHOLZ, 1987).

A natureza teórica e complexa do conhecimento estocástico, no que se refere às suas noções básicas, como aleatoriedade e/ou probabilidade, perpassa também os estudos econômicos, e a abordagem da modelagem matemática para a aquisição desse conhecimento pode permitir ao aluno atribuir a ele significados a partir de contextos diversos.

## **PERSPECTIVAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA**

Consideram-se, neste estudo, os princípios da modelagem matemática, para que os alunos aprendam estocástica e adquiram habilidades para problematizar e resolver problemas relacionados à ciência econômica.

A modelagem tem sido apontada como uma prática pedagógica com grande potencial para promover a aprendizagem da matemática. Contudo, Barbosa (2001) alerta para o fato de as práticas escolares de modelagem terem fortes influências teóricas de parâmetros emprestados da matemática aplicada. A compreensão de modelagem, neste contexto, é apresentada em termos do processo de construção do modelo matemático, traduzido em esquemas explicativos. No entanto, o autor considera as limitações dessa transferência conceitual para fundamentar a modelagem na educação matemática. A principal dificuldade diz respeito ao contexto escolar, onde os propósitos, a dinâmica do trabalho e a natureza das discussões matemáticas diferem dos modeladores profissionais.

Para a educação estocástica necessária à formação do futuro economista, a modelagem matemática requer uma concepção que leve em consideração a complexidade envolvida no processo de ensino e aprendizagem, tendo em conta as diversas dimensões em que a sala de aula está inserida, no que se refere tanto à apreensão conceitual, como à formação pessoal e político-social do aluno.

Assim, assume-se neste trabalho a perspectiva de Barbosa (2004, p.3) e prioriza-se um ambiente de aprendizagem no qual “os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”.

Essa concepção apresenta interface com a perspectiva de Skovsmose (2000) de criar “cenários de investigação”, nos quais os estudantes mobilizam seus conhecimentos matemáticos e estatísticos e adquirem novos, para o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas ou compreensão de fenômenos econômicos. Ela também tem respaldo em Malheiros (2011), para quem a modelagem é uma abordagem pedagógica na qual os alunos, partindo de um tema ou problema de seu interesse, utilizam a matemática para investigá-lo.

Barbosa (2007) destaca que nesse ambiente o aluno não tem esquemas definidos *a priori* e cada um, com suas estratégias e conhecimentos prévios, realiza sua investigação, buscando responder a uma ou mais indagações – elaboradas por ele ou pelo professor, de acordo com a configuração do ambiente – sobre uma situação real. Essa indagação deve ajudá-lo a buscar dados que possam contribuir para a compreensão do fenômeno em estudo. Nesse processo ele faz uso de conceitos e do modelo matemático, que nessa concepção, é “qualquer representação matemática da situação em estudo” (BARBOSA, 2007, p.161).

Observa-se que a perspectiva de modelagem matemática apresentada por Barbosa (2001, 2004, 2007) não tem referência à construção de modelos. Nessa visão, o ambiente proporcionado pelo processo investigativo é chamado de modelagem, e a matemática, nesse ambiente, é a ferramenta com a qual os alunos buscarão a compreensão dos fenômenos de seu interesse. As atividades ali desenvolvidas, necessariamente, são abertas e, nesse caso, várias estratégias e resultados podem aparecer, o que é uma boa oportunidade para os alunos perceberem que a matemática não é neutra; que depende, por exemplo, dos processos empreendidos.

No trabalho em sala de aula, na perspectiva de modelagem matemática, o professor tem a função de estrategista e mediador, e sua intervenção deve ser no sentido de instigar os estudantes, incentivando-os na busca do conhecimento. Essa intervenção deve ser questionadora, e essa postura deve possibilitar aos alunos a reflexão e a busca de conceitos, relações, procedimentos ou estratégias para a resolução do problema que se dispuseram a investigar. Nesse processo, o professor precisa ensinar a perguntar, pois somente a partir de perguntas é que se deve sair em busca de respostas, e não o contrário (FREIRE; FAUNDEZ, 1998).

Essa proposta abre a possibilidade de desenvolver ambientes investigativos mais ou menos estruturados de acordo com o contexto, e em todos eles os estudantes são instigados a formular e/ou responder questões sobre um fenômeno que conhecem, para, durante o processo investigativo, buscar respondê-las à luz dos conhecimentos construídos pela humanidade e tirar conclusões sobre esse fenômeno.

Essa dinâmica pode ser compreendida como um ambiente de modelagem por ser caracterizada pela ausência de indicações *a priori* de estratégias e/ou conceitos e por constituir um problema para os alunos, além de as situações investigadas se referirem à realidade.

Assim, visa-se a gerar ambientes ricos em desafios que estimulem os estudantes a exercitar os pensamentos: científico, crítico e reflexivo, levando-os a questionar e a se autoquestionar diante de situações de análise econômica.

## MODELAGEM MATEMÁTICA PARA APRENDER ESTATÍSTICA ECONÔMICA

Para elaborar uma proposta de desenvolvimento dos estudos da estatística econômica, buscaram-se as considerações de Barbosa (2001), que classifica os casos de modelagem em três tipos:

Caso 1 – O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

Caso 2 – O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos realizarem a coleta das informações necessárias à sua resolução.

Caso 3 – A partir de temas não matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificações das situações-problema. É via do trabalho de projetos. (BARBOSA, 2001, p.8-9)

Nesse estudo, busca-se desenvolver a disciplina de maneira que os estudantes possam perpassar os três casos. Em todos eles o professor será orientador do processo de investigação. Já, neste artigo, discute-se uma atividade que pode ser considerada como Caso 1, uma vez que a pergunta foi elaborada pelo professor e os dados foram obtidos pela sua indicação.

Esta proposta ainda considera as recomendações de Barbosa (2004) de que as atividades em sala de aula se constituam como um problema para os alunos, ou seja, eles não devem possuir esquemas prévios para abordá-las, mas terão que despender certo esforço intelectual e trabalhar com dados empíricos reais. Assume-se a modelagem matemática como um processo investigativo, no qual os alunos, partindo dos conhecimentos que possuem, elaboram estratégias para compreender um fenômeno de seu interesse, porém ligado ao universo das Ciências Econômicas. Nesse processo, novos conhecimentos podem ser desenvolvidos.

Assim, esta investigação pode culminar na construção, no uso ou na crítica de modelos matemáticos ou não matemáticos, já que este processo apresenta condições propícias ao desenvolvimento do raciocínio dos estudantes, necessário para a tomada de atitudes em situações reais que envolvam os conhecimentos matemáticos, estatísticos e econômicos.

Nessa mesma perspectiva, duas pesquisas com foco no ensino de estatística no ensino superior mereceram destaque, por apresentarem características que convergem com os interesses desse trabalho. O primeiro estudo é o de Jacobini (1999) e o segundo, de Campos (2007).

Jacobini (1999) apresenta um trabalho com alunos de graduação dos cursos de Ciências Sociais, no qual utiliza a modelagem matemática para desenvolver um curso

introdutório de estatística. O autor buscou um diferencial no ensino desta disciplina para estudantes de cursos não matemáticos, visto que esses alunos apresentam o que ele chama de “ansiedade matemática”. Para ele, essa ansiedade provoca tensão e até rejeição aos conceitos que envolvem a estatística e a probabilidade, e esses futuros profissionais terão na estatística uma ferramenta para sua prática.

Nesse trabalho, os estudantes participam de todas as etapas de um projeto estatístico, nas quais são desenvolvidos os conteúdos. Os estudantes aprendem a escolher o projeto de estudo, a formular questões, construir e testar hipóteses, coletar efetivamente os dados, escolher os métodos estatísticos, resumir e interpretar informações, apresentar os resultados do estudo e entender as limitações da inferência estatística, dentro de um contexto prático, conforme o que aconselhariam posteriormente Jacobini e Wodewotzki (2001). Esses pesquisadores ainda destacam alguns aspectos relevantes a serem considerados nesse processo: o trabalho com assuntos que tenham significado para os alunos, alegando que isso ajuda no desenvolvimento do pensamento e do raciocínio estatístico; a utilização de dados e de problemas reais; a redução da preocupação com fórmulas e cálculos e a valorização do processo e das interpretações.

Campos (2007) desenvolve um trabalho de pesquisa no qual busca conjugar os fundamentos da didática da estatística com a educação matemática crítica e a modelagem matemática. Para viabilizar essa experiência, o pesquisador se apoia na perspectiva de projetos como metodologia de ensino para aplicação em sala de aula. No que se refere à aprendizagem de estatística, são destacados como objetivos principais o desenvolvimento do raciocínio, do pensamento e da literacia estatística. Quanto à educação matemática crítica, ela está presente em todo o processo, através do estímulo à reflexão, ao diálogo, à responsabilidade social e à formação ética, entre outras atitudes necessárias à formação geral dos estudantes e que este ambiente pode proporcionar. No projeto de trabalho, a partir do qual será desenvolvido o projeto estatístico, os estudantes propõem os temas com os quais querem trabalhar.

Tais estudos corroboram a perspectiva, aqui presente, de permitir aos estudantes de economia a percepção de que a matemática e a estatística podem ser tanto uma ferramenta para crítica como também objeto de crítica, e podem ser manipuladas para atender interesses ou sustentar opiniões, conforme Skovsmose (2000). Particularmente, a estocástica pode ser usada com esse objetivo, pois permite às pessoas um conhecimento sobre o movimento aleatório no qual suas vidas estão inseridas.

No intuito de encontrar caminhos para efetivar um ensino de estatística econômica de acordo com os referenciais construídos até aqui, apresentam-se, a seguir, o contexto e a metodologia utilizados para o desenvolvimento deste estudo.

## O CONTEXTO E OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Como expresso anteriormente, essa pesquisa tem por objetivo desenvolver a disciplina de estatística econômica, utilizando o ambiente de aprendizagem da modelagem matemática, a fim de ampliar as possibilidades de abordagem teórico-metodológica no curso de Ciências Econômicas da Universidade Cruzeiro do Sul, situada na cidade de São Paulo. Esse curso tem como principal característica a gratuidade, o que exige maior critério na seleção das trinta vagas ofertadas anualmente para ingresso. A evasão durante o curso é grande, e, de acordo com as justificativas no processo de trancamento de matrícula, as disciplinas de métodos quantitativos figuram entre os maiores motivos.

Nesse contexto realiza-se uma pesquisa-ação, porque, além de pesquisar e analisar o tema proposto, pretende-se apresentar uma proposta metodológica para o ensino da disciplina de estatística econômica. Como estratégia de pesquisa, ela pode ser vista como modo de conceber e de organizar uma pesquisa de finalidade prática, que esteja de acordo com as exigências próprias da ação e da participação dos atores da situação observada (THIOLENT, 2005).

Busca-se a análise das contribuições do ambiente de aprendizagem da modelagem para a aquisição do conhecimento matemático e estatístico integrados, o que permite a construção de dados e a interpretação de fenômenos econômicos que proporcionam ao estudante de economia, com base nas informações selecionadas, maior embasamento para as tomadas de decisão, fundamentais para o mercado.

A construção desse conhecimento é estocástica, uma vez que os conceitos aprendidos nas disciplinas de métodos quantitativos (matemática, matemática aplicada à economia, probabilidade e estatística, estatística econômica e econometria) proporcionam ao aluno um arcabouço metodológico que permite, por meio de uma análise crítica e analítica, transformar uma base de dados no retrato fiel da realidade econômica estudada.

A sala de aula investigada é composta por sete alunos que estão cursando o quinto semestre do curso e, desde o seu início, convivem com disciplinas que envolvem métodos quantitativos. Porém, o conhecimento adquirido ao longo dos semestres permite-lhes utilizar a matemática como meio para explicar a realidade econômica em estudo.

Apresenta-se aqui um episódio com essa turma, buscando elucidar como o processo de modelagem matemática está sendo desenvolvido para a construção do estudo. Os desafios são grandes, pois modelar a realidade em questão requer poder de abstração, associado à assimilação de toda a teoria que envolve o universo complexo da matemática, da estatística e da economia.

Na matriz curricular cursada por esses alunos, a disciplina estatística econômica representa fielmente a afirmação citada acima, uma vez que o aluno é desafiado constantemente a modelar a realidade em que está inserido, em consonância com a teoria aprendida.

Apresenta-se a seguir uma situação vivenciada pelos futuros economistas na disciplina estatística econômica, quando se colocou em ação o Caso 1, apontado por Barbosa (2001),

em que o professor descreve uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

No início do semestre, o professor solicitou aos alunos a realização de uma investigação sobre o preço da gasolina. Esses dados seriam a base para uma investigação a qual objetivava responder ao questionamento: Existe a formação de cartel de combustíveis? Eles fizeram um levantamento do preço da gasolina comum nos postos de combustíveis da região que compreende o quadrilátero entre as avenidas Euzébio Matoso, Marginal Pinheiros, Faria Lima e Rua Sumidouro, para os meses de fevereiro a maio, tomando como base para coleta o dia 15 de cada mês. Para o desenvolvimento dessa etapa da atividade, os conceitos de amostra e população foram sistematizados e discutidos. Esse foi um momento propício à reflexão sobre a importância da probabilidade para o desenvolvimento da ciência estatística, já que o uso de uma amostra para representar o comportamento de uma população demanda a compreensão dessa ligação e dos critérios para a escolha de uma amostra representativa.

O processo de análise dessa problemática levou os alunos à aquisição de conhecimento estocástico, tendo o foco central na variabilidade que permite estabelecer relações sobre o problema investigado, a elaboração, a construção e a análise dos dados. A variabilidade dos dados determina uma forma de pensar que exige uma combinação de ideias, o que remete a uma intersecção entre os raciocínios combinatório, probabilístico e estatístico. Essa interface das formas de raciocínio da matemática e da estatística é que origina o raciocínio estocástico (LOPES, 2012).

Os alunos, com base no conhecimento acumulado em semestres anteriores, por meio das disciplinas já cursadas, sabiam a importância de calcular o preço médio de mercado da gasolina, uma vez que a média aritmética simples é a medida de posição mais utilizada e a mais intuitiva de todas.

Por ser intuitiva e estar presente no cotidiano de qualquer pessoa, os alunos compreendem facilmente seu significado e a utilizam com maior frequência. Eles calcularam a média e a moda dos preços coletados mensalmente.

O preço médio da gasolina na região de Pinheiros foi apresentado pelo grupo da seguinte forma, como revela a Figura 1:

FIGURA 1 – Preço médio da gasolina na região de Pinheiros – fevereiro a maio de 2010.

Preço da Gasolina	Fevereiro/2010	Março/2010	Abril/2010	Maió/2010
Posto A	2,479	2,459	2,399	2,659
Posto B	2,499	2,650	2,680	2,650
Posto C	2,689	2,659	2,759	2,799
Posto D	2,599	2,699	2,599	2,699
Posto E	2,799	2,689	2,799	2,789
Posto F	2,999	2,879	2,899	2,999
Posto G	2,599	2,680	2,699	2,679
Média Mensal	2,666	2,674	2,690	2,753

Fonte: quadro elaborado pelos autores deste texto.

Em atividade de pesquisa de campo como essa, realizada nos postos de combustíveis do bairro de Pinheiros, na cidade de São Paulo, os alunos não encontraram dificuldades no que se referia à média simples. No entanto, ao serem questionados sobre a moda da amostra, houve um questionamento contundente: “Por que é usada a moda, se a média de preço é o mais importante para captarmos a tendência futura dos preços dos combustíveis?”. Em parte, o aluno tem razão, quando o conhecimento matemático não está relacionado aos conteúdos aprendidos nas disciplinas de microeconomia, como as contempladas nos semestres anteriores.

Naquele momento, os alunos levantaram um questionamento sobre a importância do cálculo da moda das amostras e perceberam que a moda é uma medida de tendência central que apresenta o valor observado com maior frequência entre os dados coletados e que, se essa frequência estiver presente na amostra coletada, pode indicar, por exemplo, que há uma prática combinada de preços, ou seja, um cartel. Revelou-se, de certa forma, uma crítica a esse modelo – a combinação de preços pelos postos de combustíveis –, que determina uma prática abusiva na formação do preço do produto e constitui crime contra a economia, pois, quando combinados, os preços sempre estão acima do valor de mercado.

Os alunos identificaram, pela análise dos dados emergentes da coleta, que a amostra é amodal, ou seja, não há repetições significativas que indiquem a formação de cartel entre os postos de combustíveis da amostra, o que contraria a hipótese, subjacente à pergunta inicial, de que existiria a prática de cartel. Essa situação certamente atribui significado ao uso dessa medida de tendência central pela teoria econômica.

Questionados sobre a homogeneidade da amostra, os alunos perceberam a necessidade de, após a coleta das informações e a assimilação do aprendizado matemático/estatístico associado ao econômico, calcular a variância e o desvio padrão dos dados coletados, a fim de obter mais elementos para o aprofundamento da análise. Aspecto relevante, uma vez que a variância é extremamente importante na inferência estatística e em combinações de amostras, pois ela é uma medida absoluta e tem a desvantagem de ser expressa em unidades da variável ao quadrado.

Quando a série de dados representa uma amostra, a variância é representada por  $s^2$  e, quando representa a população, é representada por  $\sigma^2$  ( $\sigma$ =sigma minúsculo, caractere do alfabeto grego, equivalente ao s minúsculo no alfabeto árabe).

Isso remete os alunos a utilizarem o modelo da variância amostral, representado pela Figura 2:

FIGURA 2 – Variância amostral.

<b>VARIÂNCIA AMOSTRAL <math>s^2</math></b>
$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)}$

Fonte: quadro elaborado pelos autores deste texto.

A variância é a medida que se obtém, somando os quadrados dos desvios das observações da amostra, relativamente à sua média, e dividindo pelo número de observações da amostra menos um. Uma vez que a variância envolve a soma de quadrados, a unidade em que se exprime não é a mesma que a dos dados. Isso encaminha a elaboração de outro conceito: o desvio padrão, já que, para obter uma medida da variabilidade ou dispersão com as mesmas unidades que os dados, toma-se a raiz quadrada da variância. A compreensão desses conceitos se redimensiona quando emerge do processo de análise de uma situação real e permite aos alunos ressignificar o modelo elaborado para o cálculo do desvio padrão.

O desvio padrão, definido como a raiz quadrada da variância, contorna a dificuldade de interpretação da variância em razão de sua unidade de medida ser expressa pela unidade da variável elevada ao quadrado. O desvio padrão é expresso na mesma unidade de medida da variável em estudo e, por isso mesmo, se enquadra como uma medida absoluta. A Figura 3 ilustra essa expressão.

FIGURA 3 – Desvio padrão amostral.

<b>DESVIO PADRÃO AMOSTRAL <math>s</math></b>
$s = \sqrt{s^2}$

Fonte: elaboração dos autores deste texto.

O desvio padrão é uma medida que só pode assumir valores não negativos e, quanto maior for o valor encontrado, maior será a dispersão dos dados. Na situação-problema investigada pelos alunos, os dados encontrados revelam pequenas variações tanto para o desvio padrão quanto para a variância, como representado na Figura 4:

FIGURA 4 – Variações de desvio padrão e variância.

	Fevereiro/2010	Março/2010	Abril/2010	Mai/2010
Desvio Padrão	0,183	0,122	0,160	0,124
Variância	0,033	0,015	0,026	0,015

Fonte: quadro elaborado pelos autores deste texto.

Com base nos valores encontrados para o desvio padrão e para a variância, associados aos dados da média e moda de preço dos meses analisados, os alunos se defrontaram com o problema crucial da situação: “Pode-se afirmar que há ou não combinação de preço entre os donos dos postos de combustíveis da região?”.

Num primeiro momento, analisando os dados de desvio padrão e de variância, os quais mostram certa homogeneidade, os alunos chegaram à conclusão de que havia variações ínfimas nos preços, o que caracterizaria um cartel. Porém, naquele momento, eles se confrontaram com o conceito de oligopólio, que diferencia preços semelhantes de preços combinados, e chegaram à conclusão de que não havia, na amostra analisada, combinação de preços, apesar das variações ínfimas. A prática de preços semelhantes ocorre em função da estrutura de mercado e de custos.

No processo empreendido, os conceitos foram sendo buscados à medida que se foram revelando necessários para a resolução do problema posto inicialmente e, no decorrer do processo, outros questionamentos surgiram e remeteram à busca de novas estratégias e conceitos matemáticos, estatísticos ou referentes à economia. Esse movimento de mobilização de saberes integrou diferentes formas de raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico, os quais, quando interligados, constituem o raciocínio estocástico. Este permite compreender como os modelos são usados para simular fenômenos aleatórios, entender como os dados são produzidos para estimar as probabilidades, reconhecer como, quando e por meio de quais ferramentas as inferências podem ser realizadas, e compreender e utilizar o contexto de um problema para planejar as investigações, avaliá-las e tirar conclusões. Consideramos que essa dinâmica que se assemelha à proposta de Barbosa (2001) foi determinante para a elaboração de conhecimentos estocásticos e atribuiu significado aos conceitos econômicos a eles relacionados.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse primeiro episódio analisado evidenciou que o ambiente de aprendizagem da modelagem matemática gera a aquisição de conhecimento estocástico, quando o aluno se defronta com problematizações que exigem a mobilização de conceitos e procedimentos matemáticos e estatísticos.

A mobilização do conhecimento matemático e estatístico adquirido até o momento permitiu a ampliação do conhecimento estocástico, associada à teoria econômica, o que proporcionou aos alunos, na atividade, o desenvolvimento do poder de análise e

de interpretação das informações estatísticas, levando em consideração o ambiente em que estão inseridos, em consonância com as teorias econômicas aprendidas ao longo do curso. Essa vivência pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio estocástico, o qual dá suporte ao estabelecimento de relações entre os conceitos necessários à análise de dados num determinado contexto.

Esses primeiros indícios remetem a uma continuidade do projeto, considerando o avanço em direção ao segundo e terceiro casos apresentados por Barbosa (2001), os quais demandam maior autonomia por parte dos alunos na construção do conhecimento. Esse direcionamento deverá possibilitar aos futuros economistas um desenvolvimento de pensamento estocástico que se constitui como essencial para o exercício de sua profissão.

Os resultados parciais apontam para o fato de que problematizar situações econômicas da realidade e analisá-las por meio dos modelos matemáticos e estatísticos elaborados pelos alunos são ações essenciais ao processo de modelagem matemática como um método de ensino que permite a aquisição e a apreensão de teorias matemáticas e estatísticas indispensáveis ao economista e ainda favorecem, sensivelmente, o estabelecimento da relação entre teoria e prática profissional.

## REFERÊNCIAS

AZCÁRATE GODED, P. *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad: Su estudio en el caso de la educación primaria*. Tesis de Doctoral. Cádiz: Universidad de Cádiz, 1995.

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001. Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 2001.

\_\_\_\_\_. A “contextualização” e a modelagem na educação matemática do Ensino Médio. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – SBEM, 8., 2004, Recife. *Anais...* Recife: SBEM, 2004. CD-ROM.

\_\_\_\_\_. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A.; ARAÚJO, J. (Org.). *Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007. p.161-74.

CAMPOS, C. R. *A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em curso de graduação*. 2007. 256 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. *O sonho de Descartes*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1988.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 25.ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. *Por uma pedagogia da pergunta*. 4.ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

- JACOBINI, O. R. *A modelação matemática aplicada no ensino de Estatística em cursos de graduação*. 1999. 131 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.
- JACOBINI, O.; WODEWOTZKI, M. L. L. A modelagem matemática aplicada no ensino de Estatística em cursos de graduação. *Bolema – Boletim da Educação Matemática*, Rio Claro, ano 14, n.15, p.47-68, 2001.
- KYBURG, H. E. *The logical foundations of Statistical Inference*. Dordrecht: Reidel, 1974.
- LOPES, C. E. *O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil*. 2003. 290 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 2003.
- \_\_\_\_\_. O desenvolvimento do pensamento estatístico e probabilístico na infância. *Reveduc*, São Carlos, v.6, n.1, p.160-174, maio 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/issue/current>>. Acesso em: 19 jul. 2012.
- MALHEIROS, A. P. dos S. Algumas interseções entre projetos e modelagem no contexto da Educação Matemática. *Acta Scientiae*, v.13, n.1, 2011.
- PRIGOGINE, I. *O fim das certezas: tempo, caos e as leis da natureza*. Trad. Roberto Leal Ferreira. São Paulo: UNESP, 1996.
- SCHOLZ, R. *Cognitive Strategies in Stochastic Thinking*. Dordrecht-Holland: D. Reidel Publishing Company, 1987.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, UNESP, Rio Claro, SP, ano 13, n.14, p.66-91, 2000.
- THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa-ação*. São Paulo: Cortez, 2005.

**Recebido em:** abr. 2012

**Aceito em:** jul. 2012